

Н.Ю. ТАЙЦ

ТЕХНОЛОГИЯ НАГРЕВА СТАЛИ

Металлургиздат

4 9 5 0



ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие		6
Введение		7

Часть первая

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАГРЕВА

Глава I. Общие решения дифференциального уравнения теплопроводности		9
1. Принятые обозначения		9
2. Дифференциальное уравнение теплопроводности		10
3. Решения уравнения теплопроводности в декартовой системе координат при поверхностных условиях первого рода		15
4. Решения уравнения теплопроводности в декартовой системе координат при поверхностных условиях третьего рода		21
5. Решения уравнения теплопроводности в цилиндрической системе координат		26
Глава II. Решения уравнения теплопроводности при постоянной температуре поверхности тела		32
1. Одномерная задача		32
2. Температура печи и тепловой поток		43
3. Двух- и трехмерная задача		46
4. Некоторые практические выводы		48
Глава III. Нагрев с постоянной скоростью (линейное изменение температуры поверхности тела)		52
1. Одномерная задача		52
2. Температура печи и тепловой поток		64
3. Двух- и трехмерная задача		67
4. Температура печи и тепловой поток для двухмерного поля		74
Глава IV. Нагрев при постоянном тепловом потоке		77
1. Одномерная задача		77
2. Двух- и трехмерная задача		84
Глава V. Нагрев при заданной температуре окружающей среды		87
1. Простейшие задачи одного измерения		87
2. Нагрев призмы, параллелепипеда и цилиндра конечной длины		103
3. Нагрев при постоянной температуре печи и при наличии температурной разности в начальный момент		111
4. Нагрев при линейном изменении температуры печи		115
Глава VI. Нагрев полого цилиндра		121
1. Двухсторонний нагрев полого цилиндра		121
2. Односторонний нагрев полого цилиндра		125
3. Приближенные методы расчетов		127
Глава VII. Нагрев при изменяющихся граничных условиях		130
1. Многоступенчатый нагрев бесконечно большой пластины		131

2. Многоступенчатый нагрев цилиндра бесконечной длины	136
3. Общее выражение многоступенчатого нагрева	138
4. Температура печи и тепловой поток	140
Глава VIII. Несимметричный нагрев	144
1. Общее решение уравнения теплопроводности для пластины	145
2. Постоянные температуры на поверхностях пластины	146
3. Линейное изменение температуры на поверхностях пластины	149
4. Расчет несимметричного нагрева на основе параболического распределения температур	157
5. Несимметричный нагрев цилиндра	163
6. Несимметричный нагрев для двух- и трехмерного температурного поля	166
Глава IX. Нагрев неоднородных тел	168
1. Нагрев неоднородных тел сложной конфигурации	168
2. Нагрев пористых тел	171

Часть вторая

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ НАГРЕВЕ

Общие соображения	179
Глава X. Температурные напряжения в пластине	182
1. Вывод общего решения	182
2. Мгновенное изменение температуры поверхности	183
3. Линейное изменение температуры поверхности	187
4. Нагрев при изменяющихся поверхностных условиях	194
5. Нагрев при постоянной температуре печи	195
Глава XI. Температурные напряжения в сплошном цилиндре	199
1. Вывод общих решений	199
2. Мгновенное изменение температуры поверхности	202
3. Линейное изменение температуры поверхности	207
4. Линейное изменение температуры поверхности при наличии температурного градиента в начальный момент	211
5. Нагрев при изменяющихся поверхностных условиях	212
6. Нагрев при постоянной температуре печи	213
Глава XII. Температурные напряжения в полом цилиндре	221
1. Линейное изменение температуры поверхности при двухстороннем нагреве	221
2. Линейное изменение температуры поверхности при одностороннем нагреве	225

Часть третья

НАГРЕВ СЛИТКОВ И ЗАГОТОВОК В ПЕЧАХ РАЗНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Общие соображения	228
Глава XIII. Теплообмен в рабочем пространстве нагревательных печей	229
1. Основные расчетные формулы	229
2. Прочие случаи теплообмена	235

Глава XIV. Свойства стали	237
1. Теплопроводность сталей	238
2. Теплосодержание сталей	245
3. Удельный вес и коэффициент расширения сталей	247
4. Температуропроводность сталей	248
5. Механические свойства сталей	250
6. Размеры, форма и расположение металла в печи	253
Глава XV. Основы правильной технологии нагрева	256
1. Уточнение некоторых понятий	256
2. Температура нагрева сталей	258
3. Допускаемая скорость нагрева	264
4. Установление режима нагрева	275
5. Графическое изображение температурного поля	285
Глава XVI. Нагрев слитков в колодцах	290
1. Конструкции нагревательных колодцев	290
2. Способы нагрева слитков в колодцах	296
3. Охлаждение слитков после разливки	297
4. Нагрев холодных слитков с пересадкой	302
5. Нагрев слитков в камерных колодцах	304
6. Экспериментальные исследования	310
Глава XVII. Нагрев слитков и заготовок в методических печах	320
1. Конструкции методических печей	320
2. Режим нагрева в методических печах и методика расчета	324
3. Экспериментальные данные	335
Глава XVIII. Нагрев круглых слитков и заготовок в перекатных печах	340
1. Конструкции перекатных печей	340
2. Распределение температур в телах круглого сечения	344
3. Методы расчетов	349
4. Заводские исследования	355
Глава XIX. Нагрев труб и трубных пакетов	366
1. Экспериментальные исследования	367
2. Нагрев труб перед калибровкой и редуцированием	374
3. Нагрев в трубосварочных печах	380
4. Нагрев трубных пакетов	381
5. Баллонный отжиг труб	389
Глава XX. Нагрев в тонколистовом производстве	393
1. Особенности нагрева ступок и пакетов	393
2. Методы расчетов	395
Глава XXI. Нагрев в кузнечных и термических печах	398
1. Особенности нагрева в кузнечных печах	398
2. Нормы продолжительности нагрева в кузнечных печах	402
3. Особенности нагрева при термической обработке	405
4. Установление режима термообработки	408
Глава XXII. Некоторые практические выводы и замечания	411
В заключение	418
Приложения	421
Литература	446

ПРЕДИСЛОВИЕ

В целях наиболее полного освещения вопроса технологии нагрева стали около половины всего объема настоящей работы посвящено рассмотрению теоретических основ нагрева, являющихся, как известно, наиболее трудной частью металлургической теплотехники.

Автор при этом принимал во внимание, что книга должна быть использована также для технических расчетов.

Поэтому сложные математические решения представлены в виде доступных для инженеров формул и графиков и сопровождаются большим количеством числовых примеров и практических выводов. Предлагаемые решения подтверждены многочисленными экспериментальными данными, полученными как в лабораторных, так и в заводских условиях.

В книге имеется достаточное количество справочных материалов, необходимых для практических расчетов.

Считаю своим долгом выразить благодарность Б. Н. Финкельштейну, Г. П. Иванцову и И. М. Рафаловичу за ряд ценных указаний, которые мною были приняты во внимание при подготовке рукописи к печати.

Приношу также благодарность сотрудникам кафедры металлургических печей Днепропетровского металлургического института и лаборатории нагрева научно-исследовательского Трубового института за помощь, оказанную мне при составлении рукописи.



ВВЕДЕНИЕ

Нагрев металла является одной из важнейших стадий производственного процесса на металлургических, машиностроительных и других заводах.

Современная наука и техника изыскивают пути и методы ускорения всякого рода процессов. Это распространяется также и на процессы нагрева металла, на проведение которых приходится затрачивать чрезвычайно много времени.

Ускорение нагрева металла способствует увеличению выпуска различных видов продукции, необходимых для восстановления и развития народного хозяйства и укрепления могущества нашей Родины.

Интенсификация нагрева влечет за собой не только увеличение производительности, но и экономию топлива, уменьшение окалинообразования, уменьшение габаритов печей. Наряду с этим, нагрев и охлаждение металла оказывают существенное влияние на качество продукции, на выход первого сорта. Поэтому выбор правильной и обоснованной технологии нагрева и охлаждения металла является большой и важной задачей для технологов.

Нагрев и охлаждение металла, относящиеся к категории нестационарных тепловых процессов, — сложные физические явления. Особенно сложны и разнообразны эти процессы в условиях заводской практики, где в числе многих факторов необходимо учитывать разнообразие сортамента нагреваемого металла, конструкций нагревательных устройств, технологических процессов, для которых предназначается нагрев.

В основе теории нагрева лежит математическая теория теплопроводности. Первой русской работой по теории теплопроводности следует считать работу крупнейшего математика М. В. Остроградского, опубликованную в 1831 г. в Трудах Академии Наук. Оригинальные лекции по теории теплопроводности читались в 1881—1882 гг. известным русским физиком А. Г. Столетовым¹. Однако математическая теория теплопроводности использовалась главным образом для определения коэффициентов теплопроводности.

¹ С. С. Кутателадзе и Р. В. Цукерман, Очерки развития теории теплоты в работах русских ученых XVIII и XIX столетий, Госэнергоиздат, 1949 г.

Одной из первых работ по теории нагрева металла является работа советского металлурга Б. В. Старка: «Явления нагрева металла в муфельных печах», опубликованная в 1926 г.

В период сталинских пятилеток у нас появилось большое количество работ, посвященных теории и практике нагрева металла. К числу этих работ следует отнести труды Н. Н. Доброхотова, Г. П. Иванцова, Д. В. Будрина, И. Д. Семикина, В. Ф. Копытова и многих других.

Значительный вклад в науку о нагреве дает недавно опубликованная книга Г. П. Иванцова «Нагрев металла», являющаяся оригинальным трудом в этой области.

С полным основанием можно считать, что приоритет в деле развития науки о нагреве металла принадлежит Советскому Союзу. Это обстоятельство в сочетании со стахановскими методами работы сыграло положительную роль в улучшении процессов нагрева на заводах.

Дальнейшее ускорение и усовершенствование нагрева может быть обеспечено при наиболее полном использовании и правильном сочетании теории нагрева металла с заводской практикой.

В связи с этим автором была поставлена задача:

внести дополнения и уточнения в математические решения задач теплопроводности в соответствии с требованиями практики и под этим углом зрения дать систематическое и по возможности полное изложение теории нагрева металла;

перенести методы расчетов нагрева, вытекающие из теории, в инженерную практику, указать пути и методы практического решения различных случаев нагрева с целью интенсификации процессов и усовершенствования технологии нагрева на заводах.

Ввиду сложности математических решений автором не затронуты вопросы о влиянии теплоты структурных превращений, а также не учтено влияние окислы на процесс нагрева. Это, однако, не вносит значительной погрешности в инженерные расчеты нагрева, имея в виду большое количество влияющих факторов в производственных условиях.

С целью систематизации и упрощения автором применен дедуктивный способ. Для каждой категории нагрева сперва решается задача в общем виде, а затем путем подстановки, выводятся решения для тех или иных частных случаев нагрева.

В соответствии с разнообразием практических случаев рассматривается большое количество задач, охватывающих нагрев тел различной формы при разных условиях.

Глава I

Общие решения дифференциального уравнения теплопроводности

Задачи, охватывающие нестационарные тепловые процессы, решаются различными методами. Из них наибольший интерес представляют математические методы, основанные на решениях дифференциального уравнения теплопроводности, так называемые методы математической физики.

Эти методы дают возможность получать наиболее полные решения и охватывают разнообразные случаи нагрева.

Наряду с этим применяются приближенные способы решений, в основу которых положен метод конечных разностей.

Для более простых случаев нагрева могут быть использованы аналитические формулы, составленные на основании известных законов теплопередачи и закона сохранения энергии.

Иногда пользуются операционным методом или методом интегрального преобразования, который особенно удобен при решении некоторых задач теплопроводности, например для многоступенчатого нагрева.

1. Принятые обозначения

x, y, z — координаты в прямоугольной системе;

r, φ, z — координаты в цилиндрической системе;

λ — коэффициент теплопроводности, $\text{кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$;

c_p — теплоемкость, $\text{кал/кг} \cdot ^\circ\text{C}$;

γ — удельный вес, кг/м^3 ;

$a = \frac{\lambda}{c_p \gamma}$ — температуропроводность, $\text{м}^2/\text{час}$;

α — коэффициент теплоотдачи, $\text{кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$;

$h = \frac{\alpha}{\lambda}$ — относительный коэффициент теплоотдачи, м^{-1} ;

τ — время, час.;

t_1 — температура печи, $^\circ\text{C}$;

t_n — температура поверхности тела, $^\circ\text{C}$;

t_m — температура середины тела, $^\circ\text{C}$;

t^0 — начальная температура тела, $^\circ\text{C}$;

- t_r° — начальная температура печи, $^\circ\text{C}$;
 t_n° — начальная температура поверхности тела, $^\circ\text{C}$;
 t_c° — начальная температура середины тела, $^\circ\text{C}$;
 $\Delta t = t_n - t_c$ — разность температур поверхности и середины тела, $^\circ\text{C}$;
 $\Delta t^\circ = t_n^\circ - t_c^\circ$ — начальная разность температур поверхности и середины тела, $^\circ\text{C}$;
 Δt_m — наибольшая разность температур по сечению $^\circ\text{C}$;
 X — полная толщина пластины, м ;
 S — расчетная толщина пластины, м ;
 R — радиус цилиндра или наружный радиус полого цилиндра, м ;
 b — внутренний радиус полого цилиндра, м ;
 $K = \frac{R}{b}$ — отношение наружного радиуса полого цилиндра к внутреннему;
 $2S, 2B, 2L$ — линейные размеры параллелепипеда, симметрично обогреваемого со всех сторон, м ;
 $2H$ — высота цилиндра конечной длины, обогреваемого симметрично, м ;
 C — скорость нагрева, $^\circ\text{C}/\text{час}$;
 q — тепловой поток, $\text{кал}/\text{м}^2 \cdot \text{час}$;

2. Дифференциальное уравнение теплопроводности

Основная задача аналитической теории тепла сводится к нахождению распределения температур в теле в зависимости от координат и времени.

Для решения этой задачи необходимо прежде всего вывести дифференциальное уравнение теплопроводности, устанавливающее связь между пространственным и временным изменением температур.

Для вывода этого уравнения можно применить закон теплопроводности, устанавливающий зависимость между тепловым потоком и температурным градиентом:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}, \quad (\text{I—1})$$

где $\frac{dt}{dx}$ — температурный градиент или приращение температуры на единицу расстояния в направлении нормали к изотермической поверхности, $^\circ\text{C}/\text{м}$.

Коэффициентом пропорциональности в этом выражении является коэффициент теплопроводности λ .

Если тепло передается через поверхность F m^2 за время τ , то количество передаваемого тепла:

$$dQ = -\lambda \frac{dt}{dx} F \tau, \text{ кал.}$$

Принимаем следующие условия: 1) тело считается однородным и изотропным; 2) его физические параметры — коэффициент теплопроводности, теплоемкость и удельный вес — постоянны и 3) его агрегатное состояние не меняется.

Рассмотрим при этих условиях процессы, происходящие в элементарном параллелепипеде $dv = dx dy dz$ (рис. 1).

Вывод дифференциального уравнения теплопроводности основан на законе сохранения энергии, согласно которому разность между количествами тепла, подводимого в элементарный параллелепипед за время τ и отводимого из него за то же время, равна изменению его теплосодержания.

Следовательно, если dQ_1 — количество подводимого тепла, кал; dQ_2 — количество отводимого тепла, кал, то изменение теплосодержания

$$dQ = dQ_1 - dQ_2. \quad (I-2)$$

Рассмотрим сперва распространение тепла в одном направлении (например, по оси x).

Согласно закону теплопроводности имеем на левой грани параллелепипеда

$$dQ_1 = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dy dz d\tau. \quad (I-3)$$

Пространственное изменение температурного градиента в направлении оси x будет

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right) \text{ или } \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}.$$

Следовательно, изменение температурного градиента на расстоянии dx составит $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx$, а величина его на правой грани параллелепипеда будет

$$\frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx.$$

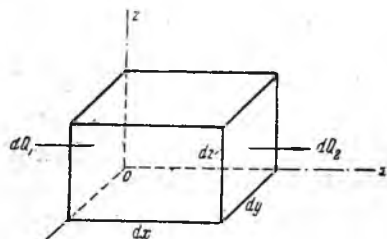


Рис. 1. Распространение тепла в элементарном параллелепипеде

На этом основании количество отводимого тепла

$$dQ_2 = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx \right) dydzd\tau. \quad (I-4)$$

Изменение температуры параллелепипеда за единицу времени составляет $\frac{\partial t}{\partial \tau}$, а количество тепла, соответствующее этому изменению температуры за время $d\tau$:

$$dQ = c_p \gamma dx dy dz \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau. \quad (I-5)$$

После подстановки (I-3), (I-4), (I-5) в выражение (I-2), получаем:

$$c_p \gamma dx dy dz \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau + \\ + \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx \right) dydzd\tau$$

или после сокращения

$$c_p \gamma \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}.$$

Так как

$a = \frac{\lambda}{c_p \gamma}$ — коэффициент температуропроводности, то уравнение принимает следующий вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}. \quad (I-6)$$

Рассматривая таким же образом распространение тепла в направлении осей y и z , получаем дифференциальное уравнение теплопроводности в двухмерном температурном поле

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \quad (I-7)$$

и дифференциальное уравнение теплопроводности в трехмерном температурном поле

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (I-8)$$

Выражение

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \Delta^2$$

называется дифференциальным оператором Лапласа.

Таким образом, уравнение (I-8) представится в следующем виде:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \Delta^2 t. \quad (I-8a)$$

Так как $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ может быть представлено в виде $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)$, то из уравнения (1—6) следует, что изменение температуры со временем пропорционально пространственному изменению температурного градиента, причем коэффициентом пропорциональности в этом уравнении является теплопроводность a . Физический смысл этого коэффициента вытекает из следующих рассуждений.

Коэффициент теплопроводности λ означает количество теплоты, которое проходит в единицу времени через вещество объемом в 1 м^3 при разности температур на противоположных гранях в 1° .

Произведение $c_p \gamma$ представляет собою полную теплоемкость этого же объема вещества. Поэтому частное от деления λ на $c_p \gamma$ есть не что иное, как изменение температуры в единицу времени. Отсюда константа a и получила название коэффициента температуропроводности.

Температуропроводность является мерой скорости выравнивания температур в различных точках тела.

Уравнение теплопроводности в цилиндрической системе координат имеет следующий вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (1-9)$$

Для получения однозначного решения дифференциального уравнения теплопроводности в декартовой или цилиндрической системе координат необходимо задаться следующими дополнительными, так называемыми краевыми условиями:

1) начальным условием, характеризующим распределение температур в теле в какой-либо заданный, например, в начальный момент (при $\tau = 0$);

2) поверхностными или граничными условиями, показывающими изменение температуры на поверхности тела или взаимодействие поверхности тела с окружающей его средой.

Существуют три способа задания поверхностных условий:

поверхностное условие первого рода, когда задано распределение температур на поверхности тела, как функция координат и времени;

поверхностное условие второго рода, когда известен тепловой поток;

поверхностное условие третьего рода, когда заданы температура среды, окружающей тело, и закон теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой.

Из изложенного следует, что отыскиваемая функция, характеризующая температурное поле в пространстве и времени, должна с одной стороны удовлетворять дифференциальному

уравнению теплопроводности, с другой — начальным и поверхностным условиям.

Кроме переменных координат и времени, на температурное поле влияют и другие величины: физические константы, размеры тела и др. Поэтому наиболее удобно решения уравнения теплопроводности представлять в виде зависимости комплексных безразмерных величин — критериев и симплексов¹: вместо температур применяется температурный критерий или симплекс, вместо времени τ — критерий Фурье $\frac{a\tau}{S^2}$, вместо координаты

x — симплекс $\frac{x}{S}$; и т. д.

Представление решений в виде критериальных зависимостей позволяет сократить число величин, облегчает построение графиков и упрощает практическое применение весьма сложных математических решений.

В дальнейшем будут рассмотрены задачи, охватывающие тела различных форм, а именно:

- 1) пластина бесконечной длины и ширины;
- 2) прямоугольная призма бесконечной длины;
- 3) прямоугольный параллелепипед;
- 4) сплошной цилиндр бесконечной длины;
- 5) сплошной цилиндр конечной длины;
- 6) полый цилиндр бесконечной длины;
- 7) полый цилиндр конечной длины и, кроме того,
- 8) неоднородные тела.

Для каждой из перечисленных форм принимаются следующие варианты краевых условий.

Н а ч а л ь н ы е у с л о в и я:

1) температура тела — функция координат (общий случай);

2) температура тела — постоянная величина;

3) параболическое распределение температур.

П о в е р х н о с т н ы е у с л о в и я:

1) температура поверхности — функция времени (общий случай);

2) температура поверхности — постоянная величина;

3) линейное изменение температуры поверхности;

4) нагрев при постоянном тепловом потоке;

5) температура окружающей среды — функция времени;

6) температура окружающей среды — постоянная величина;

7) линейное изменение температуры окружающей среды;

8) изменяющиеся условия на поверхности.

¹ Симплекс представляет собою отношение величин одинаковой размерности.

Наконец, будет рассмотрен нагрев при симметричном и не симметричном распределении температур.

Для большей части выведенных решений была выполнена большая вычислительная работа, в результате которой решения представлены в графическом виде, значительно упрощающем их практическое применение.

3. Решения уравнения теплопроводности в декартовой системе координат при поверхностных условиях первого рода

В приведенных ниже задачах 1, 2 и 3 выводятся последовательно общие решения уравнения теплопроводности в одно-, двух- и трехмерном температурном поле, при поверхностных условиях первого рода, т. е. при заданных температурах на поверхности тела.

Задача 1. Пластина бесконечной длины и ширины толщиной $2S$ с коэффициентом теплопроводности a имеет в начальный момент симметричное распределение температур по сечению, зависящее от координаты x (рис. 2). На обеих поверхностях пластины температура одинаково изменяется во времени. Найти при этих условиях решение уравнения теплопроводности.

Так как в данном случае рассматривается одномерное температурное поле, то решается уравнение (I—6) при поверхностных условиях

$$t|_{x=\pm S} = \varphi(\tau)$$

и при начальном условии

$$t|_{\tau=0} = F(x).$$

Решение уравнения будем искать в виде

$$t = \varphi(\tau) + u(x, \tau), \quad (\text{I—10})$$

где u — пока неизвестная функция от x и τ .

Тогда

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \varphi'(\tau) + \frac{\partial u}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

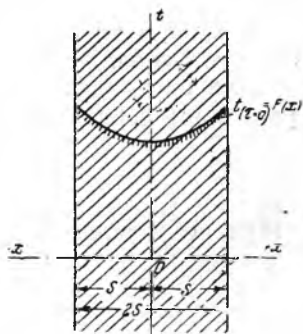


Рис. 2. Распределение температур в бесконечно большой пластине

После подстановки последних выражений в уравнение теплопроводности (I—6), получаем

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \varphi'(\tau). \quad (\text{I—11})$$

Очевидно, искомая функция u должна удовлетворять следующим краевым условиям:

$$\begin{aligned} u|_{x=\pm S} &= 0, \\ u|_{\tau=0} &= F(x) - \varphi(0). \end{aligned}$$

Решение уравнения (I—11) можно представить в форме бесконечного ряда

$$u = \sum_{l=1}^{\infty} A_l(\tau) \cos \delta_l \frac{x}{S}, \quad (\text{I—11a})$$

где

$$\delta_l = \frac{2l-1}{2} \pi \quad (l = 1, 2, 3 \dots).$$

Взятая в таком виде функция u будет удовлетворять граничным условиям.

Для определения $A_l(\tau)$ свободный член уравнения (I—11) разложим в ряд Фурье:

$$-\varphi'(\tau) = \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l \cos \delta_l \frac{x}{S}, \quad (\text{I—12})$$

откуда определяем

$$\alpha_l = \frac{\int_{-S}^{+S} [-\varphi'(\tau)] \cos \delta_l \frac{x}{S} dx}{\int_{-S}^{+S} \cos^2 \delta_l \frac{x}{S} dx}.$$

В результате интегрирования получаем

$$\alpha_l = - \frac{2(-1)^{l+1} \varphi'(\tau)}{\delta_l}. \quad (\text{I—13})$$

После соответствующей подстановки уравнение (I—11), примет вид:

$$\sum_{l=1}^{\infty} A'_l(\tau) \cos \delta_l \frac{x}{S} = - \frac{a}{S^2} \sum_{l=1}^{\infty} A_l(\tau) \delta_l^2 \cos \delta_l \frac{x}{S} + \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l \cos \delta_l \frac{x}{S},$$

откуда после сокращения получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$A_l'(\tau) + \frac{a}{S^2} \delta_l^2 A_l(\tau) = \alpha_l. \quad (I-14)$$

Решение этого уравнения общеизвестными приемами дает

$$A_l(\tau) = C_l e^{-\frac{a}{\delta_l^2} \frac{a\tau}{S^2}} + e^{-\frac{a}{\delta_l^2} \frac{a\tau}{S^2}} \int_0^{\tau} e^{\frac{a}{\delta_l^2} \frac{a\tau}{S^2}} \alpha_l d\tau. \quad (I-15)$$

Постоянная C_l определяется из начальных условий.

Имеем

$$F(x) - \varphi(0) = \sum_{l=1}^{\infty} C_l \cos \delta_l \frac{x}{S},$$

откуда

$$C_l = \frac{\int_{-S}^{+S} [F(x) - \varphi(0)] \cos \delta_l \frac{x}{S} dx}{\int_{-S}^{+S} \cos^2 \delta_l \frac{x}{S} dx}$$

или

$$C_l = \frac{1}{S} \int_{-S}^{+S} [F(x) - \varphi(0)] \cos \delta_l \frac{x}{S} dx.$$

Подставив в выражение (I-15) найденное значение C_l и значение α_l из уравнения (I-13), получим

$$A_l(\tau) = \frac{1}{S} e^{-\frac{a}{\delta_l^2} \frac{a\tau}{S^2}} \int_{-S}^{+S} [F(x) - \varphi(0)] \cos \delta_l \frac{x}{S} dx - \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l} e^{-\frac{a}{\delta_l^2} \frac{a\tau}{S^2}} \int_0^{\tau} e^{\frac{a}{\delta_l^2} \frac{a\tau}{S^2}} \varphi'(\tau) d\tau. \quad (I-16)$$

Наконец, после подстановки (I-16) в (I-11 а), а затем в (I-10) и преобразований, решение уравнения теплопроводности выразится в следующем виде:

$$t = \varphi(\tau) + \frac{1}{S} \sum_{l=1}^{\infty} \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\frac{a}{\delta_l^2} \frac{a\tau}{S^2}} \int_{-S}^{+S} [F(x) - \varphi(0)] \cos \delta_l \frac{x}{S} dx - 2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^{l+1}}{\delta_l} \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\frac{a}{\delta_l^2} \frac{a\tau}{S^2}} \int_0^{\tau} e^{\frac{a}{\delta_l^2} \frac{a\tau}{S^2}} \varphi'(\tau) d\tau. \quad (I-17)$$

Выведенное общее решение (I—17) в дальнейшем будет использовано для рассмотрения некоторых частных случаев.

Задача 2. Прямоугольная призма бесконечной длины сечением $2S \times 2B$ с коэффициентом температуропроводности a имеет в начальный момент распределение температур, зависящее от координат x и y . На поверхностях температура одинаково изменяется во времени.

Задача сводится к решению дифференциального уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right), \quad (\text{I—18})$$

при поверхностных условиях

$$t|_{x=\pm S} = \varphi(\tau); \quad t|_{y=\pm B} = \varphi(\tau)$$

и при начальном условии

$$t|_{\tau=0} = F(x, y).$$

Решение будем разыскивать в виде:

$$t = \varphi(\tau) + u(x, y, \tau). \quad (\text{I—19})$$

После подстановки (I—19) в уравнение (I—18), получим

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \varphi'(\tau). \quad (\text{I—20})$$

Искомая функции u должна удовлетворять уравнению (I—20) при граничных условиях

$$u|_{x=\pm S} = 0; \quad u|_{y=\pm B} = 0$$

и при начальном условии

$$u|_{\tau=0} = F(x, y) - \varphi(0).$$

Решение уравнения (I—20) будем искать в виде двойного ряда:

$$u = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{l,m}(\tau) \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B}; \quad (\text{I—21})$$

где

$$\delta_l = \frac{2l-1}{2} \pi (l = 1, 2, 3 \dots);$$

$$\delta_m = \frac{2m-1}{2} \pi (m = 1, 2, 3 \dots).$$

Свободный член уравнения (I—20) разлагаем в двойной ряд Фурье:

$$-\varphi'(\tau) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_{l,m} \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B}, \quad (\text{I—22})$$

откуда

$$\alpha_{l,m} = \frac{\int_{-S}^{+S} \int_{-B}^{+B} [-\varphi'(\tau)] \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} dx dy}{\int_{-S}^{+S} \int_{-B}^{+B} \cos^2 \delta_l \frac{x}{S} \cos^2 \delta_m \frac{y}{B} dx dy}$$

или

$$\alpha_{l,m} = \frac{4(-1)^{l+m} \varphi'(\tau)}{\delta_l \delta_m}. \quad (\text{I—23})$$

После подстановки выражений (I—21) и (I—22) в уравнение (I—20) и сокращений получаем

$$A'_{l,m}(\tau) + a \left(\frac{\delta_l^2}{S^2} + \frac{\delta_m^2}{B^2} \right) A_{l,m}(\tau) = \alpha_{l,m}. \quad (\text{I—24})$$

Решение этого уравнения дает

$$A_{l,m}(\tau) = C_{l,m} e^{-\beta_2 a \tau} + e^{-\beta_2 a \tau} \int_0^{\tau} e^{\beta_2 a \tau} \alpha_{l,m} d\tau, \quad (\text{I—25})$$

где

$$\beta_2 = \frac{\delta_l^2}{S^2} + \frac{\delta_m^2}{B^2}.$$

Постоянная $C_{l,m}$ определяется из начальных условий:

$$C_{l,m} = \frac{\int_{-S}^{+S} \int_{-B}^{+B} [F(x, y) - \varphi(0)] \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} dx dy}{\int_{-S}^{+S} \int_{-B}^{+B} \cos^2 \delta_l \frac{x}{S} \cos^2 \delta_m \frac{y}{B} dx dy}$$

или

$$C_{l,m} = \frac{1}{SB} \int_{-S}^{+S} \int_{-B}^{+B} [F(x, y) - \varphi(0)] \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} dx dy. \quad (\text{I—26})$$

В результате подстановки (I—23) и (I—26) в (I—25), а затем (I—25) в (I—21) и (I—21) в (I—19) решение заданного уравнения (I—18) получается в виде

$$\begin{aligned}
 t = & \varphi(\tau) + \frac{1}{SB} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} e^{-\beta_2 a \tau} \cdot \\
 & \cdot \int_{-S}^{+S} \int_{-B}^{+B} [F(x, y) - \varphi(0)] \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} dx dy - \\
 & - 4 \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{l+m}}{\delta_l \delta_m} \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} e^{-\beta_2 a \tau} \cdot \\
 & \cdot \int_0^{\tau} e^{\beta_2 a \tau'} \varphi'(\tau') d\tau', \quad (I-27)
 \end{aligned}$$

где

$$\beta_2 = \frac{\delta_l^2}{S^2} + \frac{\delta_m^2}{B^2}.$$

Задача 3. Прямоугольный параллелепипед размерами $2S \times 2B \times 2L$ с коэффициентом температуропроводности a имеет в начальный момент распределение температур, зависящее от координат x , y и z . На поверхностях температура одинаково изменяется во времени.

В данном случае решается уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (I-28)$$

при граничных условиях

$$\left. t \right|_{\substack{x = \pm S \\ y = \pm B \\ z = \pm L}} = \varphi(\tau)$$

и при начальном условии

$$t|_{\tau=0} = F(x, y, z).$$

Решая эту задачу изложенными выше приемами, получаем

$$\begin{aligned}
 t = \varphi(\tau) + \frac{1}{SBL} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} \cos \delta_n \frac{z}{L} e^{-\beta_3 a \tau} \cdot \\
 \cdot \int_{-S}^{+S} \int_{-B}^{+B} \int_{-L}^{+L} [F(x, y, z) - \varphi(0)] \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} \cos \delta_n \frac{z}{L} \cdot \\
 \cdot dx dy dz - \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8(-1)^{l+m+n+1}}{\delta_l \delta_m \delta_n} \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} \cos \delta_n \frac{z}{L} \cdot \\
 \cdot e^{-\beta_3 a \tau} \int_0^{\tau} e^{\beta_3 a \tau} \varphi'(\tau) d\tau, \quad (I-29)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \delta_l &= \frac{2l-1}{2} \pi (l = 1, 2, 3, \dots); \\
 \delta_m &= \frac{2m-1}{2} \pi (m = 1, 2, 3, \dots); \\
 \delta_n &= \frac{2n-1}{2} \pi (n = 1, 2, 3, \dots); \\
 \beta_3 &= \frac{\delta_l^2}{S^2} + \frac{\delta_m^2}{B^2} + \frac{\delta_n^2}{L^2}.
 \end{aligned}$$

Выведенные общие решения (I-17), (I-27) и (I-29) дают возможность получить частные решения в одном, двух и трех измерениях при любом изменении температуры поверхности, выражаемом функцией φ , и при любом начальном условии, выражаемом функцией F .

4. Решения уравнения теплопроводности

в декартовой системе координат при поверхностных условиях третьего рода

В задачах 4, 5 и 6 выводятся последовательно общие решения уравнения теплопроводности в одно- двух- и трехмерном температурном поле при граничных условиях третьего рода, т. е. при заданной температуре окружающей среды.

Задача 4. Пластина бесконечной длины и ширины толщиной $2S$ с коэффициентом температуропроводности a имеет в начальный момент симметричное распределение температур,

зависящее от координаты x (см. рис. 2). Температура окружающей среды с обеих сторон пластины является одной и той же функцией времени. Условия теплообмена также одинаковы. Найти распределение температур.

Решаем уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (I-30)$$

при поверхностных условиях

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=\pm S} = \pm h [\varphi(\tau) - t]$$

и при начальном условии

$$t|_{\tau=0} = F(x).$$

Решение уравнения разыскиваем в виде

$$t = \varphi(\tau) + u(x, \tau). \quad (I-31)$$

После подстановки (I-31) в уравнение (I-30) получаем

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \varphi'(\tau). \quad (I-32)$$

Функция u должна удовлетворять уравнению (I-32) при поверхностных условиях

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=\pm S} = \mp hu \quad (I-32a)$$

и при начальном условии

$$u|_{\tau=0} = F(x) - \varphi(0). \quad (I-32b)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде

$$u = \sum_{l=1}^{\infty} A_l(\tau) \cos \eta_l \frac{x}{S}. \quad (I-33)$$

Подставляя (I-33) в граничные условия (I-32a), получаем:

$$\frac{1}{S} \sum_{l=1}^{\infty} \eta_l A_l(\tau) \sin \eta_l = h \sum_{l=1}^{\infty} A_l(\tau) \cos \eta_l$$

откуда

$$\frac{\eta_l}{hS} = \operatorname{ctg} \eta_l. \quad (I-34)$$

Таким образом для удовлетворения поверхностных условий (I-32a) необходимо, чтобы величины η_l ($\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots$), были

корнями трансцендентного уравнения (I—34). Корни этого уравнения в зависимости от величины hS определяются из табл. 1 приложения.

Для определения $A_l(\tau)$ свободный член уравнения (I—32) разлагаем в ряд Фурье:

$$-\varphi'(\tau) = \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l \cos \eta_l \frac{x}{S}, \quad (\text{I—35})$$

откуда определяем

$$z_l = \frac{\int_{-S}^{+S} [-\varphi'(\tau)] \cos \eta_l \frac{x}{S} dx}{\int_{-S}^{+S} \cos^2 \eta_l \frac{x}{S} dx} = \frac{-2\varphi'(\tau) \sin \eta_l}{\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l}. \quad (\text{I—36})$$

После подстановки (I—33) и (I—35) в уравнение (I—32) и сокращений получаем уравнение

$$A_l'(\tau) + \frac{a}{S^2} \eta_l^2 A_l(\tau) = z_l,$$

решение которого будет:

$$A_l(\tau) = C_l e^{-\frac{2}{\eta_l} \frac{a\tau}{S^2}} + e^{-\frac{2}{\eta_l} \frac{a\tau}{S^2}} \int_0^{\tau} e^{\frac{2}{\eta_l} \frac{a\tau}{S^2}} \alpha_l d\tau. \quad (\text{I—37})$$

Для определения C_l пользуемся начальными условиями:

$$C_l = \frac{\int_{-S}^{+S} [F(x) - \varphi(0)] \cos \eta_l \frac{x}{S} dx}{\int_{-S}^{+S} \cos^2 \eta_l \frac{x}{S} dx} =$$

$$= \frac{\eta_l \int_{-S}^{+S} [F(x) - \varphi(0)] \cos \eta_l \frac{x}{S} dx}{S(\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l)}. \quad (\text{I—38})$$

Наконец, подставив (I-36) и (I-38) в уравнение (I-37), а затем (I-37) в (I-33) и (I-33) в (I-31), получим:

$$\begin{aligned}
 t = \varphi(\tau) + \frac{x}{S} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\eta_l}{\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l} \cos \eta_l \frac{x}{S} e^{-\eta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} \cdot \\
 \cdot \int_{-S}^{+S} [F(x) - \varphi(0)] \cos \eta_l \frac{x}{S} dx - \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2 \sin \eta_l}{\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l} \cos \eta_l \frac{x}{S} e^{-\eta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} \cdot \\
 \cdot \int_0^{\tau} e^{\eta_l^2 \frac{a\tau'}{S^2}} \varphi'(\tau') d\tau'. \quad (I-39)
 \end{aligned}$$

Задача 5. Аналогичная задача для прямоугольной призмы бесконечной длины сечением $2S \times 2B$ характеризуется граничными условиями

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=\pm S} = \pm h[\varphi(\tau) - t]; \quad \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=\pm B} = \pm h[\varphi(\tau) - t]$$

и начальным условием

$$t|_{\tau=0} = F(x, y).$$

Решая эту задачу изложенными выше методами, получаем:

$$\begin{aligned}
 t = \varphi(\tau) + \frac{1}{SB} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_l \cos \eta_l \frac{x}{S} A_m \cos \eta_m \frac{y}{B} e^{-\beta_2 a \tau} \cdot \\
 \cdot \int_{-S}^{+S} \int_{-B}^{+B} [F(x, y) - \varphi(0)] \cos \eta_l \frac{x}{S} \cos \eta_m \frac{y}{B} dx dy - \\
 - \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_l \cos \eta_l \frac{x}{S} B_m \cos \eta_m \frac{y}{B} e^{-\beta_2 a \tau} \int_0^{\tau} e^{\beta_2 a \tau'} \varphi'(\tau') d\tau', \quad (I-40)
 \end{aligned}$$

где

$$\beta_2 = \frac{\gamma_l^2}{S^2} + \frac{\gamma_m^2}{B^2}; A_l = \frac{\gamma_l}{\gamma_l + \sin \gamma_l \cos \gamma_l};$$

$$A_m = \frac{\gamma_m}{\gamma_m + \sin \gamma_m \cos \gamma_m}; \quad B_l = \frac{2 \sin \gamma_l}{\gamma_l + \sin \gamma_l \cos \gamma_l};$$

$$B_m = \frac{2 \sin \gamma_m}{\gamma_m + \sin \gamma_m \cos \gamma_m};$$

 γ_l — корни уравнения (1—34); γ_m — корни уравнения

$$\frac{\gamma_m}{hB} = \operatorname{ctg} \gamma_m. \quad (1-41)$$

Задача 6. Для прямоугольного параллелепипеда размером $2S \times 2B \times 2L$ поверхностные условия третьего рода выражаются следующим образом:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=\pm S} = \pm h [\varphi(\tau) - t]; \quad \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=\pm B} = \pm h [\varphi(\tau) - t];$$

$$\left. \frac{\partial t}{\partial z} \right|_{z=\pm L} = \pm h [\varphi(\tau) - t];$$

$$t|_{\tau=0} = F(x, y, z).$$

В результате решения этой задачи получаем

$$t = \varphi(\tau) + \frac{1}{SBL} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_l \cos \gamma_l \frac{x}{S} A_m \cos \gamma_m \frac{y}{B} A_n \cos \gamma_n \frac{z}{L} \cdot$$

$$\cdot \int_{-S}^{+S} \int_{-B}^{+B} \int_{-L}^{+L} [F(x, y, z) - \varphi(0)] \cos \gamma_l \frac{x}{S} \cos \gamma_m \frac{y}{B} \cos \gamma_n \frac{z}{L} \cdot$$

$$\cdot dx dy dz - \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_l \cos \gamma_l \frac{x}{S} B_m \cos \gamma_m \frac{y}{B} B_n \cos \gamma_n \frac{z}{L} \cdot$$

$$\cdot e^{-\beta_3 a \tau} \int_0^{\tau} e^{-\beta_3 a \tau'} \varphi'(\tau') d\tau', \quad (1-42)$$

где

$$A_n = \frac{h_n}{h_n + \sin \gamma_n \cos \gamma_n}; \quad B_n = \frac{2 \sin \gamma_n}{\gamma_n + \sin \gamma_n \cos \gamma_n};$$

η_l — корни уравнения (I—34);

η_m — корни уравнения (I—41);

η_n — корни уравнения

$$\frac{\eta_n}{hL} = \operatorname{ctg} \eta_n; \quad (I-43)$$

$$\beta_3 = \frac{\eta_l^2}{S^2} + \frac{\eta_m^2}{B^2} + \frac{\eta_n^2}{L^2}.$$

Сравнивая решения задач 1, 2, 3 с соответствующими решениями задач 4, 5, 6, нетрудно видеть, что решения уравнений теплопроводности при поверхностных условиях первого рода можно рассматривать как частные случаи соответствующих решений при поверхностных условиях третьего рода.

Действительно, принимая в решениях (I—39), (I—40) и (I—42),

$$\eta_l = \frac{2l-1}{2} \pi; \quad \eta_m = \frac{2m-1}{2} \pi; \quad \eta_n = \frac{2n-1}{2} \pi,$$

получаем решения (I—17), (I—27) и (I—29).

5. Решения уравнения теплопроводности в цилиндрической системе координат

В задачах 7 и 8 выводятся общие решения уравнений теплопроводности для сплошного цилиндра бесконечной и конечной длины при поверхностных условиях первого рода, а в задачах 9 и 10 — аналогичные решения при поверхностных условиях третьего рода.

Задача 7. Сплошной цилиндр бесконечной длины с радиусом R и коэффициентом температуропроводности a имеет в начальный момент симметричное распределение температур по сечению, зависящее от радиуса. На поверхности температура изменяется как функция времени.

Так как в данном случае рассматривается одномерное температурное поле, задача сводится к решению дифференциального уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (I-44)$$

при граничном условии

$$t|_{r=R} = \varphi(\tau)$$

и при начальном условии

$$t|_{\tau=0} = F(r).$$

Решение уравнения ищем в виде

$$t = \varphi(\tau) + u(r, \tau). \quad (I-45)$$

После подстановки (I-45) в уравнение (I-44), получаем

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \varphi'(\tau). \quad (I-46)$$

Искомая функция u должна удовлетворять уравнению (I-46) при граничном условии

$$u|_{r=R} = 0$$

и при начальном условии

$$u|_{\tau=0} = F(r) - \varphi(0).$$

Решение уравнения (I-46) может быть представлено в виде ряда

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\tau) I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right), \quad (I-47)$$

где I_0 — функция Бесселя нулевого порядка.

Для удовлетворения граничного условия необходимо, чтобы

$$I_0(\mu_n) = 0,$$

т. е. μ_n должны быть корнями последнего уравнения. Корни эти могут быть определены по табл. 3 приложения.

По аналогии с предыдущими задачами свободный член уравнения (I-46) разлагаем в ряд по функциям Бесселя:

$$-\varphi'(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right), \quad (I-48)$$

откуда

$$\alpha_n = \frac{\int_0^R -\varphi'(\tau) I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) r dr}{\int_0^R I_0^2\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) r dr} = -2 \frac{\varphi'(\tau)}{\mu_n I_1(\mu_n)}, \quad (I-49)$$

где I_1 — функция Бесселя первого порядка.

Подставив теперь (I-47) и (I-48) в уравнение (I-46) и произведя сокращения, получим:

$$A_n'(\tau) + \frac{a}{R^2} \mu_n^2 A_n(\tau) = \alpha_n. \quad (I-50)$$

Решение этого уравнения получается в виде

$$A_n(\tau) = C_n e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \int_0^{\tau} e^{\mu_n^2 \frac{a\tau'}{R^2}} z_n d\tau', \quad (I-51)$$

где C_n — определяется из начальных условий:

$$F(r) - \varphi(0) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right),$$

откуда

$$C_n = \frac{\int_0^R [F(r) - \varphi(0)] I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) r dr}{\int_0^R I_0^2 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) r dr} = \frac{2}{R^2 I_1^2(\mu_n)} \cdot \int_0^R [F(r) - \varphi(0)] I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) r dr. \quad (I-52)$$

После подстановки (I-52) в (I-51), а затем (I-51) в (I-47), и (I-47) в (I-45) решение уравнения (I-44) получим в виде

$$t = \varphi(\tau) + \frac{2}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{I_1^2(\mu_n)} I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \cdot \int_0^R [F(r) - \varphi(0)] I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) r dr - \\ - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n I_1(\mu_n)} I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \int_0^{\tau} e^{\mu_n^2 \frac{a\tau'}{R^2}} \varphi'(\tau') d\tau'. \quad (I-53)$$

Задача 8. Сплошной цилиндр радиусом R и высотой $2H$ с коэффициентом температуропроводности a имеет в начальный момент распределение температур, зависящее от координат r и z . На поверхностях температура является одной и той же функцией времени.

Для вывода пользуемся уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (I-54)$$

Уравнение это решается при граничных условиях

$$t|_{r=R} = \varphi(\tau)$$

$$t|_{z=\pm H} = \varphi(\tau)$$

и при начальном условии

$$t|_{\tau=0} = F(r, z).$$

В результате применения таких же методов решения уравнения теплопроводности, как в предыдущих задачах, получим:

$$\begin{aligned} t = & \varphi(\tau) + \frac{2}{HR^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \cos \delta_m \frac{z}{H} \cdot \frac{1}{I_1^2(\mu_n)} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\beta a \tau} \cdot \\ & \cdot \int_{-H}^{+H} \int_0^R [F(r, z) - \varphi(0)] \cos \delta_m \frac{z}{H} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dz r dr - \\ & - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{m+1}}{\delta_m \mu_n I_1(\mu_n)} \cos \delta_m \frac{z}{H} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\beta a \tau} \cdot \\ & \cdot \int_0^{\tau} e^{\beta a \tau'} \varphi'(\tau') d\tau', \end{aligned} \quad (I-55)$$

где

$$\delta_m = \frac{2m-1}{2} \pi;$$

$$\beta = \frac{\delta_m^2}{H^2} + \frac{\mu_n^2}{R^2}.$$

Задача 9. Сплошной цилиндр бесконечной длины радиусом R с коэффициентом температуропроводности a имеет в начальный момент по сечению симметричное распределение температур, зависящее от радиуса. Температура окружающей среды является функцией времени.

Решение уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (I-56)$$

при граничном условии

$$\left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=R} = h[\varphi(\tau) - t]$$

и при начальном условии

$$t|_{\tau=0} = F(r)$$

ищем в виде

$$t = \varphi(\tau) + u(r, \tau). \quad (I-57)$$

Функция u должна удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \varphi'(\tau) \quad (I-58)$$

при граничном условии

$$\left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R} = -hu$$

и при начальном условии

$$u|_{\tau=0} = F(r) - \varphi(0).$$

Решение уравнения (I-58) можно представить в виде:

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\tau) I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right). \quad (I-59)$$

Из граничных условий следует:

$$\mu_n I_1(\mu_n) = h R I_0(\mu_n). \quad (I-60)$$

Таким образом, для удовлетворения граничных условий необходимо, чтобы $\mu_n (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots)$ были корнями уравнения (I-60). Эти корни могут быть определены по табл. 4 приложения в зависимости от значения hR .

По аналогии с предыдущими задачами свободный член уравнения (I-58) разлагаем в ряд:

$$-\varphi'(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right), \quad (I-61)$$

откуда

$$\alpha_n = - \frac{2 \varphi'(\tau) I_1(\mu_n)}{\mu_n [I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)]}. \quad (I-62)$$

Далее, после подстановок и преобразований получаем уравнение

$$A_n'(\tau) + \frac{\mu_n^2}{R^2} a A_n(\tau) = \alpha_n,$$

решение которого будет:

$$A_n(\tau) = C_n e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \int_0^{\tau} e^{\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \alpha_n d\tau,$$

где C_n определяется из начальных условий:

$$C_n = \frac{2 \int_0^R [F(r) - \varphi(0)] I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) r dr}{R^2 [I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)]}.$$

Окончательно

$$t = \varphi(\tau) + \frac{1}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} K_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \cdot \int_0^R [F(r) - \varphi(0)] I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) r dr - \\ - \sum_{n=1}^{\infty} L_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \int_0^{\tau} e^{\mu_n^2 \frac{a\tau'}{R^2}} \varphi'(\tau') d\tau', \quad (I-63)$$

где

$$K_n = \frac{2}{I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)}; \quad L_n = \frac{2 I_1(\mu_n)}{\mu_n [I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)]}.$$

Задача 10. Аналогичная задача для сплошного цилиндра радиусом R и конечной длиной $2H$ характеризуется следующими граничными условиями:

$$\frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{r=R} = h[\varphi(\tau) - t]; \quad \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{z=\pm H} = \pm h[\varphi(\tau) - t]$$

и начальным условием $t|_{\tau=0} = F(r, z)$.

Решая при этих условиях теми же методами уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right),$$

получаем:

$$t = \varphi(\tau) + \frac{1}{HR^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_m \cos \eta_m \frac{z}{H} K_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\beta a \tau} \cdot \\ \cdot \int_{-H}^{+H} \int_0^R [F(r, z) - \varphi(0)] \cos \eta_m \frac{z}{H} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dz r dr - \\ - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_m \cos \eta_m \frac{z}{H} \cdot L_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\beta a \tau} \cdot \\ \cdot \int_0^{\tau} e^{\beta a \tau'} \varphi'(\tau') d\tau', \quad (I-64)$$

где η_m — корни уравнения (I—41);
 ν_n — корни уравнения (I—60).

$$\beta = \frac{\eta_m^2}{H^2} + \frac{\nu_n^2}{R^2};$$

A_m и B_m см. стр. 25.

Сравнивая решения задач 7 и 8 с соответствующими решениями задач 9 и 10, можно повторить ранее сделанный вывод, что решения уравнений теплопроводности при поверхностных условиях первого рода следует рассматривать как частные случаи соответствующих решений при условиях третьего рода. Действительно, при $I_0(\nu_n) = 0$ и $\eta_m = \frac{2m-1}{2} \pi$ в решениях (I—63) и (I—64) мы получаем (I—53) и (I—55).

Пользуясь общими решениями, выведенными в задачах I—10, перейдем к рассмотрению частных случаев путем подстановки соответствующих выражений для ω и F в подынтегральные функции.

В первую очередь будут исследованы следующие случаи, имеющие большое значение для практики:

а) распределение температур в теле при постоянной температуре поверхности;

б) нагрев при линейном изменении температуры поверхности и при постоянном тепловом потоке;

в) нагрев при постоянной температуре и при линейном изменении температуры окружающей среды.

Глава II

Решения уравнения теплопроводности при постоянной температуре поверхности тела

1. Одномерная задача

С точки зрения математического анализа задачи этой категории являются наиболее простыми, так как поверхностные условия здесь выражаются постоянной величиной. В то же время эти задачи имеют большое практическое значение, так как они могут быть использованы для случаев нагрева или охлаждения с мгновенным изменением температуры поверхности тела, для процессов выдержки и т. п.

Аналитически граничные условия получаются в следующем виде:

для пластины бесконечной длины и ширины

$$t|_{x=\pm S} = \varphi(\tau) = t_n; \quad (\text{II—1a})$$

для цилиндра бесконечной длины

$$t|_{r=R} = \varphi(\tau) = t_n, \quad (\text{II—1б})$$

где t_n — постоянная величина.

Рассмотрим три варианта начальных условий.

а) Первый вариант — мгновенное изменение температуры поверхности, при отсутствии температурного градиента в начальный момент.

Таким образом, начальные условия имеют вид:

для пластины бесконечной длины

$$t|_{\tau=0} = F(x) = t^0; \quad (\text{II—2a})$$

для цилиндра бесконечной длины

$$t|_{\tau=0} = F(r) = t^0. \quad (\text{II—2б})$$

Краевые условия (II—1a) и (II—2a) для бесконечной пластины графически представлены на рис. 3, а.

Задача эта формулируется следующим образом.

В теле, имеющем в начальный момент одинаковую по всему объему температуру t^0 , происходит мгновенное изменение температуры на поверхностях до постоянной величины, равной t_n .

Подставляя (II—1a) и (II—2a) в общее решение (1—17) задачи I

и произведя интегрирование и преобразования, получаем для бесконечно большой пластины следующее решение:

$$t = t_n + (t^0 - t_n) \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l} \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}}, \quad (\text{II—3})$$

где

$$\delta_l = \frac{2l-1}{2} \pi.$$

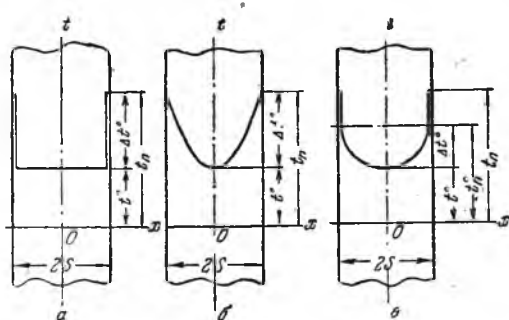


Рис. 3. Мгновенное изменение температуры поверхности тела

В этом решении сумма бесконечного ряда может быть выражена как функция двух безразмерных параметров: величины критерия Фурье $\frac{a\tau}{S^2}$, содержащей время τ , и величины (симплекса) $\frac{x}{S}$, содержащей координату x .

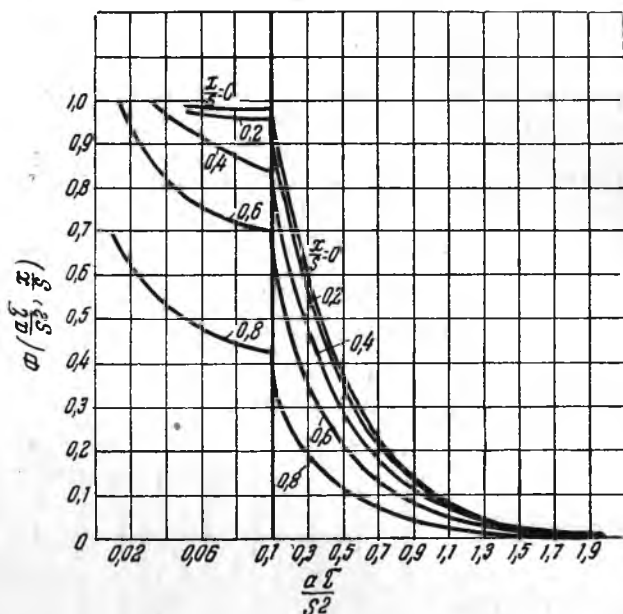


Рис. 4. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$ для пластины при постоянной температуре поверхности (I вариант)

Отсюда после перенесения температур в левую часть решение (II—3) может быть представлено в общем виде:

$$\frac{t - t_{II}}{t^o - t_{II}} = \Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right). \quad (\text{II—4})$$

Значения функций Φ были нами вычислены и изображены на рис. 4.

После подстановки (II—16) и (II—26) в решение (I—53) задачи 7 и последующих преобразований, получаем для цилиндра

дра бесконечной длины

$$t = t_{\text{п}} + (t^{\circ} - t_{\text{п}}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n I_1(\mu_n)} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}, \quad (\text{II—5})$$

где μ_n определяется по табл. 3 приложения.

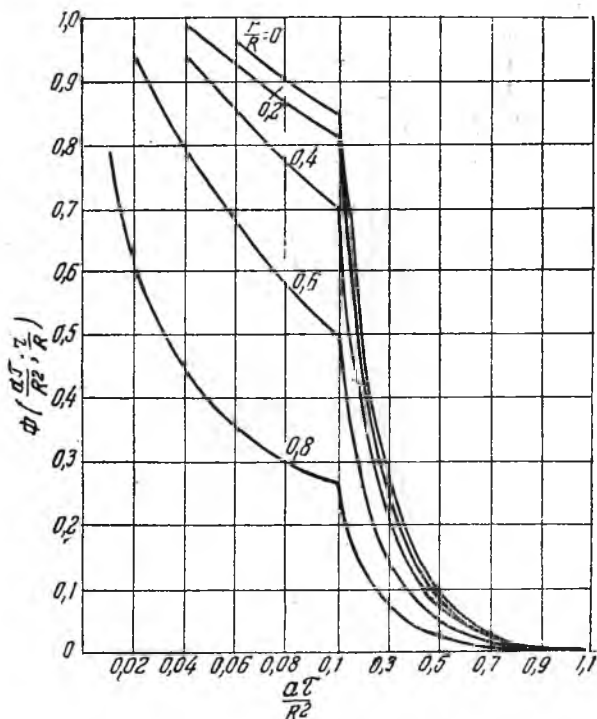


Рис. 5. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right)$ для цилиндра при постоянной температуре поверхности (I вариант)

Это же решение, выраженное в общей форме:

$$\frac{t - t_{\text{п}}}{t^{\circ} - t_{\text{п}}} = \Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right). \quad (\text{II—6})$$

Значения функции Φ для цилиндра бесконечной длины представлены на рис. 5.

Приведенные решения могут быть использованы для определения температурного поля в случае мгновенного изменения температуры поверхности тела, а именно, при погружении металлических изделий в свинцовую или соляную ванну, при резком охлаждении изделий и т. п. В этих случаях предполагается, что в начальный момент в теле отсутствует температурный градиент.

Таким образом, пользуясь формулами (II—4) и (II—6) и рис. 4 и 5, можно определять температуры в любой точке тела через заданный промежуток времени, либо по заданным температурам находить время, потребное для выравнивания температур.

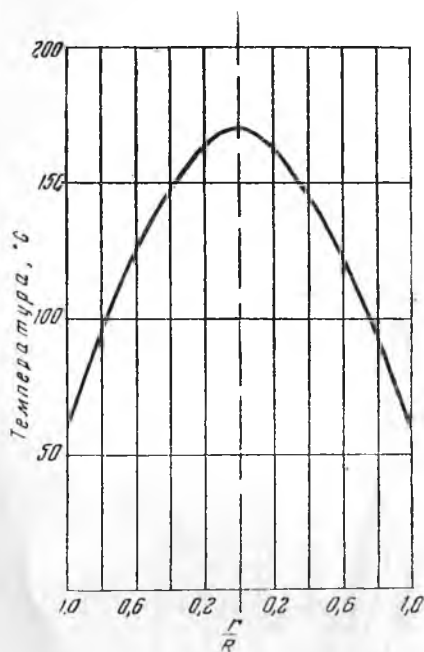


Рис. 6. Распределение температур по сечению цилиндра (к примеру 1)

Пример 1. Стальной цилиндр диаметром 200 мм после нагрева до 800° погружен в проточную воду при температуре 60°. Найти распределение температур по сечению цилиндра через 6 мин. после погружения¹, если средний коэффициент температуропроводности стали равен 0,04 м²/час.

Решение. По условиям задачи имеем

$$R = 0,1 \text{ м}; a = 0,04 \text{ м}^2/\text{час.}; t^\circ = 800^\circ; t_{\text{ц}} = 60^\circ; \tau = 0,1 \text{ часа.}$$

Определяем

$$1) \frac{a\tau}{R^2} = \frac{0,04 \cdot 0,1}{0,1^2} = 0,4;$$

2) из рис. 5

по оси цилиндра, т. е. при $\frac{r}{R} = 0$, $\Phi(0,4; 0) = 0,15$;

3) согласно формуле (II—6)

$$\frac{t - 60}{800 - 60} = 0,15,$$

¹ В данном случае мы пренебрегаем влиянием паровой рубашки, образующейся на поверхности тела при погружении его в проточную воду.

откуда

$$4) t = 60 + (800 - 60) \cdot 0,15 = 171^\circ.$$

Точно так же

$$\text{при } \frac{r}{R} = 0,2; \quad 0,4; \quad 0,6; \quad 0,8,$$

$$\Phi = 0,14; \quad 0,12; \quad 0,08; \quad 0,04,$$

$$t = 164; \quad 149; \quad 119; \quad 90^\circ.$$

Результаты расчетов приведены на рис. 6.

б) Второй вариант — постоянная температура на поверхности при параболическом распределении температур в начальный момент (рис. 3,б).

Принимая распределение температур по сечению тела в начальный момент по параболе второго порядка, можно выразить это начальное условие для пластины бесконечно большой длины и ширины в виде

$$t|_{\tau=0} = F(x) = t^\circ + \Delta t^\circ \frac{x^2}{S^2}, \quad (\text{II—7})$$

где t° — температура середины тела;

$$\Delta t^\circ = t_n - t^\circ;$$

t_n — температура поверхности тела.

Граничные условия для пластины бесконечной длины и ширины определяются выражением (II—1а).

Таким образом, на поверхности тела температура одинакова и равна t_n как в начальный момент, так и в течение всего рассматриваемого промежутка времени.

Подставив φ из (II—1а) и F из (II—7) в решение (I—17) задачи 1, в результате интегрирования и преобразований получим

$$t = t_n + (t^\circ - t_n) \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} \quad (\text{II—8})$$

или в общей форме

$$\frac{t - t_n}{t^\circ - t_n} = \Phi_1 \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right). \quad (\text{II—9})$$

Значения функций Φ_1 были вычислены в зависимости от критерия $\frac{a\tau}{S^2}$ и симплекса $\frac{x}{S}$ и представлены графически на рис. 7, на котором можно видеть, что эти значения меньше соответствующих значений функций Φ , изображенных на рис. 4.

Для цилиндра бесконечной длины будем иметь следующее начальное условие:

$$t|_{\tau=0} = t^{\circ} + \Delta t^{\circ} \frac{r^2}{R^2} \quad (\text{II—10})$$

и граничное условие

$$t|_{r=R} = t_{\Pi}.$$

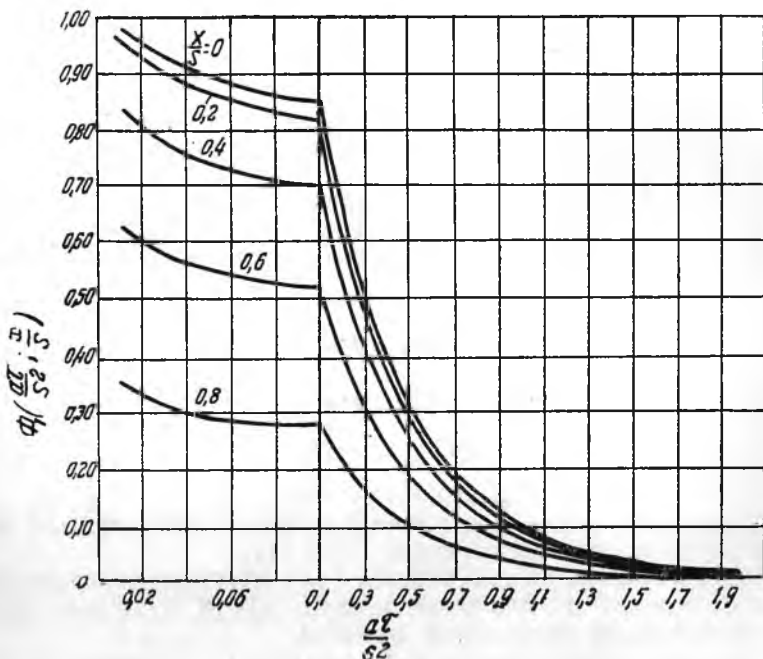


Рис. 7. Функции $\Phi_1\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$ для пластины при постоянной темпера-
туре поверхности (II вариант).

После подстановки в решение (I—53) задачи 7 и преобразований получим

$$t = t_{\Pi} + (t^{\circ} - t_{\Pi}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{\mu_n^3 I_1(\mu_n)} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \quad (\text{II—11})$$

или

$$\frac{t - t_{\Pi}}{t^{\circ} - t_{\Pi}} = \Phi_1\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right). \quad (\text{II—12})$$

Значения функций Φ_1 для цилиндра изображены на рис. 8.

Выведенные решения могут применяться для определения температурного поля в пластине и цилиндре во время выдержки их в печах. Эти же формулы могут служить для решения обратной задачи — определения продолжительности выдержки.

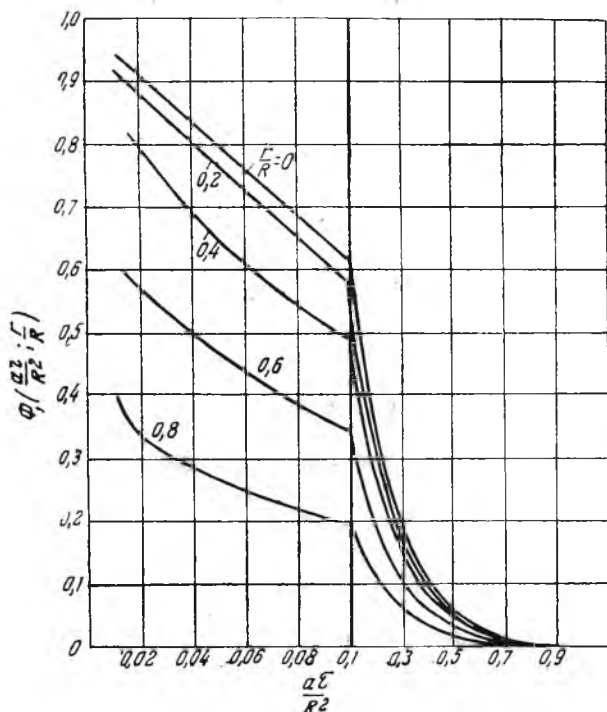


Рис. 8. Функции $\Phi_1\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right)$ для цилиндра при постоянной температуре поверхности (II вариант).

Пример 2. Стальная плита толщиной 180 мм, нагретая до температуры 1000° на поверхности с температурным перепадом по сечению, равным 250°, должна быть выдана из печи при той же температуре поверхности, но с температурным перепадом 25°. Определить время, потребное для выравнивания температур, если температуропроводность стали равна 0,03 м²/час.

Решение. Имеем

$$S = 0,09 \text{ м}; t_n = 1000^\circ; \Delta t^\circ = 250^\circ; t^\circ = 1000 - 250 = 750^\circ.$$

Конечная разность температур $\Delta t = 25^\circ$.

Конечная температура середины $t_c = 1000 - 25 = 975^\circ$.

Определяем

$$1) \quad \Phi_1 = \frac{t_c - t_n}{t^0 - t_n} = \frac{975 - 1000}{750 - 1000} = 0,1;$$

$$2) \quad \text{для } \frac{x}{S} = 0,0 \text{ из рис. 7 } \frac{a\tau}{S^2} = 1,0,$$

откуда

$$3) \quad \tau = 1,0 \frac{S^2}{a} = 1,0 \frac{0,09^2}{0,03} = 0,27 \text{ час.} = 16 \text{ мин.}$$

в) Третий вариант — мгновенное изменение температуры поверхности тела при параболическом распределении температур в начальный момент (рис. 3б).

Аналитически начальное условие выражается следующим образом:

$$t|_{\tau=0} = F(x) = t^0 + \Delta t^0 \frac{x^2}{S^2}, \quad (\text{II} - 13)$$

где

$$\Delta t^0 = t_n^0 - t^0.$$

Граничное условие определяется формулами (II—1а) и (II—1б).

Таким образом, рассматриваемый вариант отличается от предыдущего тем, что температура на поверхности, равная в начальный момент t_n^0 , мгновенно изменяется до постоянного значения t_n . От первого варианта (рис. 3а) этот случай отличается наличием температурной разности Δt^0 по сечению тела в начальный момент.

Подставив функцию F , определяемую формулой (II—13), и аналогичную начальную функцию для цилиндра, а также функции φ из формул (II—1а) и (II—1б) в общие решения уравнений теплопроводности (I—17) и (I—53), получим:

а) для пластины бесконечной длины и ширины

$$t = t_n + (t_n^0 - t_n) \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l} \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} - \Delta t^0 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} \quad (\text{II} - 14)$$

или в общем виде:

$$t = t_n + (t_n^0 - t_n) \Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right) - \Delta t^0 \Phi_1\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right), \quad (\text{II} - 15)$$

где функции Φ определяются по рис. 4,а Φ_1 — по рис. 7;

б) для цилиндра бесконечной длины

$$t = t_n + (t_n^{\circ} - t_n) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n I_1(\mu_n)} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} - \\ - \Delta t_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{\mu_n^3 I_1(\mu_n)} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \quad (\text{II} - 16)$$

или

$$t = t_n + (t_n^{\circ} - t_n) \Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right) - \Delta t^{\circ} \Phi_1\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right), \quad (\text{II} - 17)$$

где функции Φ и Φ_1 определяются соответственно по рис. 5 и рис. 8.

Пример 3. Стальной вал диаметром 200 мм погружен в ванную печь при температуре 850°. Построить кривые изменения температуры по сечению вала в процессе нагрева, если в начальный момент на поверхности вала температура была 100°, по оси 150°, средняя теплопроводность стали равна 0,02 м²/час.

Решение. Имеем

$$R = 0,1 \text{ м}; \quad a = 0,02 \text{ м}^2/\text{час};$$

$$t_n^{\circ} = 100^{\circ};$$

$$t_c^{\circ} = 150^{\circ}; \quad t_n = 850^{\circ};$$

$$\Delta t^{\circ} = -50^{\circ};$$

$$t_n^{\circ} - t_n = -750^{\circ}; \quad \tau = 3,$$

$$6, 9 \text{ мин. и т. д.}$$

Результаты расчетов располагаем в табл. 1 и на рис. 9.

Таким образом, в решении (II—15) и (II—17) входят функции двойного рода Φ и Φ_1 , из коих Φ_1 характеризуют наличие температурного градиента в начальный момент.

При $\Delta t_0 = 0$, т. е. при отсутствии температурного градиента, в начальный момент мы получаем соответствующие решения первого варианта, а при $t_n^{\circ} = t_n$ мы приходим к решениям второго варианта. Следовательно, первые два варианта начальных условий можно рассматривать как частные случаи третьего.

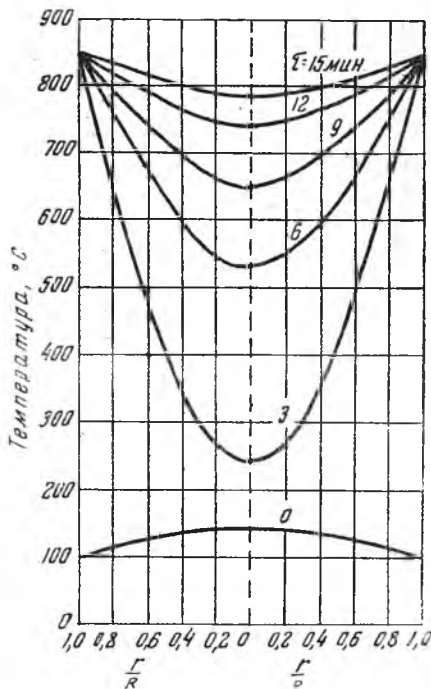


Рис. 9. Распределение температур по сечению цилиндра в процессе нагрева (к примеру 3, стр. 41)

Результаты расчета (к примеру 3)

τ		$\frac{a\tau}{R^2}$	$\frac{r}{R} = 0$			$\frac{r}{R} = 0,2$			$\frac{r}{R} = 0,4$			$\frac{r}{R} = 0,6$			$\frac{r}{R} = 0,8$		
мин.	час.		Φ	Φ_1	t	Φ	Φ_1	t	Φ	Φ_1	t	Φ	Φ_1	t	Φ	Φ_1	t
3	0,05	0,1	0,85	0,62	2441	0,82	0,58	265	0,70	0,49	350	0,50	0,35	492	0,27	0,20	660
6	0,10	0,2	0,44	0,32	536	0,43	0,30	543	0,36	0,27	593	0,24	0,18	680	0,13	0,12	759
9	0,15	0,3	0,28	0,20	650	0,26	0,17	663	0,22	0,15	691	0,15	0,11	743	0,08	0,07	793
12	0,20	0,4	0,15	0,10	743	0,14	0,09	749	0,12	0,07	763	0,08	0,06	793	0,04	0,035	821
15	0,25	0,5	0,10	0,06	778	0,085	0,055	789	0,07	0,045	800	0,05	0,04	815	0,025	0,02	832

1) Порядок расчета:

$$1) \frac{a\tau}{R^2} = \frac{0,02 \cdot 0,05}{0,1^2} = 0,1;$$

$$2) \Phi(0,1; 0) = 0,85 \text{ (по рис. 5),}$$

$$3) \Phi_1(0,1; 0) = 0,62 \text{ (по рис. 8);}$$

$$4) \text{ по формуле (II-17) } t = 850 + (100 - 850) 0,85 - (-50) 0,62 = 244^\circ.$$

2. Температура печи и тепловой поток

Для определения необходимой температуры печи и теплового потока во время выдержки воспользуемся следующим выражением, связывающим закон теплопроводности (см. I—1) и закон теплоотдачи от газов к внешней поверхности металла:

$$\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=S} = \alpha (t_r - t_n)$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=S} = h (t_r - t_n), \quad (\text{II} - 18)$$

откуда

$$t_r = t_n + \frac{1}{h} \cdot \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=S}. \quad (\text{II} - 19)$$

Определив $\frac{\partial t}{\partial x}$ из решения (II—8) при $x=S$ и произведя подстановку в выражение (II—19), получаем для пластины бесконечной длины и ширины

$$t_r = t_n + (t_n - t^0) \frac{1}{Sh} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4}{\delta_l^2} e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} \quad (\text{II} - 20)$$

или в общем виде

$$\frac{t_r - t_n}{t_n - t^0} = \frac{1}{Sh} F \left(\frac{a\tau}{S^2} \right). \quad (\text{II} - 21)$$

Значения функции F в зависимости от критерия $\frac{a\tau}{S^2}$ представлены на рис. 10.

Для цилиндра бесконечной длины из решения (II—11) путем дифференцирования и подстановки в формулу, аналогичную (II—19) получаем:

$$t_r = t_n + (t_n - t^0) \frac{1}{Rh} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{\mu_n^2} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \quad (\text{II} - 22)$$

или

$$\frac{t_r - t_n}{t_n - t^0} = \frac{1}{Rh} F \left(\frac{a\tau}{R^2} \right). \quad (\text{II} - 23)$$

Значения функции F для цилиндра приведены на рис. 10.

Тепловой поток определяется из выражений:

$$q = \alpha (t_r - t_n) = (t_n - t^0) \frac{\lambda}{S} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4}{\delta_l^2} e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} \text{ для пластины, } (\text{II} - 24)$$

$$q = (t_{\text{п}} - t^0) \frac{\lambda}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{\mu_n^2} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \quad \text{для цилиндра} \quad (\text{II-25})$$

или

$$\frac{qS}{\lambda \Delta t^0} = F \left(\frac{a\tau}{S^2} \right) \quad \text{для пластины}, \quad (\text{II-24a})$$

$$\frac{qR}{\lambda \Delta t^0} = F \left(\frac{a\tau}{R^2} \right) \quad \text{для цилиндра}. \quad (\text{II-25a})$$

Из теории теплопередачи известно, что теплообмен лучеиспусканием в рабочем пространстве нагревательных печей.

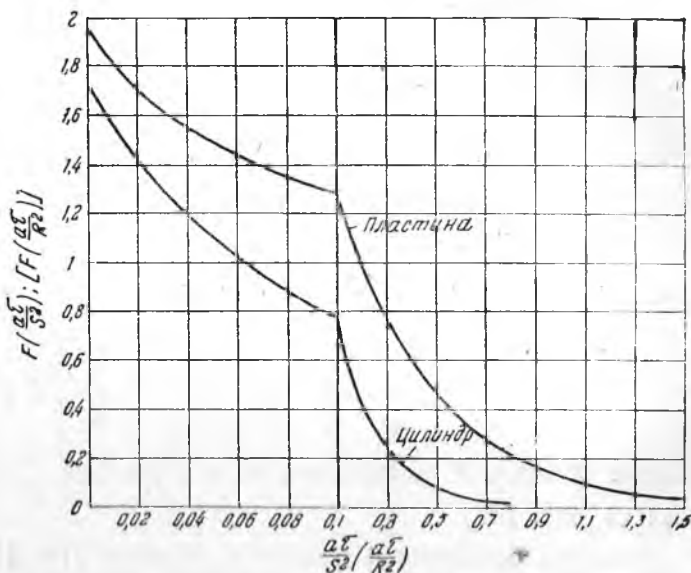


Рис. 10. Функции F для температур печи и теплового потока при постоянной температуре поверхности

отнесенный к 1 м² эффективной лучевоспринимающей поверхности металла, может быть выражен в форме

$$q = \sigma_{\text{в}} \left[\left(\frac{T_{\text{г}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{п}}}{100} \right)^4 \right], \quad (\text{II-26})$$

где $\sigma_{\text{в}}$ — так называемый видимый коэффициент излучения, величина которого изменяется¹ от 3 до 4;

$T_{\text{г}}$ — абсолютная температура печи;

$T_{\text{п}}$ — абсолютная температура поверхности.

¹ Более подробно по этому вопросу см. главу XIII.

Отсюда

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{q}{c_B} + \left(\frac{T_n}{100}\right)^4} - 273, \quad (\text{II-27})$$

где q для пластины и цилиндра бесконечной длины определяется из выражений (II-24), (II-25), (II-24а) и (II-25а).

Полученными формулами и рис. 10 можно пользоваться для определения температур печи и теплового потока во время

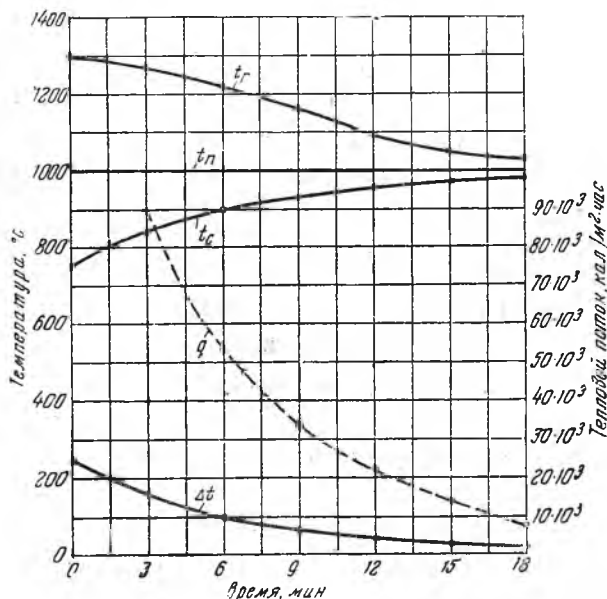


Рис. 11. Изменение температуры стальной плиты, печи и теплового потока во время выдержки (к примерам 2, стр. 36 и 4, стр. 45):

t_r — температура печи; q — тепловой поток; t_n — температура поверхности; t_c — температура середины
 $\Delta t = t_n - t_c$

выдержки нагреваемого тела. Связь значений $\left(\frac{T}{100}\right)^4$ и $t^\circ\text{C}$ приведена в табл. 5 приложений, которой рекомендуется пользоваться при вычислениях.

Пример 4. По данным примера 2 определить температуру печи и тепловой поток в процессе выдержки.

Решение. Имеем

$$S = 0,09 \text{ м}; \quad t_n = 1000^\circ; \quad \Delta t^\circ = 250^\circ. \quad t^\circ = 750^\circ.$$

Принимаем

$\sigma_B = 3$; $\lambda = 30$ кал/м·час °С; $a = 0,03$ м²/час; $\tau = 3$ мин. = 0,05 час.

Определяем

$$1) \quad \frac{a \tau}{S^2} = \frac{0,03 \cdot 0,05}{0,09^2} = 0,185.$$

$$2) \quad F(0,185) = 1,07 \quad (\text{по рис. 10}).$$

3) По формуле (II—24а) находим:

$$q = \frac{250 \cdot 30}{0,09} \cdot 1,07 = 89000 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час}.$$

$$4) \quad t_T = 100 \sqrt[4]{\frac{89000}{3} + \left(\frac{1000 + 273}{100}\right)^4} - 273 = \\ = 1264^\circ \quad (\text{см. II—27}).$$

Температура середины пластины вычисляется следующим образом.

$$1) \quad \frac{a \tau}{S^2} = 0,185;$$

$$2) \quad \Phi_1(0,185; 0) = 0,62 \quad (\text{по рис. 7});$$

$$3) \quad t_c = 1000 + (750 - 1000) \cdot 0,62 = 845^\circ \quad (\text{см. II—9}).$$

Разность температур поверхности и середины

$$\Delta t = 1000 - 845 = 155^\circ.$$

Определив таким же образом t_T , q и t_c для других промежутков времени, результаты расчетов изобразим графически на рис. 11.

3. Двух- и трехмерная задача

Рассмотрим те же варианты начальных и поверхностных условий для:

- 1) прямоугольной призмы бесконечной длины,
- 2) прямоугольного параллелепипеда,
- 3) цилиндра конечной длины.

Для этого воспользуемся решениями (I—27), (I—29) и (I—55) и произведем в них подстановку соответствующих значений функций F и Φ .

В результате получаем следующие решения для первого варианта начальных условий:

1) для прямоугольной призмы

$$t = t_H + (t^0 - t_H) \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{l+m}}{\delta_l \delta_m} \cos \delta_l \frac{x}{S} \cdot \cos \delta_m \frac{y}{B} e^{-\beta_2 a \tau}, \quad (\text{II—28})$$

где

$$\beta_2 = \frac{\delta_l^2}{S^2} + \frac{\delta_m^2}{B^2};$$

2) для параллелепипеда:

$$t = t_{\Pi} + (t^0 - t_{\Pi}) \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8(-1)^{l+m+n+1}}{\delta_l \delta_m \delta_n} \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} \cdot \cos \delta_n \frac{z}{L} e^{-\beta_2 a \tau}, \quad (\text{II-29})$$

где

$$\beta_3 = \frac{\delta_l^2}{S^2} + \frac{\delta_m^2}{B^2} + \frac{\delta_n^2}{L^2}.$$

Эти же решения, выраженные в общей форме:

$$\frac{t - t_{\Pi}}{t^0 - t_{\Pi}} = \Phi \left(\frac{a \tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) \Phi \left(\frac{a \tau}{B^2}; \frac{y}{B} \right); \quad (\text{II-28a})$$

$$\frac{t - t_{\Pi}}{t^0 - t_{\Pi}} = \Phi \left(\frac{a \tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) \Phi \left(\frac{a \tau}{B^2}; \frac{y}{B} \right) \Phi \left(\frac{a \tau}{L^2}; \frac{z}{L} \right). \quad (\text{II-29a})$$

В этих решениях значения функции Φ определяются по рис. 4.

3) Для цилиндра конечной длины имеем

$$t = t_{\Pi} + (t^0 - t_{\Pi}) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{m+1}}{\delta_m \mu_n I_1(\mu_n)} \cos \delta_m \cdot \frac{z}{H} \cdot I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) e^{-\beta a \tau}, \quad (\text{II-30})$$

где

$$\beta = \frac{\delta_m^2}{H^2} + \frac{\mu_n^2}{K^2}$$

или

$$\frac{t^0 - t_{\Pi}}{t^0 - t_{\Pi}} = \Phi \left(\frac{a \tau}{H^2}; \frac{z}{H} \right) \Phi \left(\frac{a \tau}{K^2}; \frac{r}{R} \right). \quad (\text{II-30a})$$

При определении значений Φ пользуемся рис. 4 для пластины и рис. 5 для цилиндра.

В случае второго варианта начальных условий решение для прямоугольной призмы принимает следующий вид:

$$t = t_{\Pi} + (t^0 - t_{\Pi}) \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} 4(-1)^{l+m} \left(\frac{1}{\delta_l^3 \delta_m} + \frac{1}{\delta_l \delta_m^3} \right) \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} e^{-\beta_2^2 a \tau} \quad (\text{II-31})$$

или

$$\frac{t - t_{\Pi}}{t^0 - t_{\Pi}} = \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{a \tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) \Phi_1 \left(\frac{a \tau}{B^2}; \frac{y}{B} \right) + \Phi_1 \left(\frac{a \tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) \Phi \left(\frac{a \tau}{B^2}; \frac{y}{B} \right) \right]; \quad (\text{II-32})$$

при этом значения Φ принимаются по рис. 4, а Φ_1 — по рис. 7. Для цилиндра конечной длины будем иметь

$$\frac{t - t_{\Pi}}{t^0 - t_{\Pi}} = \Phi_1 \left(\frac{a \tau}{H^2}; \frac{z}{H} \right) \Phi_1 \left(\frac{a \tau}{R^2}; \frac{r}{R} \right). \quad (\text{II-33})$$

Наконец, третий вариант начальных условий дает для призмы бесконечной длины

$$t = t_{\Pi} + (t_{\Pi}^0 - t_{\Pi}) \Phi \left(\frac{a \tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) \Phi \left(\frac{a \tau}{B^2}; \frac{y}{B} \right) - \frac{1}{2} \Delta t^0 \left[\Phi \left(\frac{a \tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) \Phi_1 \left(\frac{a \tau}{B^2}; \frac{y}{B} \right) + \Phi_1 \left(\frac{a \tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) \Phi \left(\frac{a \tau}{B^2}; \frac{y}{B} \right) \right]. \quad (\text{II-34})$$

Выведенные здесь решения, во-первых, подтверждают, что первые два варианта начальных условий являются частными случаями третьего, во-вторых, показывают, что двухмерная задача представляет собою определенные сочетания одномерной.

4. Некоторые практические выводы

Если в решениях первого и второго вариантов начальную разность температур поверхности и середины тела обозначить через Δt^0 , а изменяющуюся разность — через Δt , то отношение $\delta = \frac{\Delta t}{\Delta t^0}$ можно назвать степенью выравнивания температур.

Очевидно, при одном и том же отношении δ значение функции Φ для данного тела остается постоянным, и, следовательно,

величина $\frac{a\tau}{S^2} \left(\frac{a\tau}{R^2} \right)$ также остается постоянной, т. е. при этих условиях:

$$\frac{a\tau}{S^2} = m,$$

где m — постоянная, откуда

$$\tau = m \frac{S^2}{a} \quad \left(= m \frac{R^2}{a} \right). \quad (\text{II—35})$$

Из этого может быть сделан следующий вывод.

При одной и той же степени выравнивания температур продолжительность выдержки данного тела остается постоянной. Это значит, что, например, для уменьшения разности температур поверхности и середины тела (при неизменной температуре поверхности) от 500 до 50°, от 200 до 20° или от 50 до 5° требуется одно и то же время¹.

На рис. 12 представлены значения коэффициента m для тел различной формы в зависимости от степени выравнивания температур. График построен на основе ранее выведенных решений второго варианта начальных условий.

Этим графиком следует пользоваться для решения практических задач, относящихся к выдержке, а именно для определения продолжительности выдержки по заданной разности температур, либо для решения обратной задачи.

Пример 5. Стальной цилиндр диаметром 200 мм с температуропроводностью, равной 0,02 м²/час, имеет в начале выдержки на поверхности 1200°, по оси 1000°. Определить температуру по оси слитка через 12 мин. после начала выдержки.

Решение.

$R = 0,1$ м; $t_{\text{ц}} = 1200^\circ$; $\Delta t^\circ = 200^\circ$; $\tau = 12$ мин. = 0,2 часа; $a = 0,02$ м²/час.

Определяем

$$1) \quad m = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{0,02 \cdot 0,2}{0,1^2} = 0,4;$$

$$2) \quad \delta = \frac{\Delta t}{\Delta t^\circ} = 0,1 \quad (\text{рис. 12});$$

$$3) \quad \Delta t = 0,1 \cdot \Delta t^\circ = 0,1 \cdot 200 = 20^\circ;$$

4) температура по оси в конце выдержки

$$t_{\text{с}} = t_{\text{ц}} - \Delta t = 1200 - 20 = 1180^\circ.$$

¹ Этот вывод имеет силу при условии незначительного изменения температуропроводности a .

Из выведенных решений и графиков следует:

1) время, потребное для выравнивания температур, уменьшается с увеличением температуропроводности и с уменьшением толщины (или диаметра) тела;

2) в цилиндре и в призме выравнивание температур, при прочих равных условиях, происходит быстрее, чем в пластине; в параллелепипеде — быстрее, чем в призме и, наконец, в ци-

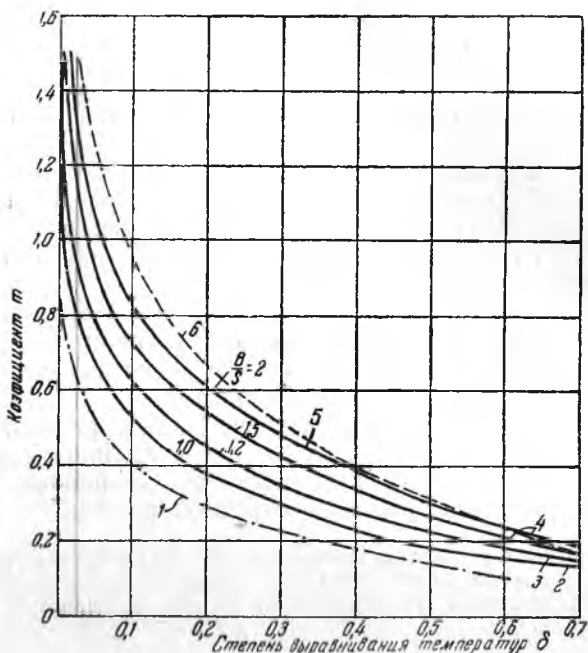


Рис. 12. График для определения продолжительности выдержки: 1 — цилиндр, 2, 3, 4, 5 — призма, 6 — пластина; B и S — стороны призмы.

линдре конечной длины — быстрее, чем в цилиндре бесконечной длины.

Кроме того, анализ формул (II—20)—(II—28) позволяет сделать следующие выводы:

1. Перепад температур печи и поверхности тела во время выдержки уменьшается. Следовательно, во время выдержки температура печи, имея наибольшее значение в начальный момент, должна постепенно падать, приближаясь к температуре поверхности. Тепловой поток также уменьшается с течением времени¹.

¹ При условии, если видимый коэффициент излучения σ_B не изменяется.

2. Перепад температур печи и поверхности тела увеличивается с увеличением начальной разности температур поверхности и середины тела, с увеличением коэффициента теплопроводности и с уменьшением толщины тела, а также видимого коэффициента излучения ε_b .

Из ранее приведенных формул следует, что при постоянной температуре поверхности в двух- и трехмерном температурном поле температура печи и тепловой поток не только изменяются со временем, но и должны были бы зависеть от координат.

Так, например, во время выдержки прямоугольной призмы бесконечной длины для поддержания постоянной и одинаковой температуры по всей поверхности необходимо было бы, чтобы температура печи и тепловой поток изменялись от наибольшего значения у середины граней (при $\frac{x}{S} = 1$ и $\frac{y}{B} = 0$, а также

при $\frac{x}{S} = 0$ и $\frac{y}{B} = 1$) до наименьшего значения у ребер (при $\frac{x}{S} = 1$ и $\frac{y}{B} = 1$).

Точно так же для прямоугольного параллелепипеда максимальные значения t_r и q должны были бы быть у центра граней, минимальные — у вершин¹.

В действительности же в практических условиях такое распределение температур печи и теплового потока невозможно. Вследствие этого во время выдержки вершины и ребра призмы и параллелепипеда будут иметь более высокие температуры, чем середины граней. Такое распределение температур приводит к тому, что при одинаковой температуре печи тепловой поток будет уменьшаться у вершины и ребер, а температура печи у этих частей будет меньше отличаться от температуры поверхности, нежели у середины граней. В конечном итоге практические условия нагрева будут приближаться к условиям, вытекающим из рассмотренных нами решений.

¹ Это положение было отмечено Г. П. Иванцовым, Журнал технической физики, 1938, вып. 10, стр. 548—560.

Глава III

Нагрев с постоянной скоростью (линейное изменение температуры поверхности тела)

1. Одномерная задача

Задачам, предусматривающим линейное изменение температур поверхности тела, или нагреву с постоянной скоростью, мы уделяем особое внимание, так как, во-первых, этот способ нагрева часто встречается в практике; во-вторых, любую температурную кривую можно разбить на отрезки, близкие к прямолинейным.

Если обозначить скорость нагрева, т. е. изменение температуры поверхности тела, через C ($^{\circ}\text{C}/\text{час}$), а начальную температуру поверхности через t° , то граничные условия выразятся следующим образом:

а) для пластины бесконечной длины и ширины

$$t|_{x=\pm s} = t^{\circ} + C\tau; \quad (\text{III—1a})$$

б) для цилиндра бесконечной длины

$$t|_{r=R} = t^{\circ} + C\tau, \quad (\text{III—1б})$$

где t° и C — постоянные.

Рассмотрим два варианта начальных условий.

Первый вариант — нагрев при отсутствии температурного градиента в начальный момент.

Принимаем, согласно условию

$$t|_{\tau=0} = t^{\circ} = F(x); \quad (\text{III—2a})$$

$$t|_{\tau=0} = t^{\circ} = F(r). \quad (\text{III—2б})$$

Задача эта формулируется следующим образом. Тело, имеющее в начальный момент температуру t° , нагревается с равномерной скоростью C , $^{\circ}\text{C}/\text{час}$. Найти решение уравнения теплопроводности.

Подставляя (III—1a) и (III—2a) в общее решение (1—17), после некоторых преобразований для пластины бесконечной длины и ширины получаем

$$t = t^{\circ} + C\tau - \frac{CS^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \cos \delta_l \frac{x}{S} \left(1 - e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} \right), \quad (\text{III—3})$$

где $\delta_l = \frac{2l-1}{2} \pi$.

С помощью общего решения (I—53) для цилиндра бесконечной длины находим

$$t = t^0 + C\tau - \frac{CK^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^3 I_1(\mu_n)} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \left(1 - e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}\right), \quad (\text{III—4})$$

где μ_n определяется по табл. 3 приложений.

Решение (III—3) можно преобразовать следующим образом¹.

При достаточно большом значении τ член, содержащий $e^{-\frac{2}{\tau} \frac{a\tau}{S^2}}$, стремится к нулю.

Тогда решение можно представить в виде

$$t = t^0 + C\tau + u(x). \quad (\text{III—5})$$

Произведя дифференцирование и подстановку в дифференциальное уравнение теплопроводности (I—6), получим:

$$C = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (\text{III—6})$$

Решая последнее уравнение обычными методами, находим:

$$u = \frac{Cx^2}{2a} + K_1 x + K_2.$$

где K_1 и K_2 — произвольные постоянные.

Так как при $x = \pm S$ $u = 0$, то

$$\frac{CS^2}{2a} \pm K_1 S + K_2 = 0,$$

откуда

$$K_1 = 0, \quad K_2 = -\frac{CS^2}{2a}$$

и

$$u = \frac{C(x^2 - S^2)}{2a} = \frac{CS^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right). \quad (\text{III—7})$$

Следовательно,

$$-\sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \cos \delta_l \frac{x}{S} = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right). \quad (\text{III—8})$$

¹ Этот метод преобразования изложен Г. П. Иванцовым, Журнал технической физики, 1934, т. 4, в. 8.

Применяя этот же метод для решения (III—4), получим

$$-\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^3 I_1(\mu_n)} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right). \quad (\text{III—9})$$

На основании изложенного решения (III—3) и (III—4) принимают следующий вид:

$$t = t^0 + C \tau + \frac{CS^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right) + \frac{CS^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \cdot \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}}; \quad (\text{III—10})$$

$$t = t^0 + C \tau + \frac{CR^2}{4a} \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right) + \frac{CR^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^3 I_1(\mu_n)} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \quad (\text{III—11})$$

или, обозначив суммы бесконечного ряда через Φ ,

$$t = t^0 + C \tau + \frac{CS^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right) + \frac{CS^2}{a} \Phi \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right); \quad (\text{III—12})$$

$$t = t^0 + C \tau + \frac{CR^2}{4a} \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right) + \frac{CR^2}{a} \Phi \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R} \right), \quad (\text{III—13})$$

где функции Φ в зависимости от критерия $\frac{a\tau}{S^2}$ и симплекса $\frac{x}{S}$ представлены на рис. 13, а $\Phi \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R} \right)$ — на рис. 14.

Решения (III—12) и (III—13) могут быть также выражены в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{t-t_{\Pi}}{C\tau} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{S^2}{a\tau} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right) + \frac{S^2}{a\tau} \Phi \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) \\ \text{или} \quad \frac{t-t_{\Pi}}{C\tau} &= F \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right); \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—12a})$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{t-t_{\Pi}}{C\tau} &= \frac{1}{4} \frac{R^2}{a\tau} \cdot \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right) + \frac{R^2}{a\tau} \Phi \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R} \right) \\ \text{или} \quad \frac{t-t_{\Pi}}{C\tau} &= F \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R} \right), \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—13a})$$

где $t_{\Pi} = t^0 + C \tau$,

а функции F для случая $\frac{r}{R} = 0$ и $\frac{x}{S} = 0$ приведены на рис. 17 и 18.

Выведенные решения с графиками дают возможность определить температуру в любой точке пластины и цилиндра через любой заданный промежуток времени.

Пример 1. Стальной цилиндр диаметром 210 мм с начальной температурой поверхности 100° нагревается в печи с равномерной скоростью $300^\circ/\text{час}$. Найти изменение температуры в точке, расположенной на расстоянии 63 мм от поверхности, если средняя теплопроводность стали равна $0,03 \text{ м}^2/\text{час}$.

Решение. Имеем

$R = 0,105 \text{ м}; r = 0,105 \text{ —}$
 $\text{— } 0,063 = 0,042 \text{ м}; \frac{r}{R} =$
 $= 0,4; t^\circ = 100^\circ; C =$
 $300^\circ/\text{час}; a = 0,03 \text{ м}^2/\text{час}.$

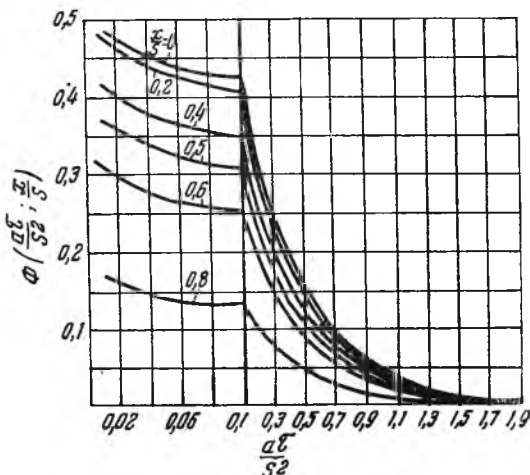


Рис. 13. Функции $\Phi\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$ для пластины при линейном изменении температуры поверхности

Принимая промежуток времени $\tau = 6 \text{ мин.} = 0,1 \text{ час.}$, находим

$$\begin{aligned} 1) \quad & \frac{a\tau}{R^2} = \frac{0,03 \cdot 0,1}{0,105^2} = 0,272; \\ 2) \quad & \Phi(0,272; 0,4) = 0,045 \text{ (по рис. 14);} \\ 3) \quad & t = 100 + 300 \cdot 0,1 + \frac{300 \cdot 0,105^2}{4 \cdot 0,03} (0,4^2 - 1) + \\ & + \frac{300 \cdot 0,105^2}{0,03} \cdot 0,045 = 112^\circ \text{ (см. III—13).} \end{aligned}$$

Вычислив таким же образом температуры для следующих промежутков времени, результаты расчетов приводим на рис. 15.

При $\frac{x}{S} = 0$ ($\frac{r}{R} = 0$), т. е. для середины пластины и ци-

цилиндра, из (III—12) и (III—13) получаем

$$t_c = t^0 + C\tau - \frac{CS^2}{2a} + \frac{CS^2}{a} \Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; 0\right); \quad (\text{III—126})$$

$$t_c = t^0 + C\tau - \frac{CR^2}{4a} + \frac{CR^2}{a} \Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; 0\right), \quad (\text{III—136})$$

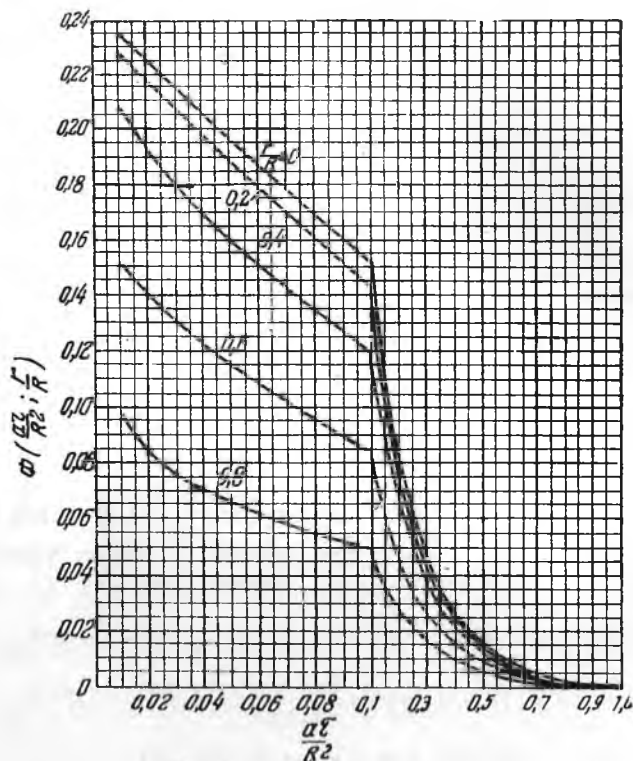


Рис. 14. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right)$ для цилиндра при линейном изменении температуры поверхности

откуда разность температур поверхности и середины

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &= \frac{CS^2}{2a} - \frac{CS^2}{a} \Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; 0\right); \\ \Delta t &= \frac{CR^2}{4a} - \frac{CR^2}{a} \Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; 0\right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—14})$$

Из рис. 13 и 14 можно видеть, что при $\frac{a\tau}{S^2} \geq 1$ и при $\frac{a\tau}{R^2} \geq 0,5$ функции Φ принимают столь малые значения, что они могут быть отброшены.

Следовательно, при $\tau \geq \frac{S^2}{a}$ для пластины и при $\tau \geq 0,5 \frac{R^2}{a}$ для цилиндра, решения (III—12), (III—13), (III—12б), (III—13б), (III—14) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} t &= t^\circ + C\tau + \frac{CS^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right); \\ t &= t^\circ + C\tau + \frac{CR^2}{4a} \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right); \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—15})$$

$$\left. \begin{aligned} t_c &= t^\circ + C\tau - \frac{CS^2}{2a}; \\ t_c &= t^\circ + C\tau - \frac{CR^2}{4a}; \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—16})$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta t_m &= \frac{CS^2}{2a}; \\ \Delta t_m &= \frac{CR^2}{4a}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—17})$$

Отсюда

$$\left. \begin{aligned} t &= t_n + \Delta t_m \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right); \\ t &= t_n + \Delta t_m \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—17a})$$

Из полученных формул следует, что при линейном изменении температуры поверхности и при неизменном значении температуропроводности a разность температур поверхности и середины сперва увеличивается, а затем, достигнув наибольшего значения, определяемого формулами (III—17), сохраняет это значение постоянным (рис. 15). Эта максимальная разность температур прямо пропорциональна скорости нагрева, квадрату толщины (или радиуса) и обратно пропорциональна температуропроводности. Так как в действительности температуропроводность металла уменьшается с повышением температуры, то максимальная разность температур, определяемая формулами (III—17), продолжает увеличиваться в соответствии с изменением a .

Определим из формул (III—10) и (III—11) изменение температуры в единицу времени:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dt}{d\tau} &= C - C \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l} \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}}; \\ \frac{dt}{d\tau} &= C - C \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n I_1(\mu_n)} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—18})$$

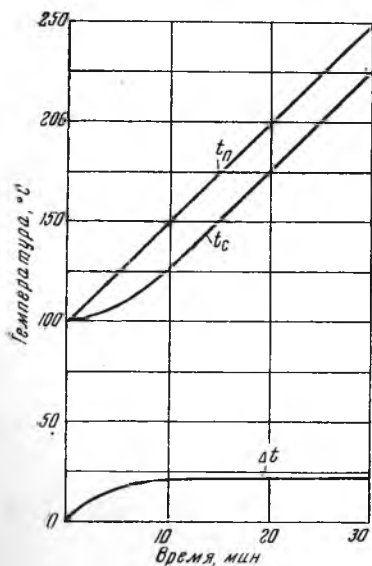


Рис. 15. Изменение температуры цилиндра при нагреве с равномерной скоростью (к примеру 1, стр. 55)

t_c — температура в точке $\frac{r}{R} = 0,4$

по всему сечению происходит с одинаковой скоростью.

Второй вариант — линейное изменение температуры поверхности тела при параболическом распределении температуры в начальный момент.

Согласно сказанному выше, имеем краевые условия:

а) в декартовой системе координат

$$t|_{x=\pm S} = t_n^0 + c\tau; \quad (\text{III—19})$$

Исследование этих формул показывает:

1. На поверхности пластины и цилиндра (при $\frac{x}{S} = 1, \frac{r}{R} = 1$) как следует также из заданного условия, скорость нагрева — величина постоянная и равная C .

2. В остальных сечениях скорость нагрева зависит от координат и времени. По мере приближения к середине тела скорость нагрева уменьшается. С увеличением времени скорость увеличивается, в пределе приближаясь к постоянной C .

3. Таким образом, при достаточно большом промежутке времени, удовлетворяющем условиям, приведенным на стр. 57, скорость нагрева во всех частях пластины и цилиндра не зависит от координат и времени, т. е. **практически подъем температуры**

$$t|_{\tau=0} = t_c^0 + \Delta t^0 \frac{x^2}{S^2}; \quad (\text{III—20})$$

б) в цилиндрической системе координат

$$t|_{r=R} = t_n^0 + C \tau; \quad (\text{III—19a})$$

$$t|_{\tau=0} = t_c^0 + \Delta t^0 \frac{r^2}{R^2}, \quad (\text{III—20a})$$

где $\Delta t^0 = t_n^0 - t_c^0$.

После подстановки (III—19) и (III—20) в общее решение (I—17), а (III—19a) и (III—20a) в решение (I—53) и соответствующих преобразований, получаем:

а) для пластины бесконечно большой длины и ширины

$$\begin{aligned} t = & t_n^0 + C \tau + \frac{CS^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right) + \\ & + \frac{CS^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} - \\ & - 2 \Delta t^0 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} \end{aligned} \quad (\text{III—21})$$

или

$$\begin{aligned} t = & t_n^0 + C \tau + \frac{CS^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right) + \\ & + \left(\frac{CS^2}{a} - 2 \Delta t^0 \right) \Phi \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right); \end{aligned} \quad (\text{III—22})$$

б) для цилиндра бесконечной длины

$$\begin{aligned} t = & t_n^0 + C \tau + \frac{CR^2}{4a} \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right) + \frac{CR^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^3 I_1(\mu_n)} \cdot \\ & \cdot I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} - 4 \Delta t^0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^3 I_1(\mu_n)} \cdot \\ & \cdot I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \end{aligned} \quad (\text{III—23})$$

или

$$\begin{aligned} t = & t_n^0 + C \tau + \frac{CR^2}{4a} \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right) + \\ & + \left(\frac{CR^2}{a} - 4 \Delta t^0 \right) \Phi \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R} \right), \end{aligned} \quad (\text{III—24})$$

причем для решений (III—22) и (III—24) функции Φ определяются соответственно по рис. 13 и 14.

Эти решения отличаются от предыдущего варианта решений (III—12) и (III—13) наличием дополнительного члена, содержащего начальную разность температур Δt° .

С этой точки зрения решения первого варианта следует рассматривать, как частный случай второго.

Найденные решения могут быть использованы для определения температурного поля в пластине и цилиндре бесконечной

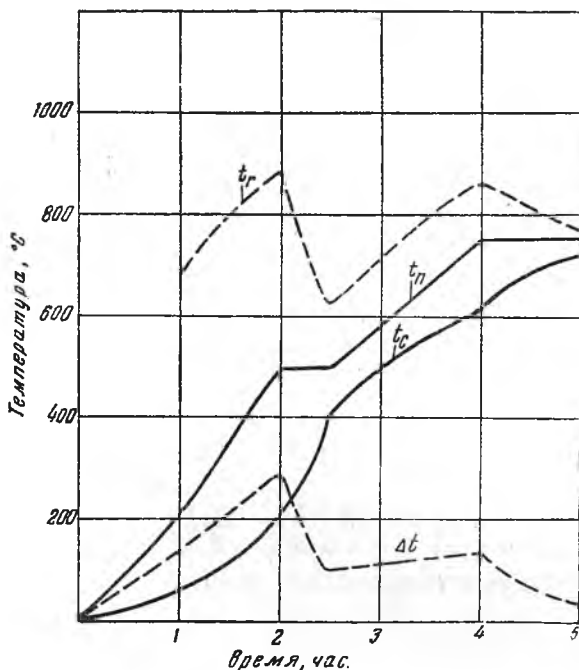


Рис. 16. График нагрева стального вала (к при-
меру в 2, стр. 61):

t_r — температура печи; t_n — температура по-
верхности; t_c — температура середины;
 $\Delta t = t_n - t_c$

длины, если известна начальная разность температур Δt° . Эти же решения могут применяться для определения температур при многоступенчатом изменении температуры поверхности (см. рис. 58) или при изменении по любой кривой, которая может быть разбита на участки, близкие к прямым. В этом случае вычисления делаются путем последовательного перехода от одного отрезка к другому с учетом разности температур в каждом участке (см. ниже пример 2).

Пример 2. Стальной вал диаметром 600 мм нагревается при отсутствии температурного градиента в первый момент. Температура поверхности t_{Π} изменяется по графику, изображенному на рис. 16. Определить изменение температуры t_c по оси вала.

Результаты расчетов сведены в табл. 2 и представлены на рис. 16.

Из решений (III—22) и (III—24) находим температуры середины

$$\left. \begin{aligned} t_c &= t_{\Pi}^0 + C\tau - \frac{CS^2}{2a} + \left(\frac{CS^2}{a} - 2\Delta t^0 \right) \Phi_c \left(\frac{a\tau}{S^2} \right); \\ t_c &= t_{\Pi}^0 + C\tau - \frac{CR^2}{4a} + \left(\frac{CR^2}{a} - 4\Delta t^0 \right) \Phi_c \left(\frac{a\tau}{R^2} \right); \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—25})$$

откуда разность температур поверхности и середины

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &= \Delta t_m - 2(\Delta t_m - \Delta t^0) \Phi_c \left(\frac{a\tau}{S^2} \right); \\ \Delta t &= \Delta t_m - 4(\Delta t_m - \Delta t^0) \Phi_c \left(\frac{a\tau}{R^2} \right); \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—26})$$

где Φ_c — функции, относящиеся к середине тела (т. е. при $\frac{x}{S} = 0$, $\frac{r}{R} = 0$).

Решения (III—22) и (III—24) могут быть также выражены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{C\tau} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{S^2}{a\tau} \left(1 - \frac{x^2}{S^2} \right) - \left(\frac{S^2}{a\tau} - \frac{2\Delta t^0}{C\tau} \right) \Phi \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right); \\ \frac{\Delta t}{C\tau} &= \frac{1}{4} \cdot \frac{R^2}{a\tau} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) - \left(\frac{R^2}{a\tau} - \frac{4\Delta t^0}{C\tau} \right) \Phi \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R} \right) \end{aligned}$$

или

$$\frac{\Delta t}{C\tau} = F \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}; \frac{\Delta t^0}{C\tau} \right) \quad (\text{III—27})$$

и

$$\frac{\Delta t}{C\tau} = F \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}; \frac{\Delta t^0}{C\tau} \right). \quad (\text{III—28})$$

Значения функций F при $\frac{x}{S} = 0$ и $\frac{r}{R} = 0$ в зависимости от критериев $\frac{a\tau}{S^2}$ и $\frac{\Delta t^0}{C\tau}$ приведены соответственно на рис. 17

Результаты расчета нагрева стального вала

(к примерам 2 и 5)

№ расчета	τ час	$t_{\text{п}}^{\circ}\text{C}$	$t_{\text{с}}^{\circ}\text{C}$	$\Delta t^{\circ}\text{C}$	λ кал/м. · час · °C	a м ² /час	$t_{\text{п}}$ °C	C °C/час	$\frac{a\tau}{R^2}$	$\Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}\right)$	Δt_m °C	$t_{\text{с}}$ °C	Δt °C	$F\left(\frac{a\tau}{R^2}\right)$	$t_{\text{г}}$ °C	q кал/м ² · час
1	1	20	20	0	25	0,02	200	180	0,22	0,08	202	60	140	0,1	680	27 000
2	2	200	60	140	24	0,018	500	500	0,20	0,08	375	205	295	0,11	890	51 800
3	2,5	500	205	295	24	0,018	500	0	0,20	0,08	0	405	95	0,11	625	10 700
4	4,0	500	405	95	21	0,015	750	100	0,25	0,065	150	615	135	0,08	862	19 800
5	5,0	750	615	135	21	0,015	750	0	0,25	0,065	0	715	35	0,08	770	3 000

Пояренок расчета.

Для I участка:

$$R = 0,3 \text{ м};$$

$$\tau = 1 \text{ час};$$

$$t_{\text{п}}^{\circ} = t_{\text{с}}^{\circ} = 20^{\circ};$$

$$\Delta t_{\text{с}}^{\circ} = 0^{\circ};$$

$$\lambda = 25; a = 0,02 \text{ (принимая)};$$

$$t_{\text{п}} = 200^{\circ} \text{ (из рис. 16)};$$

$$C = \frac{200 - 20}{I} = 180^{\circ}/\text{час};$$

$$\frac{a\tau}{R^2} = \frac{0,02 \cdot 1}{0,3^2} = 0,22;$$

$$\Phi(0,22; 0) = 0,08 \text{ (по рис. 14)};$$

$$t_{\text{с}} = 200 + \frac{180 \cdot 0,3^2}{4 \cdot 0,02} (-1) + \left(\frac{180 \cdot 0,3^2}{0,02} - 0 \right) \cdot 0,08 = 60^{\circ} \text{ [решение (III-24)]};$$

$$\Delta t = 200 - 60 = 140^{\circ};$$

$$\Delta t_m = \frac{180 \cdot 0,3^2}{4 \cdot 0,02} = 202^{\circ} \left[\text{по решению (III-17), поскольку имеет место соотношение } \tau > 0,5 \frac{R^2}{a} \right].$$

и 18. С помощью этих решений и графиков можно определить разность температур Δt без промежуточных вычислений, либо решать обратную задачу: по измеренным температурам определять коэффициент теплопроводности.

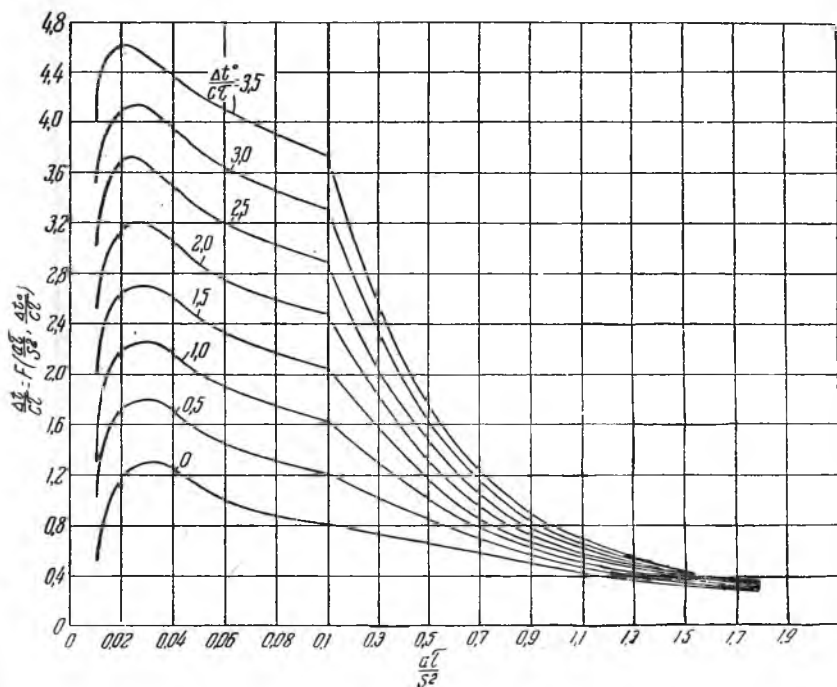


Рис. 17. Функции $F\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{\Delta t_0}{C\tau}\right)$ для середины пластины

Так как при достаточно большом промежутке времени функции Φ принимают столь малые значения, что они могут быть отброшены, то в этом случае начальная разность температур Δt_0 практически не оказывает влияния на распределение температур, т. е. наступает, согласно терминологии Г. М. Кондратьева¹, так называемый регулярный режим. Если в формулах (III—25) и (III—26) положить $C=0$, то получим формулы (II—9) и (II—12) для выдержки (при $\frac{x}{S}=0$ и $\frac{r}{R}=0$), чего и следовало ожидать.

¹ Г. М. Кондратьев, Испытания на теплопроводность по методам регулярного режима, 1936.

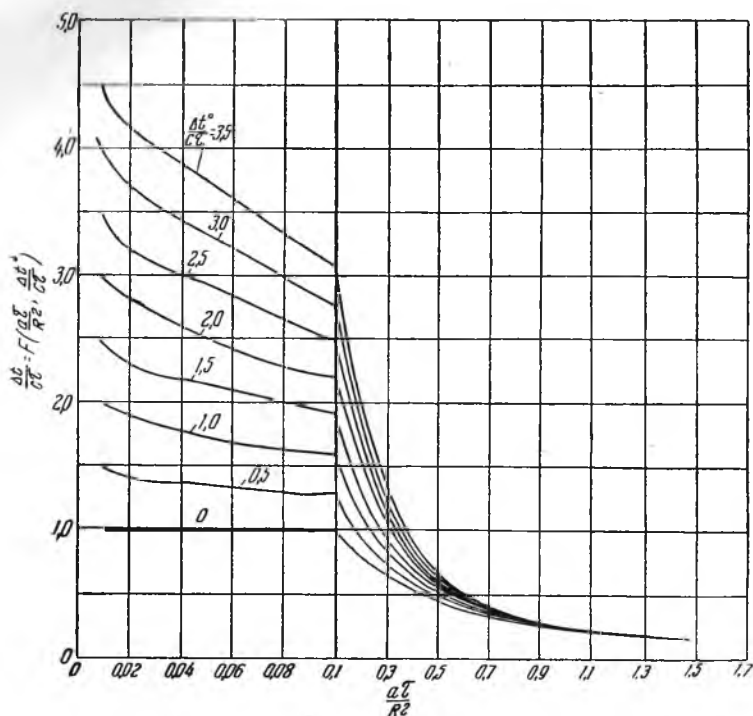


Рис. 18. Функции $F\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{\Delta t_0}{C\tau}\right)$ для оси цилиндра

2. Температура печи и тепловой поток

Для определения температуры печи и теплового потока, необходимых для обеспечения линейного изменения температуры поверхности тела, воспользуемся выражениями (II—19) и (II—26).

Произведя дифференцирование решений (III—10) и (III—11) и последующие преобразования, получаем:

а) для пластины бесконечно большой длины и ширины

$$t_r = t^0 + C\tau + \frac{CS}{ah} - \frac{CS}{ah} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{\delta_l^2} e^{-\frac{\delta_l^2 a\tau}{S^2}}; \quad (\text{III—29})$$

б) для цилиндра бесконечной длины:

$$t_r = t^0 + C\tau + \frac{CR}{2ah} - \frac{CR}{ah} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2} e^{-\frac{\mu_n^2 a\tau}{R^2}} \quad (\text{III—30})$$

или

$$t_r = t^\circ + C \tau + \frac{CS}{ah} - \frac{CS}{ah} F\left(\frac{a\tau}{S^2}\right); \quad (\text{III—31})$$

$$t_r = t^\circ + C \tau + \frac{CR}{2ah} - \frac{CR}{ah} F\left(\frac{a\tau}{R^2}\right), \quad (\text{III—32})$$

причем значения функций F приведены на рис. 19.

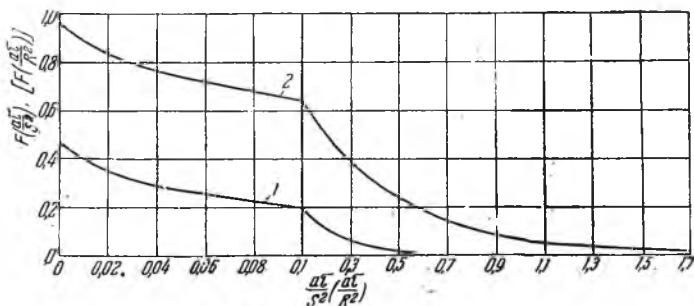


Рис. 19. Функции $F\left(\frac{a\tau}{S^2}\right)$ для температур печи и теплового потока при линейном изменении температуры поверхности пластины и цилиндра бесконечной длины: 1 — цилиндр; 2 — пластина

При некотором достаточно большом значении τ функции F вследствие малости их значений могут быть отброшены.

В этом случае

$$\left. \begin{aligned} t_r &= t^\circ + C \tau + \frac{CS}{ah}; \\ t_r &= t^\circ + C \tau + \frac{CR}{2ah}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—33})$$

т. е. температурный перепад печи и поверхности тела будет соответственно $\frac{CS}{ah}$ и $\frac{CR}{2ah}$.

Так как для определения температуры печи необходимо знать $h = \frac{\alpha}{\lambda}$, где α , в свою очередь, зависит от t_r , то применим формулам (III—31) и (III—32) вид, более удобный для вычислений.

Имеем

$$t_{II} = t^\circ + C \tau.$$

Из (III—31) получаем

$$\alpha(t_r - t_n) = \frac{CS\lambda}{a} - \frac{CS\lambda}{a} F\left(\frac{a\tau}{S^2}\right)$$

или

$$\alpha(t_r - t_n) = CS c_p \tau - CS c_p \tau F\left(\frac{a\tau}{S^2}\right).$$

Так как

$$\alpha_*(t_r - t_n) = q,$$

то, согласно (II—26),

$$\sigma_B \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_n}{100} \right)^4 \right] = CS c_p \tau - CS c_p \tau F\left(\frac{a\tau}{S^2}\right),$$

откуда находим для пластины

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{CS c_p \tau}{\sigma_B} (1 - F) + T_n^4 \cdot 100^{-4}} - 273. \quad (\text{III—34})$$

Таким же образом получаем для цилиндра:

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{CR c_p \tau}{\sigma_B} (0,5 - F) + T_n^4 \cdot 100^{-4}} - 273 \quad (\text{III—35})$$

или

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{q}{\sigma_B} + T_n^4 \cdot 100^{-4}} - 273, \quad (\text{III—36})$$

где тепловой поток

$$\left. \begin{aligned} q &= CS c_p \tau (1 - F); \\ q &= CR c_p \tau (0,5 - F) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—37})$$

или, имея в виду (III—17),

$$\left. \begin{aligned} q &= 2 \Delta t_m^* \frac{\lambda}{S} (1 - F); \\ q &= 2 \Delta t_m^* \frac{\lambda}{R} (1 - 2F). \end{aligned} \right\} \quad (\text{III—38})$$

При достаточно большом значении τ функции F в формулах (III—34) — (III—38) могут быть отброшены. В этом случае получаем:

$$\Delta t_m = \frac{qS}{2\lambda}; \quad (\text{III—39})$$

$$\Delta t_m = \frac{qR}{2\lambda}. \quad (\text{III—40})$$

Пример 3. По данным примера 1 определить температуру печи и тепловой поток через 6 мин. после посадки.

Решение.

$R = 0,105 \text{ м}; C = 300^\circ/\text{час}; \tau = 0,1 \text{ час}; t^\circ = 100^\circ; \sigma_B = 3 \text{ (принимаем)};$
 $c_p = 0,11 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C}; \gamma = 7800 \text{ кг/м}^3.$

- 1) $\frac{a\tau}{R^2} = 0,272;$
- 2) $F(0,272) = 0,08 \text{ (по рис. 19)};$
- 3) $t_{\text{п}} = 100 + 0,1 \cdot 300 = 130^\circ;$
- 4) $q = 300 \cdot 0,105 \cdot 0,11 \cdot 7800 (0,5 - 0,08) = 11350 \text{ кал/м}^2 \text{ час}; \text{ (формула III-37)};$
- 5) $t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{11350}{3} + \left(\frac{130 + 273}{100}\right)^4} - 273 = 523^\circ \text{ (формула III-36)}.$

Из формул (III-34) — (III-40) вытекают следующие выводы:

1) температура печи должна увеличиваться с увеличением температуры поверхности тела;

2) температура печи и тепловой поток увеличиваются с увеличением скорости нагрева, коэффициента теплопроводности и разности температур Δt_m ;

3) при одной и той же скорости нагрева температура печи и тепловой поток увеличиваются с увеличением толщины (или радиуса) тела;

4) при одной и той же разности температур температура печи и тепловой поток уменьшаются с увеличением толщины (или радиуса) тела;

5) при прочих равных условиях температура печи и тепловой поток при нагреве цилиндра должны быть меньше, чем при нагреве пластины.

3. Двух- и трехмерная задача

Пользуясь общими решениями (1-27), (1-29) и (1-55), трудно получить решения для призмы, параллелепипеда и цилиндра конечной длины.

и) Для прямоугольной призмы бесконечной длины

$$t = t^\circ + C\tau - \frac{C}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{l+m}}{\delta_l \delta_m} \cdot \frac{1}{\beta_1} \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} (1 - e^{-\beta_1 a \tau}). \quad (\text{III-41})$$

б) Для прямоугольного параллелепипеда

$$t = t^0 + C \tau - \frac{C}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8(-1)^{l+m+n+1}}{\delta_l \delta_m \delta_n} \cdot \frac{1}{\beta_2} \cdot \cos \delta_l \frac{x}{S} \cos \delta_m \frac{y}{B} \cos \delta_n \frac{z}{L} (1 - e^{-\beta_2 a \tau}). \quad (\text{III-42})$$

в) Для цилиндра конечной длины

$$t = t^0 + C \tau - \frac{C}{a} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{m+1}}{\delta_m \mu_n I_1(\mu_n)} \cdot \frac{1}{\beta_3} \cdot \cos \delta_m \frac{z}{H} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) (1 - e^{-\beta_3 a \tau}), \quad (\text{III-43})$$

где

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\delta_l^2}{S^2} + \frac{\delta_m^2}{B^2}; \\ \beta_2 &= \frac{\delta_l^2}{S^2} + \frac{\delta_m^2}{B^2} + \frac{\delta_n^2}{L^2}; \\ \beta_3 &= \frac{\delta_m^2}{H^2} + \frac{\mu_n^2}{R^2}. \end{aligned}$$

По аналогии с одномерной задачей, при некотором достаточно большом промежутке времени члены, содержащие экспоненциальные функции, в решениях (III-41), (III-42), (III-43), делаются исчезающе малыми и могут быть отброшены. В этом случае разность температур поверхности и центра для рассматриваемых тел выразится в виде:

$$\text{а) } \Delta t_m = \frac{CS^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{l+m}}{\delta_l \delta_m} \cdot \frac{1}{\delta_l^2 + \frac{\delta_m^2}{K_1^2}}; \quad (\text{III-44})$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \Delta t_m &= \frac{CS^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8(-1)^{l+m+n+1}}{\delta_l \delta_m \delta_n} \cdot \frac{1}{\delta_l^2 + \frac{\delta_m^2}{K_1^2} + \frac{\delta_n^2}{K_2^2}}; \\ & \quad (\text{III-45}) \end{aligned}$$

$$в) \Delta t_m = \frac{CR^2}{a} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{m+1}}{\delta_m \mu_n I_1(\mu_n)} \cdot \frac{1}{\mu_n^2 + \frac{\delta_m^2}{K_3^2}}, \quad (III-46)$$

где

$$K_1 = \frac{B}{S};$$

$$K_2 = \frac{L}{S};$$

$$K_3 = \frac{H}{R}.$$

В формулах (III-44), (III-45), (III-46) суммы бесконечного ряда могут быть вычислены при различных отношениях

$$\frac{B}{S}, \quad \frac{L}{S} \quad \text{и} \quad \frac{H}{R}.$$

Обобщая эти формулы, а также приведенные выше формулы (III-17) для одномерной задачи, получаем

$$\Delta t_m = K \frac{CS^2}{a}, \quad (III-47)$$

где S — половина толщины или радиус тела;

K — коэффициент формы.

Для призмы бесконечной длины и цилиндра конечной длины коэффициент формы K в зависимости от отношений

$$\frac{B}{S} = K_1 \quad \text{и} \quad \frac{H}{R} = K_3$$

представлен графически на рис. 20; для пластины бесконечной длины $K = 0,5$; для цилиндра бесконечной длины $K = 0,25$; для куба $K = 0,221$, для шара $K = 0,167$.

Из приведенных данных могут быть сделаны следующие выводы:

1) наиболее благоприятной формой тела с точки зрения прогресса после шара является

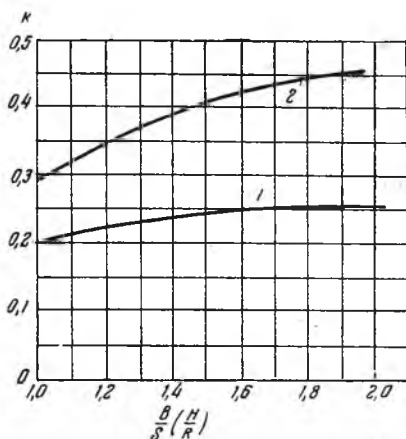


Рис. 20. Коэффициенты формы для прямоугольной призмы и цилиндра конечной длины: 1 — цилиндр; 2 — призма

цилиндр, высота которого рав-

на диаметру; наименее благоприятная форма — бесконечно большая пластина (при $\frac{B}{S} = \infty$);

2) при одной и той же скорости нагрева и одинаковой температуропроводности наибольшая разность температур по сечению в цилиндре бесконечной длины вдвое меньше, чем в пластине одинаковой толщины;

3) разность температур в кубе, при прочих равных условиях, больше, чем в цилиндре с высотой, равной диаметру, и меньше, чем в цилиндре бесконечной длины;

4) с увеличением отношения сторон $\frac{B}{S}$ в призме разность температур увеличивается, и, следовательно, наименьшая разность температур получается в теле квадратного сечения, однако она превышает разность температур в цилиндре, диаметр которого равен толщине квадрата.

Из приведенной выше формулы (III—41) следует, что температура оси прямоугольной призмы бесконечной длины (т. е. при $x=0$ и $y=0$)

$$t_c = t^0 + C \tau - \Delta t_m + \frac{1}{K} \Delta t_m \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{l+m}}{\delta_l \delta_m} \cdot \frac{1}{\delta_l^2 + \frac{\delta_m^2}{K_1^2}} e^{-\left(\delta_l^2 + \frac{\delta_m^2}{K_1^2}\right) \frac{a \tau}{S^2}} \quad (\text{III—48})$$

или

$$t_c = t^0 + C \tau - \Delta t_m + \frac{1}{K} \Delta t_m \Phi \left(\frac{a \tau}{S^2}; K_1 \right). \quad (\text{III—49})$$

Разность температур поверхности и оси призмы

$$\Delta t = \Delta t_m - \frac{1}{K} \Delta t_m \Phi \left(\frac{a \tau}{S^2}; K_1 \right). \quad (\text{III—50})$$

Для цилиндра конечной длины

$$t_c = t^0 + C \tau - \Delta t_m + \frac{1}{K} \Delta t_m \Phi \left(\frac{a \tau}{R^2}; K_3 \right) \quad (\text{III—51})$$

и

$$\Delta t = \Delta t_m - \frac{1}{K} \Delta t_m \Phi \left(\frac{a \tau}{R^2}; K_3 \right). \quad (\text{III—52})$$

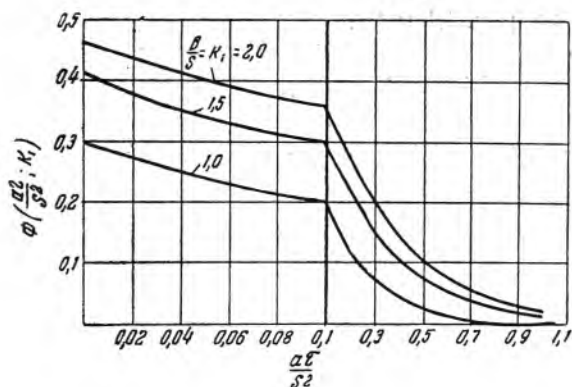


Рис. 21. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; K_1\right)$ для середины прямоугольной призмы бесконечной длины при линейном изменении температуры поверхности.
 B и S — стороны призмы

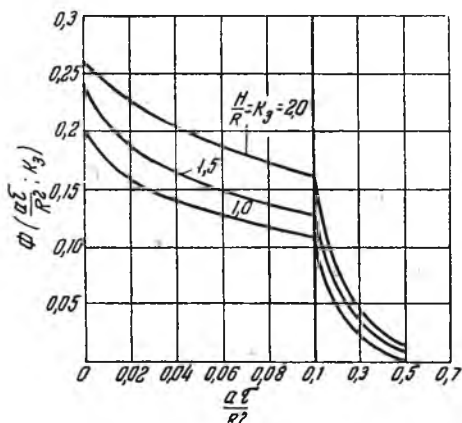


Рис. 22. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; K_2\right)$ для оси цилиндра конечной длины при линейном изменении температуры поверхности.
 $2H$ — высота; R — радиус цилиндра

Значения функции Φ , входящей в приведенные решения, изображены на рис. 21 и 22.

Наконец, из этих же решений вытекает:

$$\frac{\Delta t_m - \Delta t}{\Delta t_m} = \frac{1}{K} \Phi. \quad (\text{III—53})$$

Выражение (III—53) для тел различной формы приведено на рис. 23.

Решая изложенным выше методом двух- и трехмерные задачи при параболическом распределении температур в на-

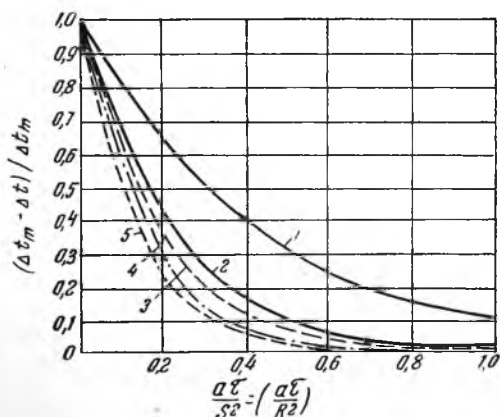


Рис. 23. Отношение $\frac{\Delta t_m - \Delta t}{\Delta t_m}$ в зависимости от $\frac{a\tau}{S^2}$

1 — квадратный брус бесконечной длины; 2 — пластина бесконечной длины; 3 — цилиндр бесконечной длины; 4 — куб; 5 — конечный цилиндр

чалый момент и обобщая формулы для тел различной формы, получаем:

$$t_c = t_n^0 + C\tau - K \frac{CS^2}{a} + \frac{1}{K} \left(\frac{KCS^2}{a} - \Delta t^0 \right) \Phi; \quad (\text{III—54})$$

$$\Delta t = K \frac{CS^2}{a} - \frac{1}{K} \left(\frac{KCS^2}{a} - \Delta t^0 \right) \Phi \quad (\text{III—55})$$

или

$$\Delta t = \Delta t_m - \frac{1}{K} (\Delta t_m - \Delta t^0) \Phi, \quad (\text{III—55a})$$

где, попрежнему,

S — половина толщины (или радиус);

K — коэффициент формы;

Φ — функция, определяемая из рис. 13, 14, 21, или 22 в зависимости от формы тела.

Формула (III—55) может быть выражена в виде

$$\frac{\Delta t}{C\tau} = K \frac{S^2}{a\tau} - \left(\frac{S^2}{a\tau} - \frac{\Delta t^0}{KC\tau} \right) \Phi. \quad (\text{III—56})$$

Это означает:

$$\frac{\Delta t}{C\tau} = F\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{\Delta t^0}{C\tau}; K\right), \quad (\text{III—57})$$

т. е. для каждой формы тела может быть построен график, подобный графикам, изображенным на рис. 17 и 18.

Исследование всех этих решений показывает, что функция Φ принимает достаточно малое значение и может быть отброшена при условии

$$\tau \gg 2K \frac{S^2}{a}.$$

Пример 4. Слиток прямоугольного сечения размерами 400×600 мм имеем в начальный момент на поверхности 600° и в середине 700° , нагревается со скоростью 250° в час. Определить разность температур по сечению слитка через 1,2 часа после посадки, если $a = 0,02$ м²/час.

Решение. Имеем

$$S = 0,2\text{ м}; \quad B = 0,3\text{ м}; \quad K_1 = \frac{0,3}{0,2} = 1,5; \quad \Delta t^0 = -100^\circ; \quad C = 250^\circ/\text{час};$$

$$\tau = 1,2 \text{ час. } a = 0,02 \text{ м}^2/\text{час}.$$

Коэффициент формы для призмы при $\frac{B}{S} = 1,5$ $K = 0,410$ (рис. 20):

$$1) \quad \frac{a\tau}{S^2} = \frac{0,02 \cdot 1,2}{0,2^2} = 0,6;$$

$$2) \quad \Phi(0,6; 1,5) = 0,060 \quad (\text{из рис. 21});$$

$$3) \quad \Delta t_m = 0,410 \frac{250 \cdot 0,2^2}{0,02} = 205^\circ \quad (\text{см. III—47});$$

$$4) \quad \Delta t = 205 - \frac{1}{0,410} (205 + 100) \cdot 0,060 = 160^\circ \quad (\text{см. III—48})$$

или в этом температура поверхности

$$t_{\text{п}} = t_{\text{п}}^0 + C\tau = 600 + 250 \cdot 1,2 = 900^\circ;$$

температура середины

$$t_{\text{с}} = t_{\text{п}} - \Delta t = 900 - 160 = 740^\circ$$

4. Температура печи и тепловой поток для двумерного поля

Для двумерной задачи температура печи определяется из выражения

$$t_r = t^0 + C\tau + \frac{CS}{ah} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{m+1}}{\delta_m} \cdot \frac{1}{\delta_l^2 + \frac{\delta_m^2}{K_1^2}} \cdot \cos \delta_m \frac{y}{K_1 S} \left[1 - e^{-\left(\delta_l^2 + \frac{\delta_m^2}{K_1^2} \right) \frac{a\tau}{S^2}} \right]. \quad (\text{III}-58)$$

Из этого выражения следует, что в двух- и трехмерном температурном поле температура печи должна зависеть не только от времени, но и от координат (стр. 51), а именно: в случае прямоугольной призмы бесконечной длины в каждый данный момент времени температура печи должна была бы изменяться от наименьшего значения при $\frac{y}{B} = 1$ до наибольшего

значения при $\frac{y}{B} = 0$ В случае прямоугольного параллелепипеда температура печи должна была бы быть минимальной у вершин и максимальной — у центра граней. Наконец, в случае цилиндра конечной длины наибольшее значение температуры печи должно было бы быть у центра оснований и у середины высоты (последнее, если цилиндр нагревается симметрично со стороны обоих оснований). Величина теплового потока также должна изменяться в каждый момент времени от нулевого до наибольшего значения.

Сказанное выше о действительных условиях распределения температур и теплового потока относится также и к линейному изменению температуры поверхности.

В реальных условиях нагрева наибольшие температуры будут получаться в местах пересечения граней, т. е. в вершинах и на ребрах, наименьшие — в центрах граней. Как было указано выше, это обстоятельство приводит к изменению теплового потока, т. е. приближает практические случаи к рассматриваемым нами решениям (стр. 51).

Наибольшая температура печи для призмы (при $\frac{x}{S} = 1$ и $\frac{y}{B} = 1$):

$$t_{rm} = t^0 + C\tau + 2K \frac{CS}{ah} - \frac{CS}{ah} F\left(\frac{a\tau}{S^2}; K_1\right), \quad (\text{III}-59)$$

причем функция F может быть взята из рис. 25 в зависимости от значения $\frac{a\tau}{S^2}$ и отношения $K_1 = \frac{B}{S}$.

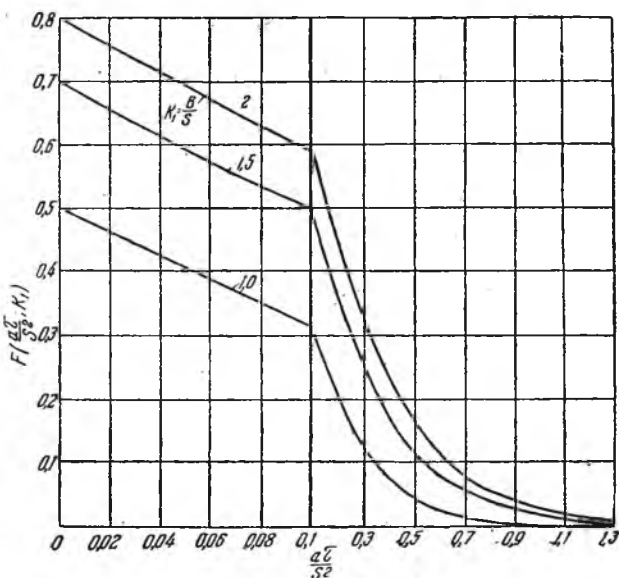


Рис. 24. Функции $F\left(\frac{a\tau}{S^2}; K_1\right)$ для температур печи и теплового потока при линейном изменении температуры поверхности прямоугольной призмы бесконечной длины:

В и S — стороны призмы

Для цилиндра конечной длины

$$t_{r_m} = t^0 + C\tau + 2K \frac{CR}{ah} - \frac{CR}{ah} F\left(\frac{a\tau}{R^2}; K_3\right), \quad (\text{III—60})$$

где функция F определяется из рис. 25.

Обобщая все эти формулы для тел различной формы, при наличии температурного градиента в начальный момент, получим:

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{q}{\sigma_B} + \left(\frac{T_n}{100}\right)^4} - 273, \quad (\text{III—61})$$

где

$$q = CS c_p \gamma (2K - F) + \frac{1}{K} \Delta t^0 \frac{\lambda}{S} F; \quad (\text{III—62})$$

или

$$q = 2 \Delta t_m \frac{\lambda}{S} \left(1 - \frac{1}{2K} F \right) + \frac{1}{K} \Delta t^0 \frac{\lambda}{S} F. \quad (\text{III—63})$$

В этих решениях коэффициенты K определяются из рис. 20, а функции F — из рис. 19, 24 или 25, в зависимости от формы тела.

При отсутствии в начальный момент температурного градиента решения упрощаются за счет исключения членов, содержащих Δt^0 .

Формулы (III—61)—(III—63) позволяют определять необходимую температуру печи и тепловой поток для любого за-

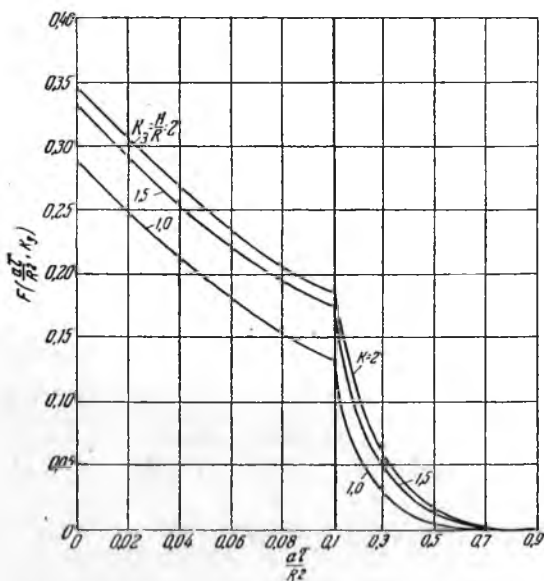


Рис. 25. Функции $F \left(\frac{a\tau}{R^2}; K_3 \right)$ для температур печи и теплового потока при линейном изменении температуры поверхности цилиндра конечной длины:

$2H$ — высота; R — радиус цилиндра

данного температурного графика путем разбивки кривой температуры поверхности металла на отрезки, близкие к прямым. Этими же формулами можно воспользоваться для решения обратной задачи — определения температуры тела по заданной температуре печи.

Пример 5. По данным примера 2 определить температуру печи и тепловой поток в различные промежутки времени.

Решение. Пусть для участка 1 $\lambda = 25 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$; $\sigma_B = 3,5 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{K}^2$; $K = 0,25$ (для цилиндра бесконечной длины — стр. 69), $F(0,22) = 0,1$ (из рис. 19); $\Delta t^0 = 0$; $t_{\text{п}}^0 = 200$; $\Delta t_m = 202^\circ$ (из табл. 2). Тогда, согласно формулам (III — 63) и (III — 61)

$$q = 2 \cdot \frac{202 \cdot 25}{0,3} \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 0,25} \cdot 0,1 \right) + 0 = 27000 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час};$$

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{27000}{3,5} + \left(\frac{200 + 273}{100} \right)^4} - 273 = 680^\circ.$$

Результаты расчетов для остальных участков приведены в табл. 2 и на рис. 16.

Таким образом, приведенные формулы позволяют определять температурное поле в металле, температуру печи и тепловой поток для тел различной формы при любом заданном изменении температуры поверхности.

Если в этих формулах положить $C = 0$, то, как было указано выше, мы получаем формулы для выдержки. При $\Delta t^0 = 0$ мы от второго варианта приходим к первому.

Глава IV

Нагрев при постоянном тепловом потоке

1. Одномерная задача

В настоящей главе будут рассмотрены решения уравнения теплопроводности при поверхностных условиях второго рода, т. е. при заданном тепловом потоке, который принимается за постоянную величину.

Нагрев при постоянном тепловом потоке (при $q = \text{const}$) встречается в методических, а иногда и в камерных печах. В сочетании с другими способами нагрева постоянный тепловой поток находит большое практическое применение (см. ниже).

Согласно данным Г. П. Иванцова¹, для решения задач при поверхностных условиях второго рода в дифференциальном уравнении теплопроводности производится замена t на q .

¹ Г. П. Иванцов, Журнал технической физики, 1934, т. 4, в. 8.

В результате этой замены мы приходим к уравнению вида

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 q}{\partial x^2}. \quad (\text{IV—1})$$

Следовательно, задача будет сводиться к решению уравнения (IV—1), при интересующих нас граничных условиях, а именно при $q|_{x=S} = \text{const}$.

Не останавливаясь на выводе этого решения, приведем только конечные результаты.

Для пластины решение уравнения (IV—1) при $q = \text{const}$ и при начальной температуре металла, равной нулю, принимает следующий вид:

$$t = \frac{qS}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{x}{S} \right)^2 - \frac{1}{3} + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{l+1}}{\varepsilon_l^2} \cos \varepsilon_l \frac{x}{S} \cdot e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} \right], \quad (\text{IV—2})$$

где

$$\varepsilon_l = \pi l \quad (l = 1, 2, 3 \dots).$$

Общая форма этого же решения

$$t \frac{2\lambda}{qS} = \Phi \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right), \quad (\text{IV—3})$$

где значения функции Φ представлены на рис. 26.

Из этого рисунка можно видеть, что при $\frac{a\tau}{S^2} \geq 0,3$ изменение температуры со временем принимает прямолинейный характер, иначе говоря, при $\tau > 0,3 \frac{S^2}{a}$ содержащий экспоненциальную функцию член в формуле (IV—2) может быть отброшен.

При этом условии получаем:

$$t = \frac{qS}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{x}{S} \right)^2 - \frac{1}{3} \right], \quad (\text{IV—4})$$

т. е. распределение температур по толщине происходит по закону параболы.

Из выражения (IV—4) следует: температура поверхности (при $x = S$)

$$t_n = \frac{qS}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} + \frac{2}{3} \right); \quad (\text{IV—5})$$

температура середины (при $x=0$)

$$t_c = \frac{qS}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} - \frac{1}{3} \right). \quad (\text{IV-6})$$

Разность температур поверхности и середины

$$\Delta t = t_n - t_c = \frac{qS}{2\lambda}. \quad (\text{IV-7})$$

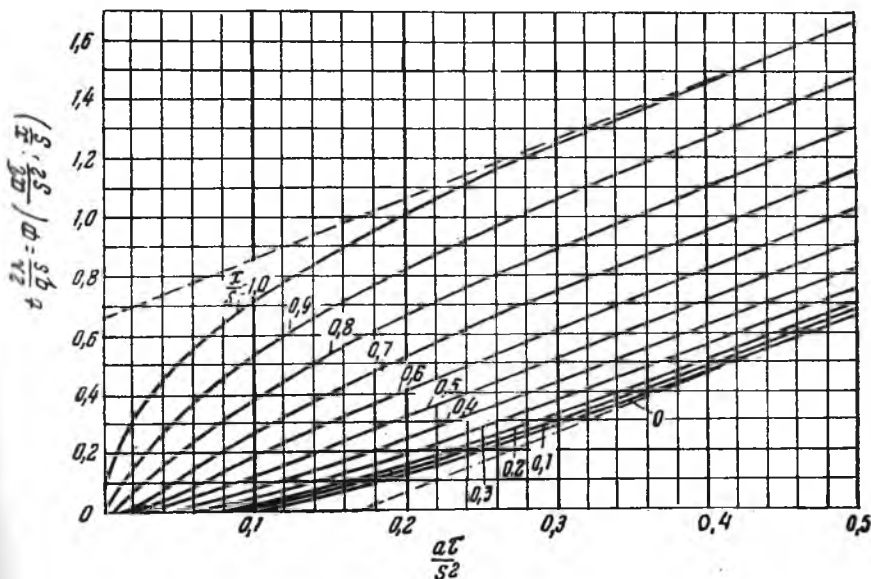


Рис. 26. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$ для постоянного теплового потока

Участок, продолжительность которого $\tau' = 0,3 \frac{S^2}{a}$, будем нагревать начальным.

Для последней точки начального участка

$$t'_n = \frac{qS}{2\lambda} \left(\frac{2a \cdot 0,3 S^2}{S^2 a} + \frac{2}{3} \right)$$

или

$$t'_n = 1,27 \frac{qS}{2\lambda} = 1,27 \Delta t;$$

$$t'_c = t'_n - \frac{qS}{2\lambda}.$$

В пределах начального участка изменение температуры происходит по кривой (рис. 27).

Пользуясь выражениями (III—15), (III—17) и (III—39), относящимися к постоянной скорости нагрева ($C = \text{const}$) и принимая $t^0 = 0$, получим:

$$t = \frac{CS^2}{2a} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{x}{S} \right)^2 - 1 \right]$$

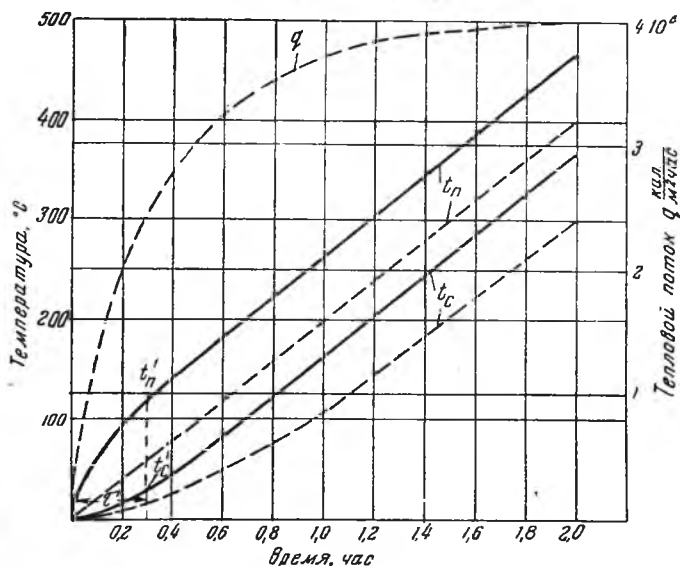


Рис. 27. Нагрев при $q = \text{const}$ и $C = \text{const}$ (к примеру 1, стр. 81)

q — тепловой поток; t_n — температура поверхности; t_c — температура середины;
 — $q = \text{const}$
 - - - $C = \text{const}$

или

$$t = \frac{qS}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{x}{S} \right)^2 - 1 \right]; \quad (\text{IV—8})$$

$$t_n = \frac{qS}{2\lambda} \cdot \frac{2a\tau}{S^2}; \quad (\text{IV—9})$$

$$t_c = \frac{qS}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} - 1 \right); \quad (\text{IV—10})$$

$$\Delta t = \frac{qS}{2\lambda}. \quad (\text{IV—11})$$

Сравнивая между собой полученные выражения при $q = \text{const}$ и $C = \text{const}$, приходим к следующим выводам.

По истечении некоторого промежутка времени, при котором суммы бесконечного ряда практически обращаются в нуль, т. е. когда устанавливается так называемый регулярный режим, скорость нагрева C при $q = \text{const}$ также делается постоянной (см. также рис. 27). При прочих равных условиях и при одинаковых q скорости нагрева как при $C = \text{const}$, так и при $q = \text{const}$ одинаковы, разности температур Δt также равны. Однако температуры тела отличаются между собой, а именно:

$$t_{\pi} \Big|_{q=\text{const}} - t_{\pi} \Big|_{C=\text{const}} = \frac{2}{3} \Delta t = \frac{1}{3} \frac{qS}{\lambda}, \quad (\text{IV-12})$$

т. е. температуры пластины отличаются между собой на $\frac{2}{3}$ разности температур. Это объясняется тем, что при $q = \text{const}$ с самого начала нагрев совершается при одном и том же значении теплового потока, в то время как при $C = \text{const}$ в начале тепловой поток равен нулю и лишь через некоторое время достигает своего значения q .

Из выражения (IV-5) и (IV-7) следует:

$$\tau = \frac{1}{2} \cdot \frac{S^2}{a\Delta t} \left(t_{\pi} - \frac{2}{3} \Delta t \right) \quad (\text{при } q = \text{const}),$$

и из (IV-9) и (IV-11):

$$\tau = \frac{1}{2} \cdot \frac{S^2}{a\Delta t} \cdot t_{\pi} \quad (\text{при } C = \text{const}).$$

Отсюда получаем

$$\tau \Big|_{C=\text{const}} - \tau \Big|_{q=\text{const}} = \frac{1}{3} \frac{S^2}{a}. \quad (\text{IV-13})$$

Иначе говоря, продолжительность нагрева пластины до одной и той же температуры при $C = \text{const}$ превышает эту же величину при $q = \text{const}$ на $\frac{1}{3} \frac{S^2}{a}$.

Пример 1. Пластина толщиной 400 мм нагревается при постоянном тепловом потоке $q = 40000 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час}$. Определить изменение температуры поверхности, середины тела и разности между ними и сравнить с нагревом при $C = \text{const}$, если $a = 0,04 \text{ м}^2/\text{час}$; $\lambda = 40 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$; $t^0 = 0^\circ$.

Решение. Имеем

$$S = 0,2 \text{ м}; \quad q = 40000 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час}.$$

Определяем
при $q = \text{const}$ и $\tau = 2 \text{ часа}$

$$1) \Delta t = \frac{40000 \cdot 0,2}{2 \cdot 40} = 100^\circ \text{ (см. IV-7);}$$

$$2) t_{II} = \frac{40000 \cdot 0,2}{2 \cdot 40} \left(\frac{2 \cdot 0,04 \cdot 2}{0,2^2} + \frac{2}{3} \right) = 467^\circ \text{ (см. IV-5);}$$

$$3) t_c = \frac{40000 \cdot 0,2}{2 \cdot 40} \left(\frac{2 \cdot 0,04 \cdot 2}{0,2^2} - \frac{1}{3} \right) = 367^\circ \text{ (см. IV-6);}$$

4) Для начального участка

$$\tau' = 0,3 \frac{0,2^2}{0,04} = 0,3 \text{ часа;}$$

$$t'_{II} = 1,27 \frac{40000 \cdot 0,2}{2 \cdot 40} = 127^\circ;$$

$$t'_c = 127 - 100 = 27^\circ;$$

при $C = \text{const}$ и $\tau = 2$ часа:

$$5) C = \frac{2 a \Delta t}{S^2} = \frac{2 \cdot 0,04 \cdot 100}{0,2^2} = 200^\circ/\text{час (см. III-17);}$$

$$6) t_{II} = \frac{40000 \cdot 0,2}{2 \cdot 40} \cdot \frac{2 \cdot 0,04 \cdot 2}{0,2^2} = 400^\circ \text{ (см. IV-9);}$$

$$7) t_c = \frac{40000 \cdot 0,2}{2 \cdot 40} \left(\frac{2 \cdot 0,04 \cdot 2}{0,2^2} - 1 \right) = 300^\circ \text{ (см. IV-10);}$$

$$8) t_{II}|_{q=\text{const}} - t_{II}|_{C=\text{const}} = 467 - 400 = 67^\circ = \frac{2}{3} \cdot 100^\circ \text{ (см. IV-12)}$$

С помощью формулы (IV-3) и рис. 26 определяем изменение температур для промежутка времени $\tau < 0,3 \frac{S^2}{a}$. Аналогичные вычисления делаем для $C = \text{const}$.

Результаты расчетов, представленные на рис. 27, дают наглядное представление о нагреве при постоянном тепловом потоке и при постоянной скорости.

Сравнивая продолжительность нагрева до одной и той же температуры $t_{II} = 400^\circ$, получаем из рис. 27:

$$\text{при } q = \text{const } \tau = 2 - \frac{467 - 400}{200} = 1,67 \text{ часа;}$$

при $C = \text{const } \tau = 2$ часа
или

$$\begin{aligned} \tau|_{C=\text{const}} - \tau|_{q=\text{const}} &= 2 - 1,67 = 0,33 \text{ часа} = \frac{1}{3} \cdot \frac{S^2}{a} = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{0,2^2}{0,04} \text{ (см. IV-13).} \end{aligned}$$

На рис. 27 показано также изменение теплового потока при $C = \text{const}$, вычисленное с помощью формулы (III-38) и рис. 19.

Для цилиндра бесконечной длины решение уравнения теплопроводности при $q = \text{const}$ получается в виде

$$t = \frac{qR}{2\lambda} \left[\frac{4a\tau}{R^2} + \left(\frac{r}{R} \right)^2 - \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4I_0 \left(\nu_n \frac{r}{R} \right)}{[\nu_n^2 I_0(\nu_n)]} e^{-\nu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \right]. \quad (\text{IV—14})$$

При $\tau \geq 0,25 \frac{R^2}{a}$ сумма бесконечного ряда может быть отброшена и распределение температур по диаметру будет происходить по параболе. Тогда

$$t_{\pi} = \frac{qR}{2\lambda} \left(\frac{4a\tau}{R^2} + \frac{1}{2} \right); \quad (\text{IV—15})$$

$$t_c = \frac{qR}{2\lambda} \left(\frac{4a\tau}{R^2} - \frac{1}{2} \right); \quad (\text{IV—16})$$

$$\Delta t = \frac{qR}{2\lambda}. \quad (\text{IV—17})$$

Для последней точки начального участка (т. е. $\tau' = 0,25 \frac{R^2}{a}$) имеем

$$t'_{\pi} = 1,5 \frac{qR}{2\lambda};$$

$$t'_c = t'_{\pi} - \frac{qR}{2\lambda}.$$

Аналогичные выражения при $C = \text{const}$:

$$t = \frac{qR}{2\lambda} \left[\frac{4a\tau}{R^2} + \left(\frac{r}{R} \right)^2 - 1 \right]; \quad (\text{IV—18})$$

$$t_{\pi} = \frac{qR}{2\lambda} \cdot \frac{4a\tau}{R^2}; \quad (\text{IV—19})$$

$$t_c = \frac{qR}{2\lambda} \left(\frac{4a\tau}{R^2} - 1 \right); \quad (\text{IV—20})$$

$$\Delta t = \frac{qR}{2\lambda}. \quad (\text{IV—21})$$

Для цилиндра могут быть сделаны аналогичные выводы, а именно:

$$t_n \Big|_{q=\text{const}} - t_n \Big|_{C=\text{const}} = 0,5 \Delta t = \frac{1}{4} \frac{qR}{\lambda}; \quad (\text{IV-22})$$

$$\tau \Big|_{C=\text{const}} - \tau \Big|_{q=\text{const}} = \frac{1}{8} \frac{R^2}{a}. \quad (\text{IV-23})$$

2. Двух- и трехмерная задача

Переходим теперь к исследованию двух- и трехмерного температурного поля.

Для прямоугольной призмы бесконечной длины сечением $2S \times 2B$, отбрасывая суммы бесконечного ряда, решение получаем в виде

$$t = \frac{q_S S}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{x}{S} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + \\ + \frac{q_B B}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{B^2} + \left(\frac{y}{B} \right)^2 - \frac{1}{3} \right]. \quad (\text{IV-24})$$

Для прямоугольного параллелепипеда размерами $2S \times 2B \times 2L$

$$t = \frac{q_S S}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{x}{S} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + \\ + \frac{q_B B}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{B^2} + \left(\frac{y}{B} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + \frac{q_L L}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{L^2} + \left(\frac{z}{L} \right)^2 - \frac{1}{3} \right], \quad (\text{IV-25})$$

где

q_S, q_B, q_L — тепловые потоки, поступающие через соответствующие грани.

В частном случае, для призмы квадратного сечения (при $B=S$) при $q_S = q_B = q$

$$t = \frac{qS}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{x}{S} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + \frac{qS}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{y}{S} \right)^2 - \frac{1}{3} \right]. \quad (\text{IV-26})$$

Распределение температур на гранях $\left(\frac{y}{S} = 1 \right)$

$$t_x = \frac{qS}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{x}{S} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + \frac{qS}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \frac{2}{3} \right]. \quad (\text{IV-27})$$

При $\frac{x}{S} = \pm 1$ и $\frac{y}{S} = \pm 1$, т. е. на углах (ребрах)

$$t_{\Pi_1} = \frac{qS}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} + \frac{2}{3} \right) + \frac{qS}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} + \frac{2}{3} \right) = \frac{qS}{\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} + \frac{2}{3} \right). \quad (\text{IV-28})$$

На середине граней (например для грани $\frac{x}{S} = 1$; $\frac{y}{S} = 0$):

$$t_{\Pi_2} = \frac{qS}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} + \frac{2}{3} \right) + \frac{qS}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{qS}{\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} + \frac{1}{6} \right). \quad (\text{IV-29})$$

Наконец, по оси призмы $\left(\frac{x}{S} = 0 \text{ и } \frac{y}{S} = 0 \right)$

$$t_c = \frac{qS}{\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} - \frac{1}{3} \right). \quad (\text{IV-30})$$

Наибольшая разность температур

$$\Delta t_m = t_{\Pi_1} - t_c = \frac{qS}{\lambda}. \quad (\text{IV-31})$$

Разность температур между углом и серединой грани

$$\Delta t_1 = t_{\Pi_1} - t_{\Pi_2} = \frac{qS}{\lambda}. \quad (\text{IV-32})$$

Разность температур между серединой грани и центром

$$\Delta t_2 = t_{\Pi_2} - t_c = \frac{qS}{2\lambda}. \quad (\text{IV-33})$$

Отсюда

$$\Delta t_m = 2 \Delta t_1 = 2 \Delta t_2. \quad (\text{IV-34})$$

Для куба со стороной S при $q_S = q_B = q_L = q$ из формулы (IV-25) получаем

$$t = \frac{qS}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{x}{S} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + \frac{qS}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{y}{S} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + \\ + \frac{qS}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{S^2} + \left(\frac{z}{S} \right)^2 - \frac{1}{3} \right]. \quad (\text{IV-35})$$

Температура на вершинах куба

$$t_{\Pi_1} = 3 \frac{qS}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} + \frac{2}{3} \right). \quad (\text{IV-36})$$

В центре куба $\left(\text{при } \frac{x}{S} = \frac{y}{S} = \frac{z}{S} = 0 \right)$:

$$t_c = 3 \frac{qS}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{S^2} - \frac{1}{3} \right). \quad (\text{IV-37})$$

Отсюда наибольшая разность температур

$$\Delta t_m = t_{n_1} - t_c = 3 \frac{qS}{2\lambda}. \quad (\text{IV—38})$$

Разность температур между вершиной и серединой ребра, между серединой ребра и центром грани и между центром грани и центром куба

$$\Delta t = \frac{qS}{2\lambda}. \quad (\text{IV—39})$$

Из полученных формул следует, что

$$\Delta t_m = 3 \Delta t.$$

Наконец, рассмотрим цилиндр конечной длины радиусом R и высотой $2H$.

Отбрасывая суммы бесконечного ряда, получаем

$$t = \frac{qR}{2\lambda} \left[\frac{4a\tau}{R^2} + \left(\frac{r}{R} \right)^2 - \frac{1}{2} \right] + \frac{qH}{2\lambda} \left[\frac{2a\tau}{H^2} + \left(\frac{z}{H} \right)^2 - \frac{1}{3} \right]. \quad (\text{IV—40})$$

При $\frac{r}{R} = 1$ и $\frac{z}{H} = 1$, т. е. на пересечении боковой поверхности с основаниями

$$t_{n_1} = \frac{qR}{2\lambda} \left(\frac{4a\tau}{R^2} + \frac{1}{2} \right) + \frac{qH}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{H^2} + \frac{2}{3} \right). \quad (\text{IV—41})$$

Для центров оснований (при $\frac{r}{R} = 0$ и $\frac{z}{H} = \pm 1$)

$$t_{c_0} = \frac{qR}{2\lambda} \left(\frac{4a\tau}{R^2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{qH}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{H^2} + \frac{2}{3} \right). \quad (\text{IV—42})$$

Для геометрического центра ($\frac{r}{R} = 0$ и $\frac{z}{H} = 0$)

$$t_c = \frac{qR}{2\lambda} \left(\frac{4a\tau}{R^2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{qH}{2\lambda} \left(\frac{2a\tau}{H^2} - \frac{1}{3} \right). \quad (\text{IV—43})$$

Рассматривая цилиндр, высота которого $2H$ равна диаметру (т. е. $H = R$), находим

$$\Delta t_m = t_{n_1} - t_c = \frac{qR}{2\lambda} + \frac{qH}{2\lambda} = \frac{qR}{\lambda}; \quad (\text{IV—44})$$

$$\Delta t_1 = t_{n_1} - t_{c_0} = \frac{qR}{2\lambda};$$

$$\Delta t_2 = t_{c_0} - t_c = \frac{qH}{2\lambda} = \frac{qR}{2\lambda}.$$

Следовательно, наибольшая разность температур Δt_m равна удвоенной разности Δt_1 или Δt_2 .

Глава V

Нагрев при заданной температуре окружающей среды

В настоящей главе будут рассмотрены наиболее часто встречающиеся случаи нагрева при заданной температуре среды, т. е. решения уравнения теплопроводности при поверхностных условиях третьего рода.

Некоторые из этих задач были решены и представлены в графическом виде Г. Гребером¹, А. Шаком², Г. П. Иванцовым³, Д. В. Будриным⁴ и другими.

Ниже будут рассмотрены решения уравнения теплопроводности при постоянной температуре, при линейном изменении температуры окружающей среды и при различных начальных условиях.

1. Простейшие задачи одного измерения

Сначала рассмотрим решение уравнения теплопроводности для пластины бесконечной длины и ширины. Задача формулируется следующим образом.

Пластина, имеющая в начальный момент по всему сечению постоянную и одинаковую температуру t° , нагревается при постоянной температуре печи t_r .

Краевые условия определяются из выражений:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=\pm S} = \pm h(t_r - t) \quad (V-1)$$

$$t|_{\tau=0} = t^\circ. \quad (V-2)$$

Подставляя (V-1) и (V-2) вместо φ и F в решение (I-39), после некоторых преобразований получаем:

$$t = t_r + (t^\circ - t_r) \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2 \sin \eta_l}{\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l} \cos \eta_l \frac{x}{S} e^{-\frac{\eta_l^2 a \tau}{S^2}}. \quad (V-3)$$

Так как постоянная η_l зависит от критерия $hS = \frac{aS}{\lambda}$ (стр. 22), то сумма бесконечного ряда является функцией критериев $\frac{a\tau}{S^2}$,

и симплекса $\frac{x}{S}$.

¹ Г. Гребер и С. Эрк. Основы учения о теплообмене, ОНТИ 1936.

² Шгаль унд Айзен, 1930, с. 1689.

³ Журнал технической физики, 1938, т. 8, в. 10.

⁴ Труды Уральского индустриального института, 1941, в. 17.

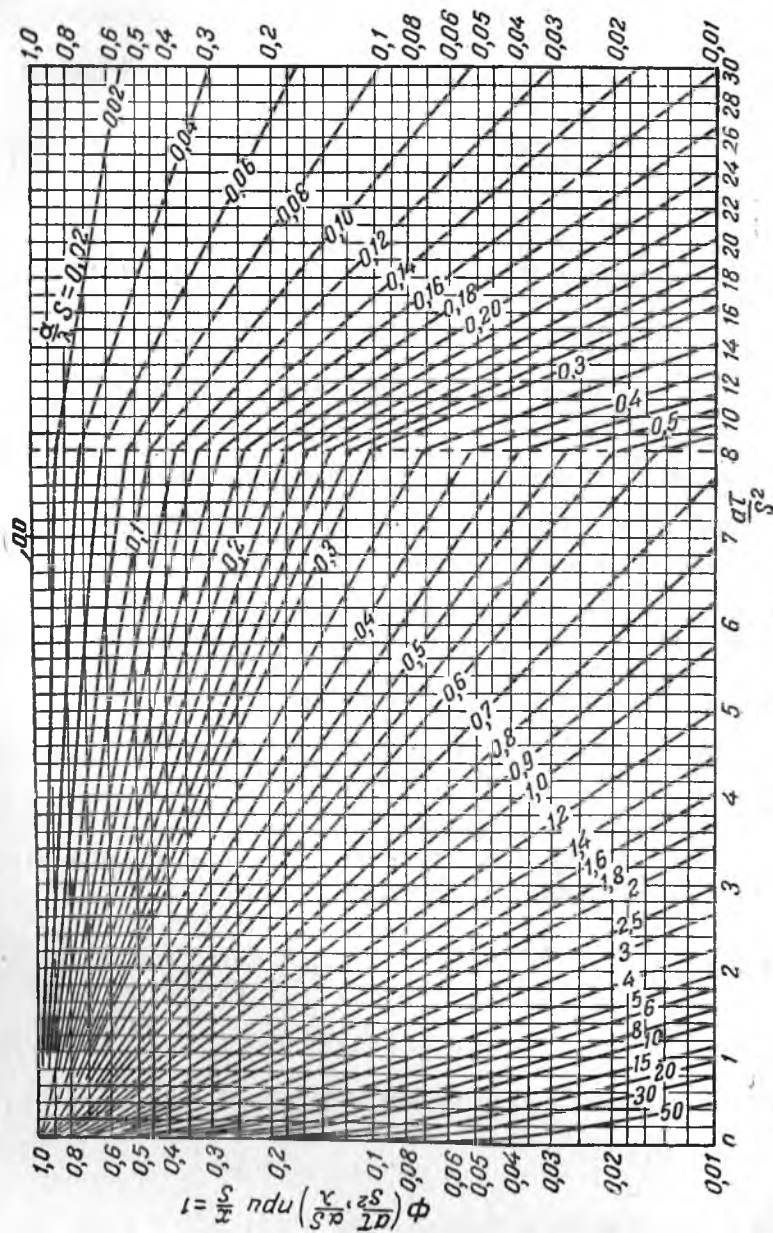


Рис. 28. Функции $\Phi\left(\frac{\sigma}{S^2}; \frac{\gamma S}{\lambda}\right)$ для поверхности пластины

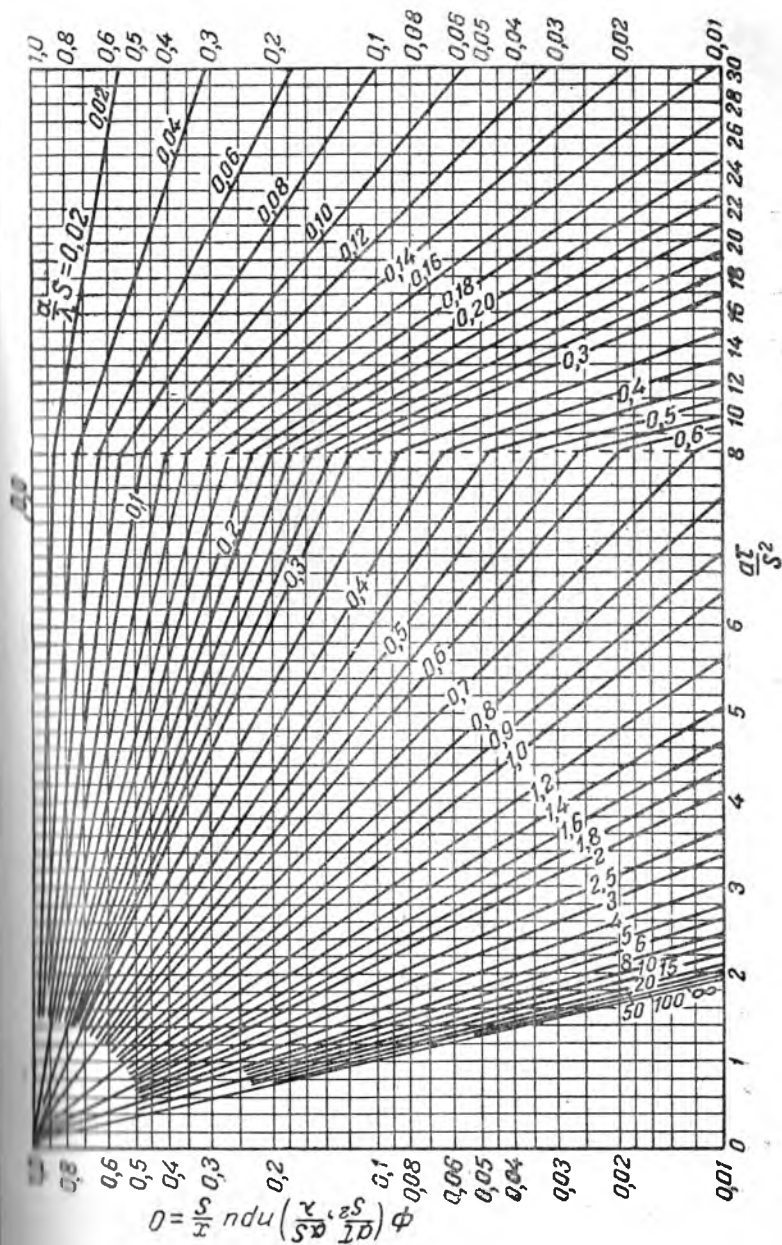


Рис. 29. Функция $\Phi \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{zS}{\lambda} \right)$ для середины пластины

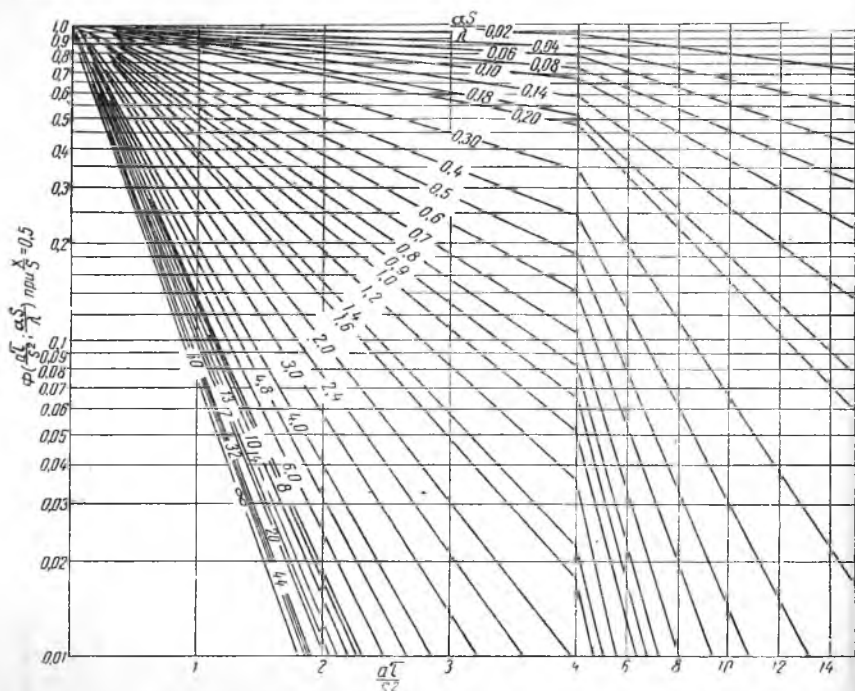


Рис. 30. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}\right)$ для пластины при $\frac{x}{S} = 0,5$

Следовательно, решение (V-3) в общем виде будет

$$\frac{t - t_r}{t^\circ - t_r} = \Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}; \frac{x}{S}\right). \quad (\text{V-4})$$

Значения функции Φ в зависимости от критериев $\frac{a\tau}{S^2}$ и $\frac{aS}{\lambda}$ для поверхности ($\frac{x}{S} = 1$) и для середины пластины ($\frac{x}{S} = 0$) приведены на рис. 28 и 29¹. Значения этих же функций для $\frac{x}{S} = 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9$ даны на рис. 30—34.

Используя общее решение (I-53), аналогично получаем для цилиндра бесконечной длины:

$$t = t_r + (t^\circ - t_r) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 I_1(\mu_n)}{\mu_n [I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)]} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \quad (\text{V-5})$$

¹ Графики, приведенные на рис. 28 и 29, разработаны Д. В. Будриным.

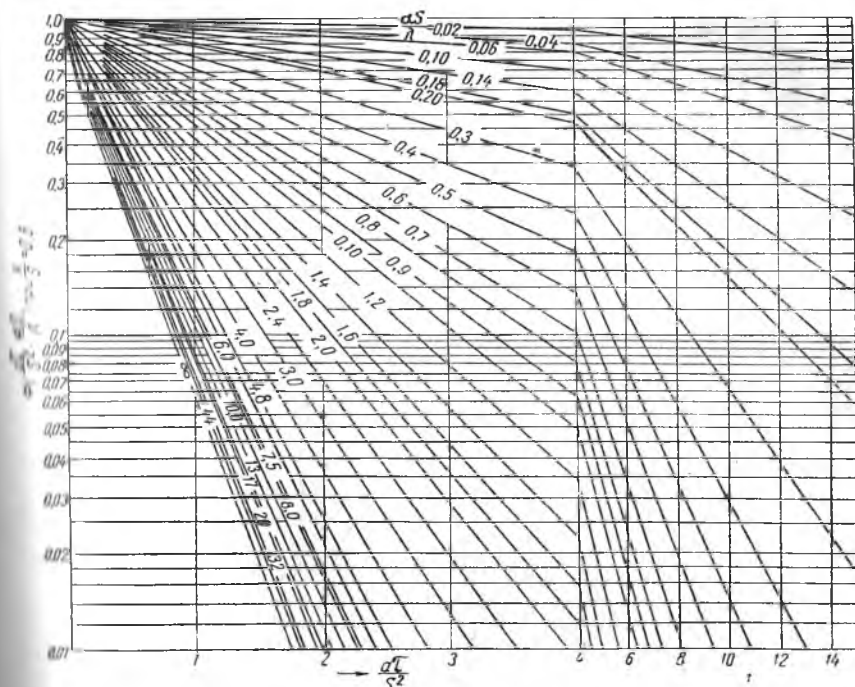


Рис. 31. Функции $\Phi\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}\right)$ для пластины при $\frac{x}{S} = 0,6$

Так как ν_n зависит от критерия $hr = \frac{\alpha R}{\lambda}$ (стр. 30), то решение (V—5) может быть выражено в виде:

$$\frac{t - t_r}{t^0 - t_r} = \Phi\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}; \frac{r}{R}\right). \quad (\text{V—6})$$

Значения функции Φ в зависимости от $\frac{\alpha\tau}{R^2}$ и $\frac{\alpha R}{\lambda}$ для $\frac{r}{R} = 1$ и 0 даны на рис. 35 и 36; для $\frac{r}{R} = 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9$ — на рис. 37—41¹.

Приведенные решения и графики позволяют находить распределение температур по сечению тела по заданному времени нагрева, либо определять время нагрева по заданной температуре тела.

¹ Графики, приведенные на рис. 35 и 36, разработаны Д. В. Будриным.

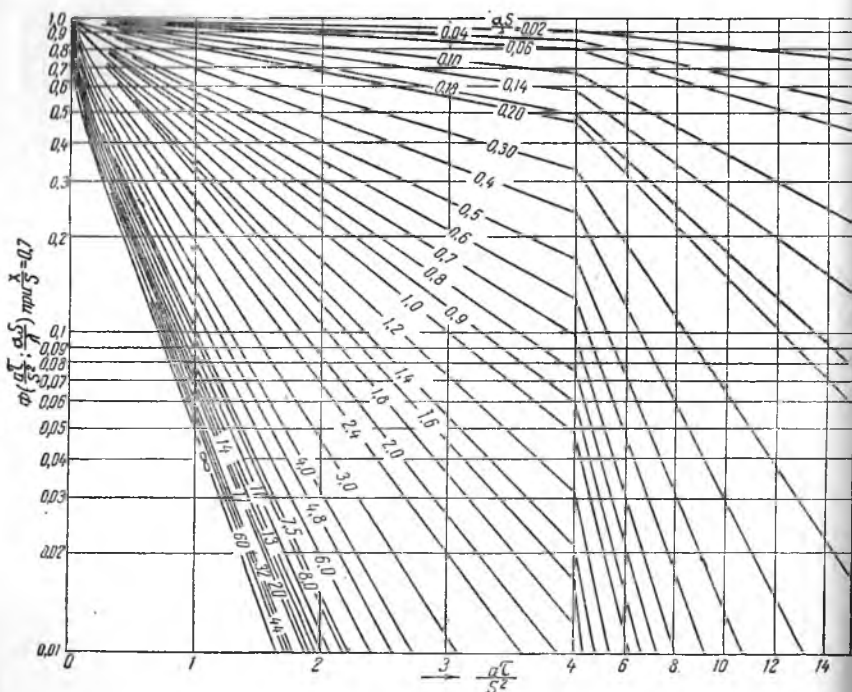


Рис. 32. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}\right)$ для пластины при $\frac{x}{S} = 0,7$

Пример 1. Непрерывный ряд стальных заготовок толщиной 200 мм (который может рассматриваться как плига) нагревается с обеих сторон при постоянной температуре печи 1000°. Найти распределение температур по сечению заготовок через 40 мин. после посадки их в печь, если начальная температура их 20°, а физические константы стали $\lambda = 30$ кал/м·час·°С; $a = 0,02$ м²/час.

Решение. Имеем: толщина $S = 0,1$ м; $t_p = 1000^\circ$; $t^\circ = 20^\circ$,

$$\tau = \frac{40}{60} = 0,67 \text{ часа; } \lambda = 30 \text{ кал/м·час·°С; } a = 0,02 \text{ м}^2/\text{час.}$$

Принимаем коэффициент теплоотдачи $\alpha = 150$ кал/м²·час·°С. Определяем.

$$1) \frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{150 \cdot 0,1}{30} = 0,5;$$

$$2) \frac{a\tau}{S^2} = 1,34;$$

3) функция Φ при $\frac{a\tau}{S^2} = 1,34$; $\frac{\alpha S}{\lambda} = 0,5$ и при $\frac{x}{S} = 0$ из рис. 29 определяется равной 0,6;

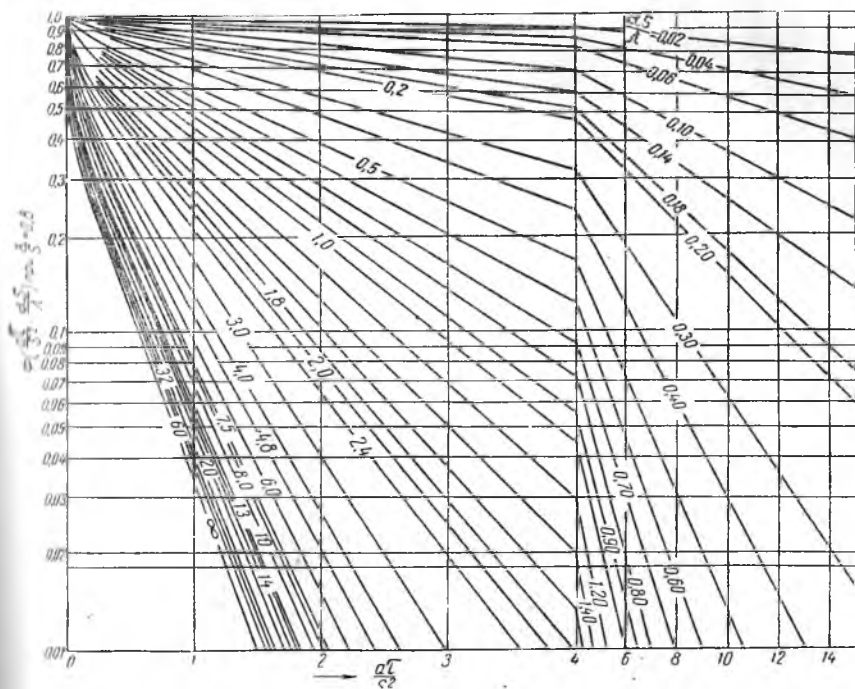


Рис. 33. Функции $\Phi \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda} \right)$ для пластины при $\frac{x}{S} = 0,8$

4) температура определяется из выражения [см. (V—1)]:

$$\Phi = \frac{t - t_r}{t^0 - t_r} = \frac{t - 1000}{20 - 1000} = 0,6,$$

откуда

$$t = 1000 + (20 - 1000) \cdot 0,6 = 412^\circ;$$

5) для остальных точек находим:

$$\frac{x}{S} = 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0;$$

$$\Phi = 0,57; 0,56; 0,54; 0,52; 0,49; 0,47;$$

$$t = 442; 452; 471; 491; 520; 539.$$

Анализ решений (V—3) и (V—5) показывает, что ряды в них быстро сходятся. При $\frac{a\tau}{S^2} = 0,3$ для пластины или при $\frac{a\tau}{R^2} = 0,25$ для цилиндра можно ограничиться первым членом соответ-

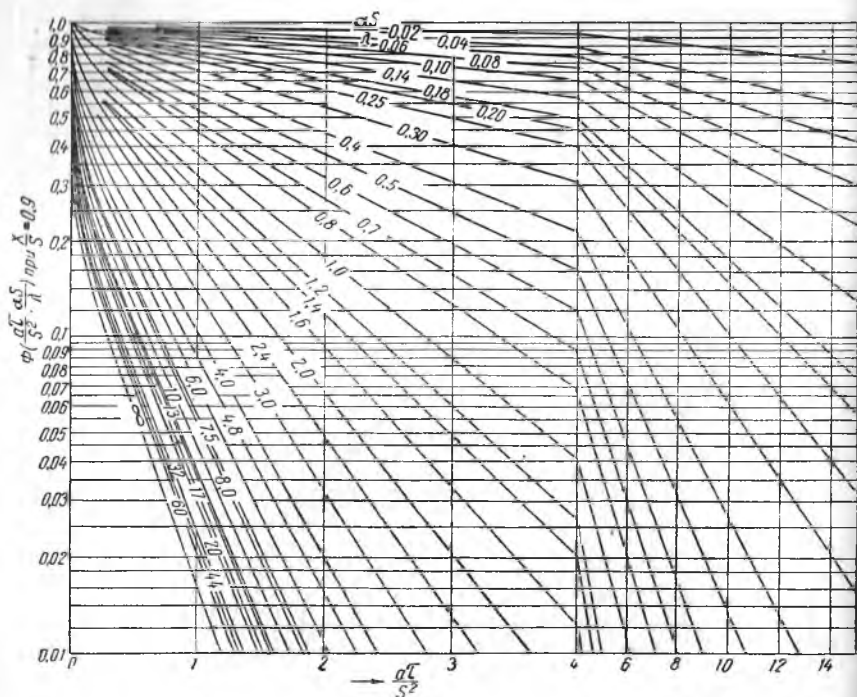


Рис. 34. Функции $\Phi\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}\right)$ для пластины при $\frac{x}{S} = 0,9$

ствующего ряда η , как показал Г. П. Иванцов¹, погрешность при этом получается не более 1%. В этом случае наступает так называемый регулярный режим, теория которого была подробно разработана Г. М. Кондратьевым².

Из решения (V-3) нетрудно получить разность температур поверхности и середины пластины:

$$\Delta t = (t_1 - t^0) \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2 \sin \eta_l}{\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l} (1 - \cos \eta_l) e^{-\eta_l^2 \frac{\alpha\tau}{S^2}} \quad (\text{V-7})$$

или

$$\frac{\Delta t}{t_1 - t^0} = \Phi\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}\right). \quad (\text{V-8})$$

¹ Г. П. Иванцов, Нагрев металла, 1948, Металлургиздат, с. 138.

² Г. М. Кондратьев, Испытания на теплопроводность по методам регулярного режима, 1938.

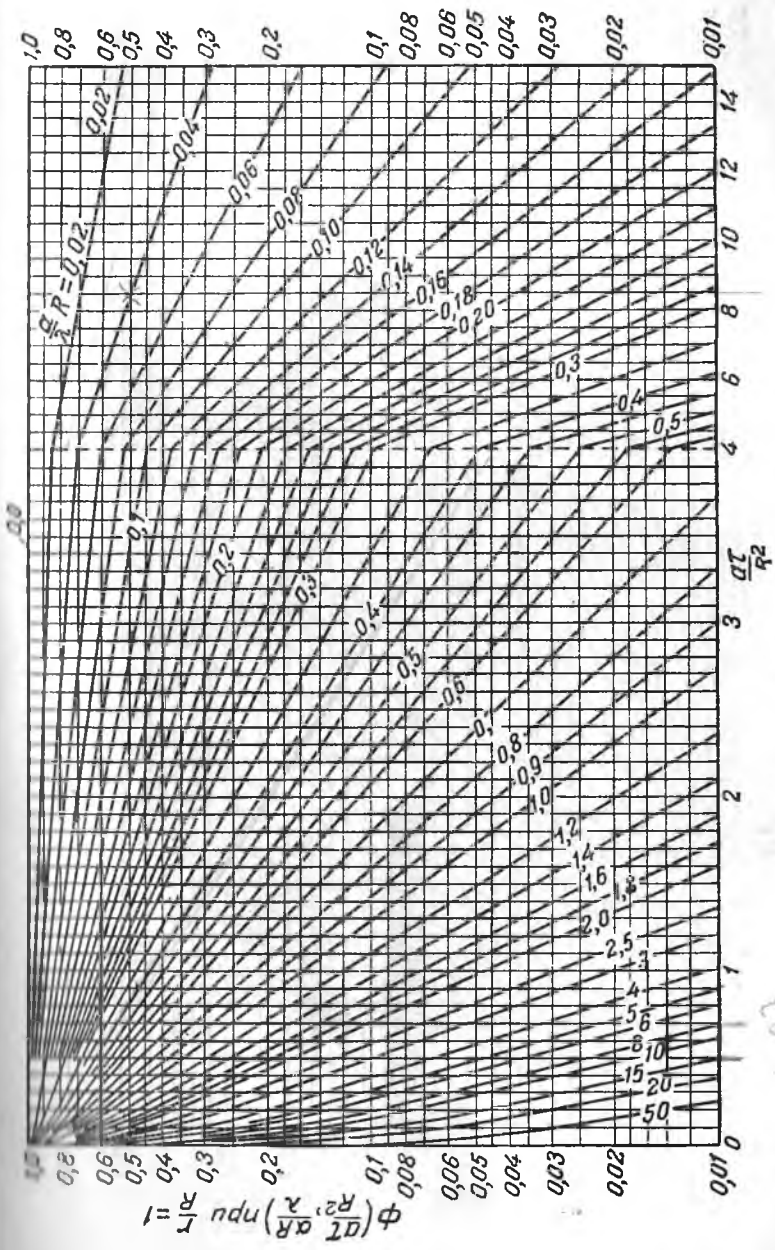


Рис. 35. Функции $\Phi\left(\frac{aI}{q_2}; \frac{aR}{\lambda}\right)$ для поверхности цилиндра

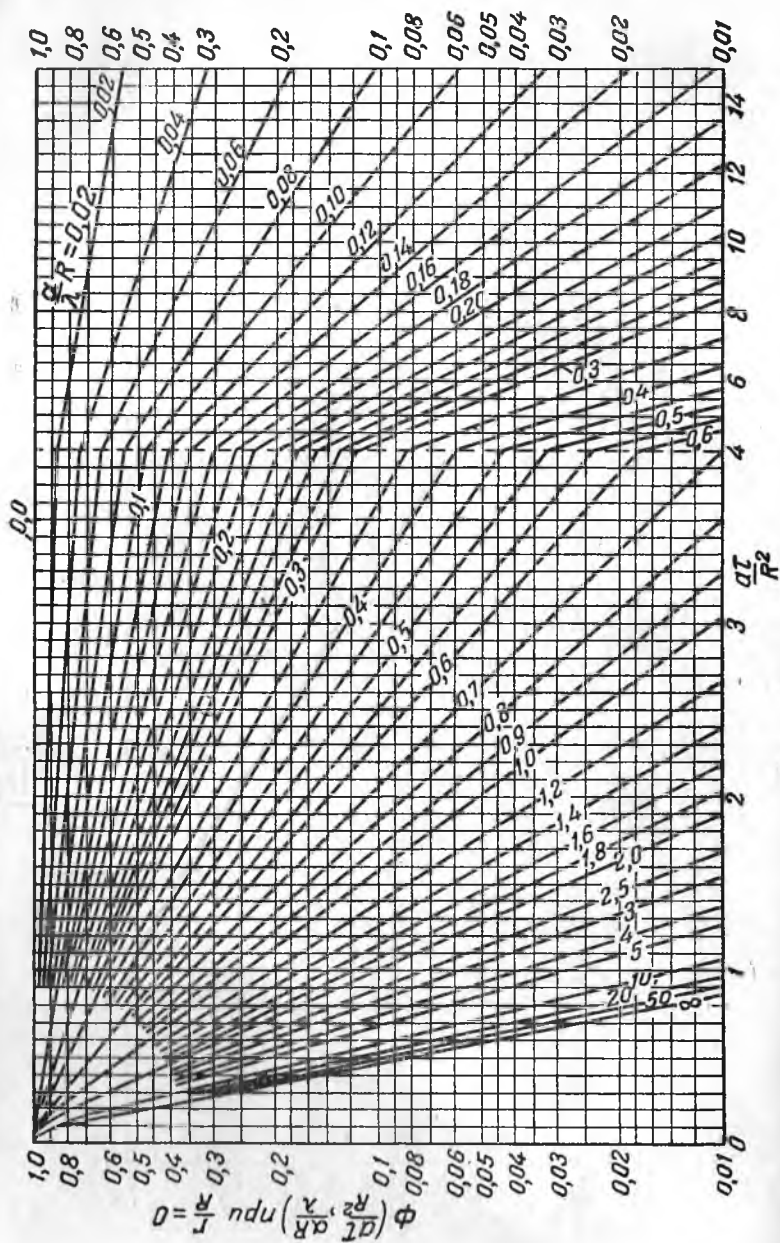


Рис. 36. Функции $\Phi \left(\frac{aT}{R^2} ; \frac{\lambda R}{\lambda} \right)$ для оси цилиндра

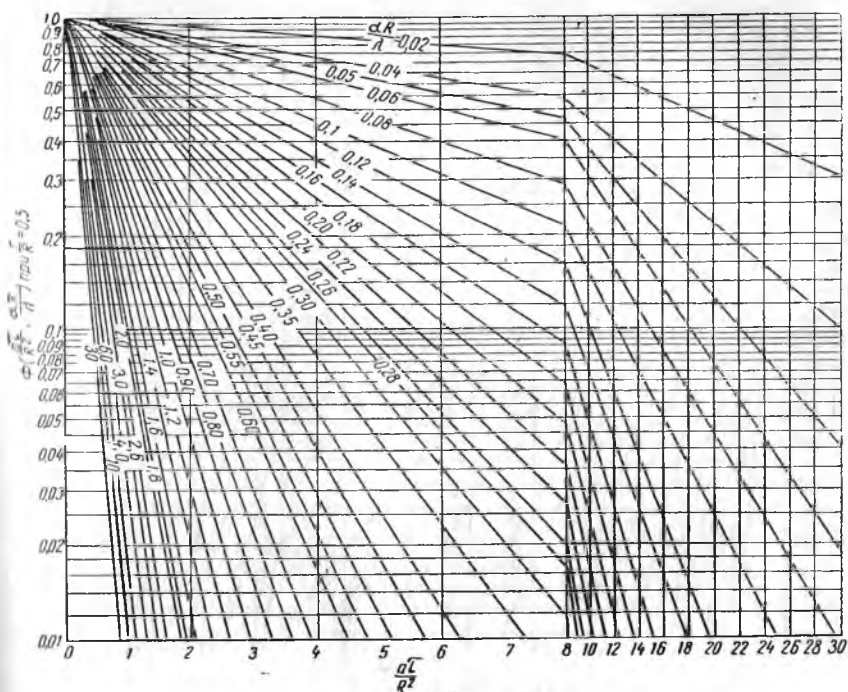


Рис. 37. Функции $\Phi\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$ для цилиндра при $\frac{r}{R} = 0,5$

Функции Φ выражения (V—8) представлены на рис. 42.

Аналогично для цилиндра бесконечной длины из решения (V—5) получаем разность температур поверхности и середины:

$$\Delta t = (t_r - t^0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 I_1(\mu_n)}{\mu_n [I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)]} [1 - I_0(\mu_n)] e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha\tau}{R^2}} \quad (\text{V—9})$$

или

$$\frac{\Delta t}{t_r - t^0} = \Phi\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right). \quad (\text{V—10})$$

Функции Φ выражения (V—10) приведены на рис. 43.

Из полученных данных можно видеть, что разность температур поверхности и середины тела пропорциональна первоначальной разности температур печи и тела. Эта разность изменяется со временем по следующему закону: в начале нагрева

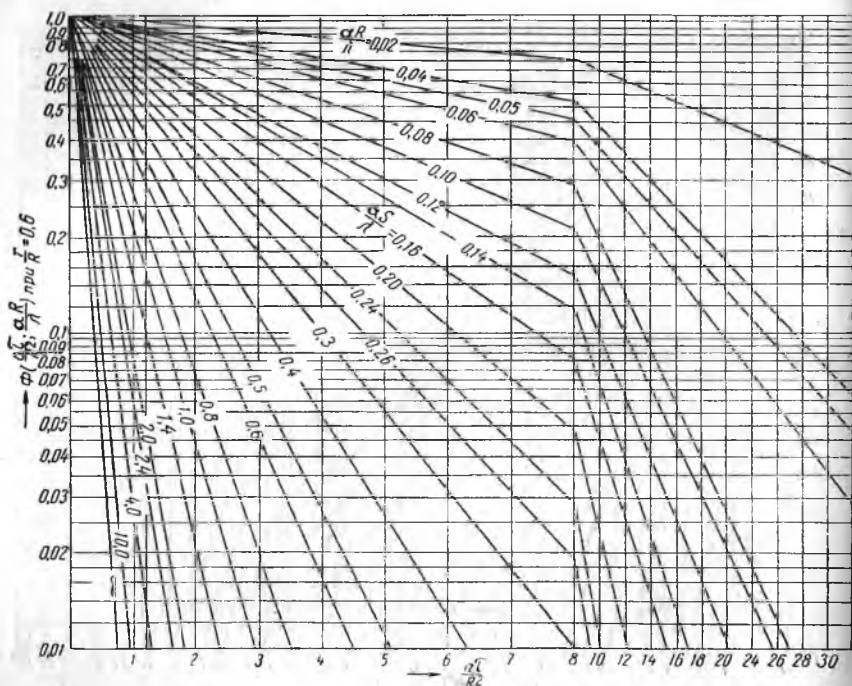


Рис. 38. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{aR}{\lambda}\right)$ для цилиндра при $\frac{r}{R} = 0,6$

она увеличивается и после достижения максимума постепенно падает. С увеличением критерия $\frac{S}{\lambda}$ максимум разности увеличивается и перемещается в сторону меньших значений критерия $\frac{a\tau}{R^2}$ (см. рис. 42 и 43). Из этого следует, что максимальное значение разности растет с увеличением толщины (или диаметра) тела и с уменьшением коэффициента теплопроводности.

Предложенные решения могут быть использованы для определения максимума температурной разности, получающегося в процессе нагрева, и времени возникновения этого максимума.

Пример 2. Холодный слиток диаметром 600 мм из низколегированной стали посажен в печь, имеющую температуру 800°. Определить наибольшую разность температур поверхности и оси слитка, время возникновения этой разности; построить изменение температурной разности во времени; нагрев симметричный

Решение. Имеем

$$R = 0,3 \text{ м}; \quad t^0 = 0^\circ; \quad t_r = 800^\circ.$$

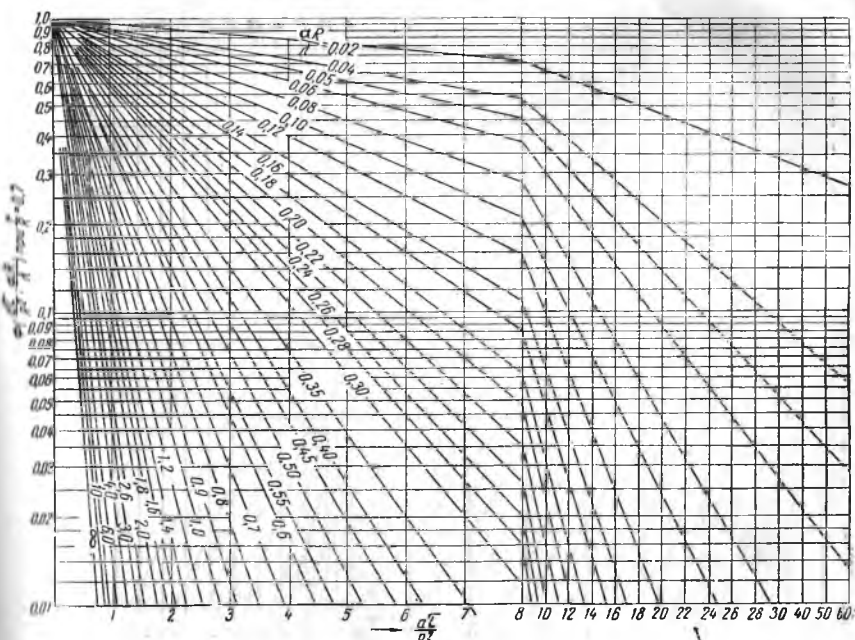


Рис. 39. Функции $\Phi\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{aR}{\lambda}\right)$ для цилиндра при $\frac{r}{R} = 0,7$

Принимаем

$$\lambda = 32,2 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad a = 0,027 \text{ м}^2/\text{час};$$

$$\alpha = 80 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}.$$

Находим

$$1) \quad \frac{aR}{\lambda} = \frac{80 \cdot 0,3}{32,2} = 0,745;$$

2) функция, соответствующая максимальной разности температур,

$$\Phi_m = 0,25 \text{ (из рис. 43);}$$

3) максимальная разность температур

$$\Delta t_m = (800 - 0) \cdot 0,25 = 200^\circ \text{ (см. V-8);}$$

4) абсцисса максимума

$$\frac{\alpha\tau}{R^2} = 0,2 \text{ (по рис. 43);}$$

б) время возникновения максимума

$$\tau = \frac{0,2 \cdot 0,3^2}{0,027} = 0,667 \text{ часа (} \sim 40 \text{ мин.)}.$$

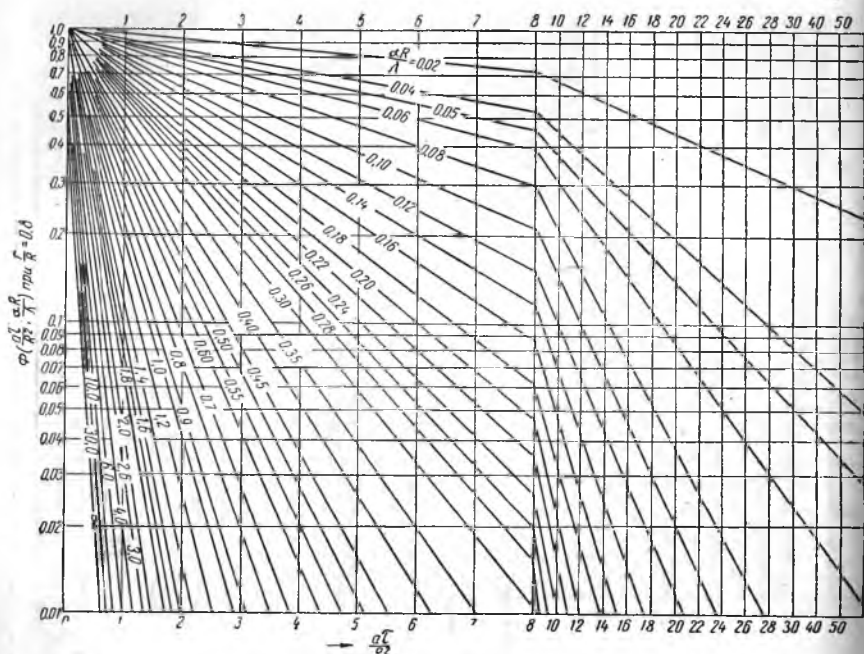


Рис. 40. Функции $\Phi\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$ для цилиндра при $\frac{r}{R} = 0,8$

При $\frac{\alpha R}{\lambda} = 0,745$ из рис. 43 находим значения функции $\Phi\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$ при разных значениях τ и затем соответствующие значения Δt :

τ	$\frac{\alpha\tau}{R^2}$	Φ	Δt
0,1	0,03	0,15	120
0,2	0,06	0,2	160
0,4	0,12	0,23	184
0,67	0,20	0,25	200
0,8	0,24	0,24	192
1,0	0,3	0,23	184
1,5	0,45	0,18	144
2,0	0,6	0,16	128

Полученные данные приведены на рис. 44.

Для установления характера изменения скорости нагрева определим $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ при $\frac{x}{S} = 1$.

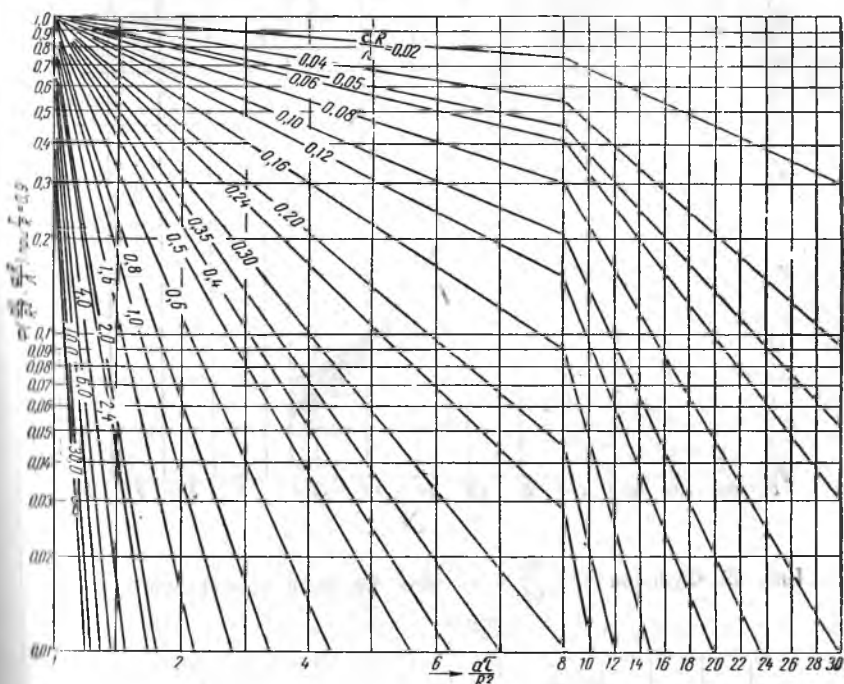


Рис. 41. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{aR}{\lambda}\right)$ для цилиндра при $\frac{r}{R} = 0,9$

Из решения (V—3) для пластины получаем

$$\left. \frac{\partial t}{\partial \tau} \right|_{x=S} = \frac{a}{S^2} (t_r - t^\circ) \cdot \sum_{l=1}^{\infty} 2\eta_l^2 \frac{\sin \eta_l \cos \eta_l}{\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l} e^{-\eta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}}, \quad (\text{V—11})$$

откуда можно заключить, что при постоянной температуре печи скорость нагрева, будучи пропорциональной первоначальной разности $(t_r - t^\circ)$, имеет в начальный момент максимальное значение, а затем постепенно падает, асимптотически приближаясь к нулю.

Для малых значений критериев $\frac{a\tau}{S^2}$ и $\frac{aR}{\lambda}$ следует пользоваться табл. 6 и 7 приложения, либо графиками, построенными Д. В. Будриным и Б. А. Красовским (рис. 45—48)¹.

¹ Труды Уральского индустриального института, 1941, в. 17.

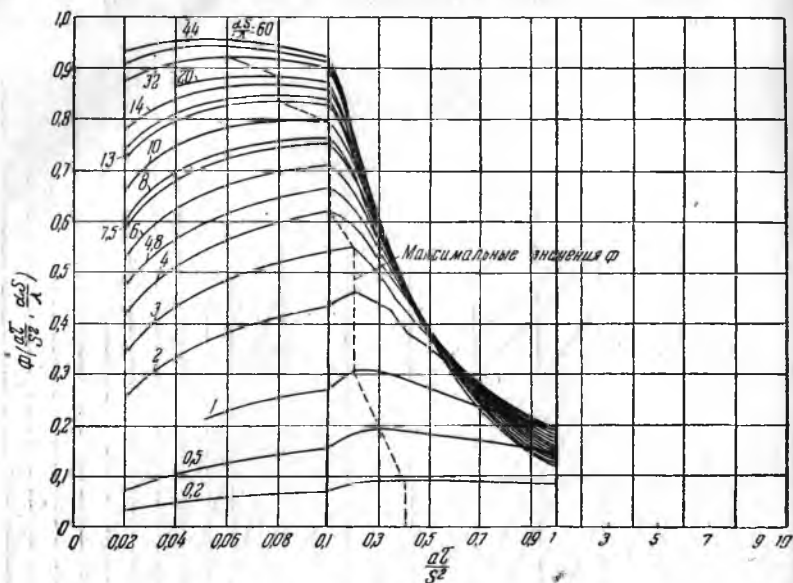


Рис. 42. Функции $\Phi\left(\frac{\sigma\tau}{S^2}; \frac{\sigma S}{\lambda}\right)$ для разности температур в пластине

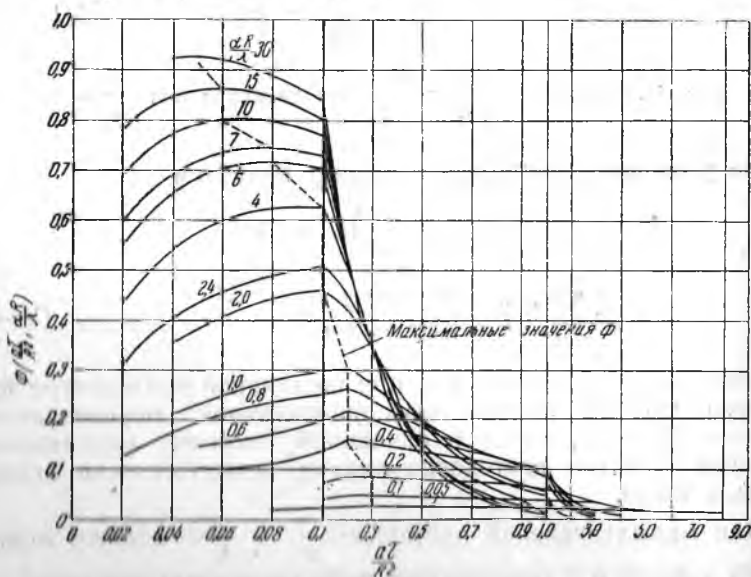
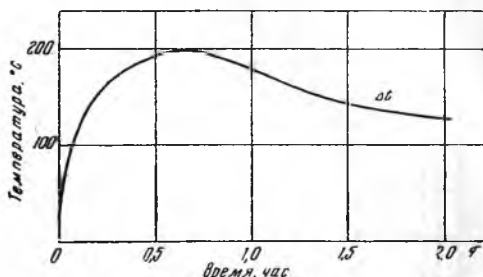


Рис. 43. Функции $\Phi\left(\frac{\sigma\tau}{R^2}; \frac{\sigma R}{\lambda}\right)$ для разности температур в цилиндре

Если пластина нагревается с одной стороны, а другая сторона изолирована, то ее можно рассматривать, как половину пластины, нагреваемой с двух сторон при тех же условиях; при этом изолированная сторона будет соответствовать середине

Рис. 44. Изменение разности температур в пластине при постоянной температуре печи (к примеру 2, стр. 98—100).



пластины. Следовательно, за расчетную толщину пластины S следует принимать полную толщину ее (более подробно см. стр. 159).

9. Нагрев призмы, параллелепипеда и цилиндра конечной длины

Перейдем к рассмотрению задач, относящихся к двух- и трехмерному температурному полю. Здесь имеется в виду нагрев тел, имеющих форму прямоугольной призмы бесконечной длины, прямоугольного параллелепипеда и цилиндра конечной длины.

Для призмы и параллелепипеда эта задача была решена Г. П. Ивановым¹. В работе Д. В. Будрина² также рассматриваются методы расчета нагрева тел для двух- и трехмерного поля.

Для получения интересующих нас решений мы воспользуемся общими решениями уравнения теплопроводности, выведенными в главе I.

Согласно заданным условиям нагрева, граничные условия имеют вид:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=\pm S} = \pm h (t_r - t); \quad \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=\pm B} = \pm h (t_r - t);$$

$$\left. \frac{\partial t}{\partial z} \right|_{z=\pm L} = \pm h (t_r - t). \quad (\text{V-12})$$

Начальное условие:

$$t|_{\tau=0} = t^0. \quad (\text{V-13})$$

¹ Журнал технической физики, 1938, т. 8, стр. 548.

² Труды Уральского индустриального института, 1941, в. 17.

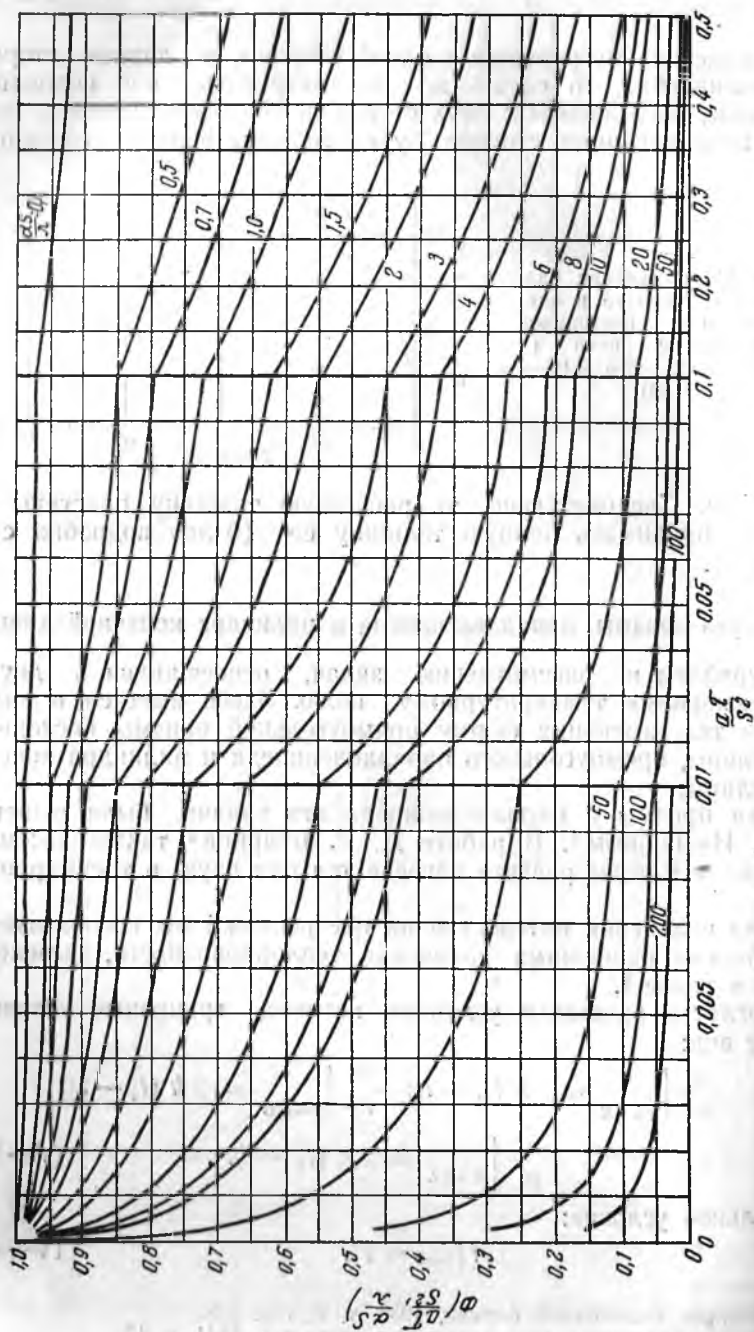


Рис. 45. Функции $\Phi\left(\frac{\alpha^2 S^2}{\lambda}\right)$ для поверхности пластины при малых значениях критерия Фурье

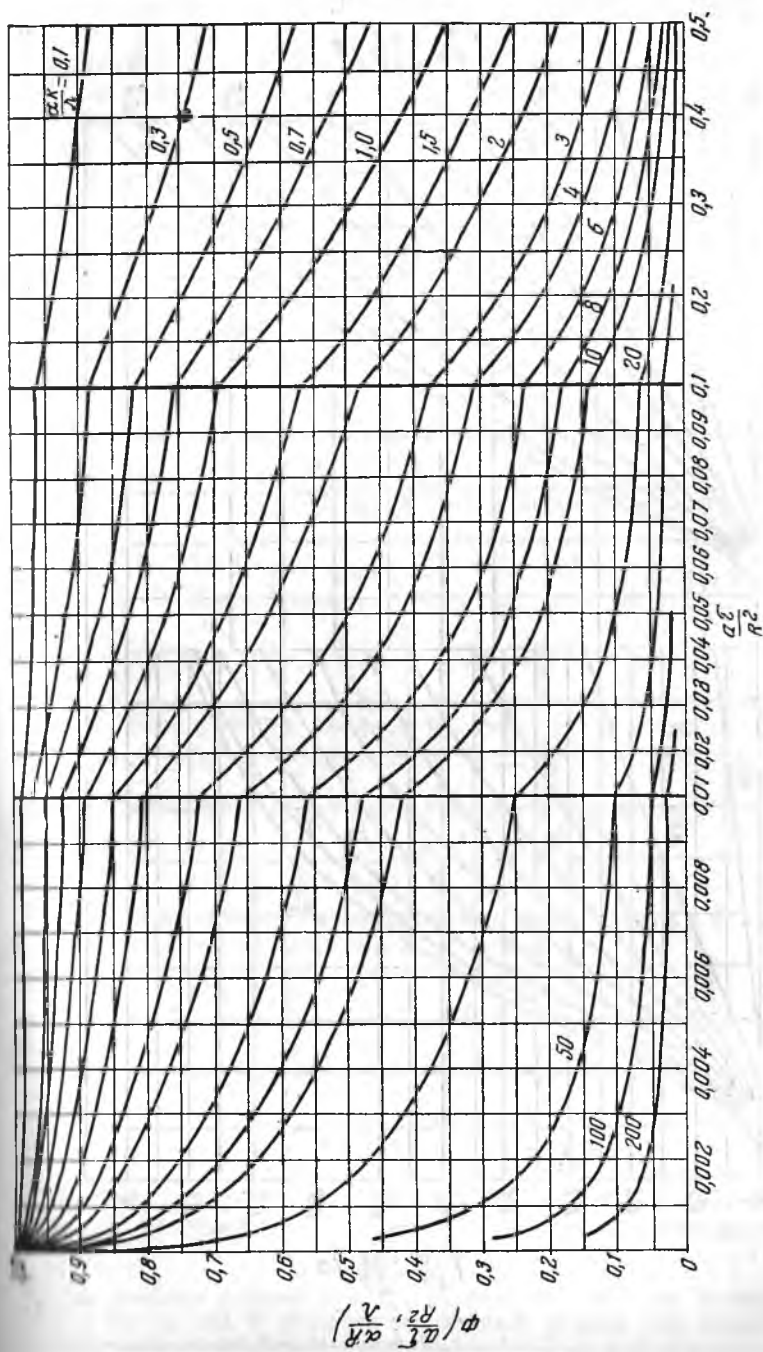


Рис. 46. Функции $\Phi\left(\frac{\sigma^2}{R^2}; \frac{\sigma R}{\lambda}\right)$ для поверхности цилиндра при малых значениях критерия Фурье

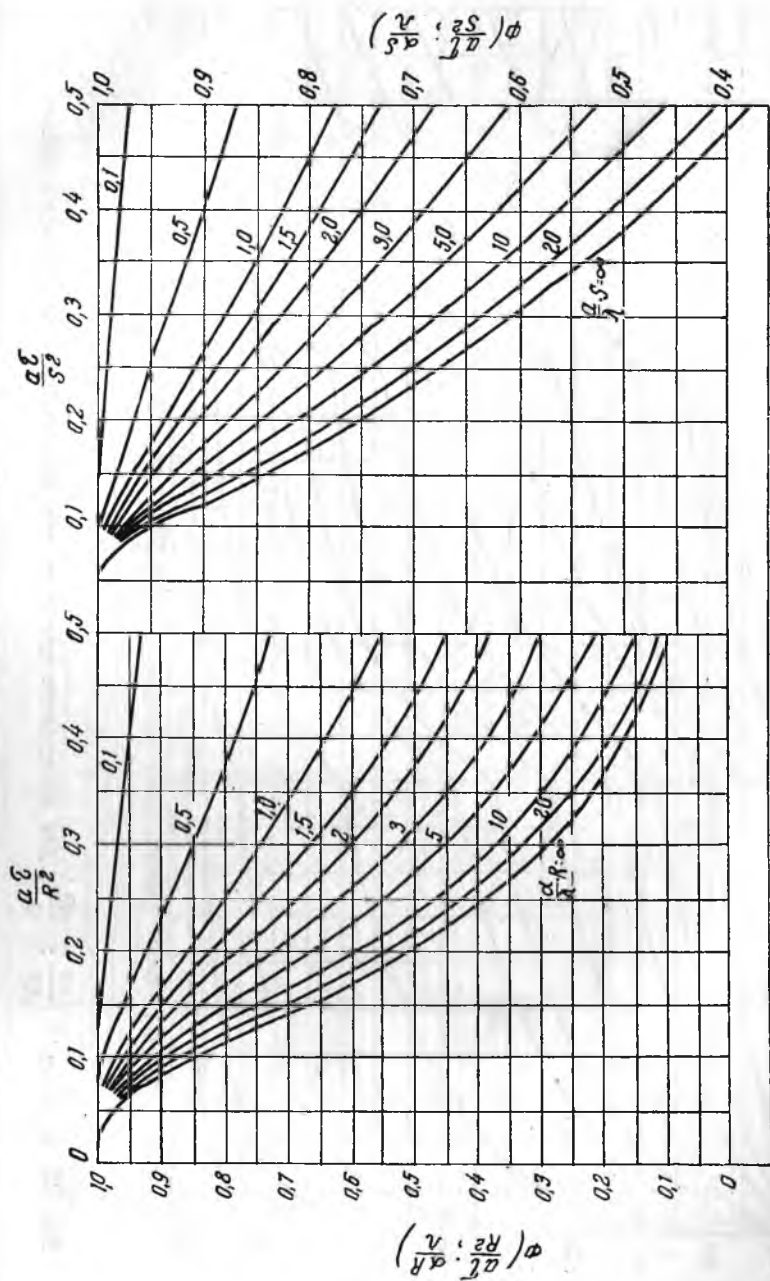


Рис. 47. Функции $\Phi \left(\frac{\alpha R}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda} \right)$ для середины цилиндра при малых значениях критерия Фурье

Рис. 48. Функции $\Phi \left(\frac{\alpha S}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda} \right)$ для середины пластины при малых значениях критерия Фурье

t_r заменяет функцию $\varphi(\tau)$, а t° — функцию $F(x, y, z)$ в решениях (1—40) и (1—42). Производя соответствующие подстановки и преобразования в этих решениях, получаем:

1) для прямоугольной призмы бесконечной длины сечением $2S \times 2B$

$$t = t_r + (t^\circ - t_r) \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \sin \eta_l}{\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l} \cos \eta_l \frac{x}{S} \cdot \\ \cdot \frac{2 \sin \eta_m}{\eta_m + \sin \eta_m \cos \eta_m} \cos \eta_m \frac{y}{B} e^{-\left(\frac{\eta_l^2}{S^2} + \frac{\eta_m^2}{B^2}\right) a\tau}; \quad (V-14)$$

2) для прямоугольного параллелепипеда размерами $2S \times 2B \times 2L$

$$t = t_r + (t^\circ - t_r) \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \eta_l}{\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l} \cos \eta_l \frac{x}{S} \cdot \\ \cdot \frac{2 \sin \eta_m}{\eta_m + \sin \eta_m \cos \eta_m} \cos \eta_m \frac{y}{B} \cdot \frac{2 \sin \eta_n}{\eta_n + \sin \eta_n \cos \eta_n} \cos \eta_n \frac{z}{L} \cdot \\ \cdot e^{-\left(\frac{\eta_l^2}{S^2} + \frac{\eta_m^2}{B^2} + \frac{\eta_n^2}{L^2}\right) a\tau}. \quad (V-15)$$

Как было указано выше (стр. 26), η_l зависит от критерия $\frac{aS}{\lambda}$, точно так же η_m — от $\frac{aB}{\lambda}$, η_n — от $\frac{aL}{\lambda}$. Отсюда суммы бесконечного ряда являются функциями критериев:

$$\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}; \frac{x}{S} \dots \text{и т. д.}$$

Обозначив суммы бесконечного ряда через Φ , решения (V—14) и (V—15) выразим в общем виде:

$$\frac{t - t_r}{t^\circ - t_r} = \Phi_l \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}; \frac{x}{S} \right) \Phi_m \left(\frac{a\tau}{B^2}; \frac{aB}{\lambda}; \frac{y}{B} \right); \quad (V-16)$$

$$\frac{t - t_r}{t^\circ - t_r} = \Phi_l \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}; \frac{x}{S} \right) \Phi_m \left(\frac{a\tau}{B^2}; \frac{aB}{\lambda}; \frac{y}{B} \right) \cdot \\ \cdot \Phi_n \left(\frac{a\tau}{L^2}; \frac{aL}{\lambda}; \frac{z}{L} \right). \quad (V-17)$$

Весьма важно, что в решениях (V—16) и (V—17) значения функций принимаются из рис. 28—34 для одномерного поля¹.

¹ На рисунках индексы l, m и n отсутствуют, так как функции имеют один и тот же вид. В решениях эти индексы введены для придания более простого вида последующим решениям.

Таким образом, выведенными решениями доказывается, что при постоянной температуре печи температурные критерии получаются путем перемножения функций¹. Следовательно, призму бесконечной протяженности можно рассматривать, как тело, образованное пересечением двух взаимно перпендикулярных пластин, толщиной $2S$ и $2B$, а параллелепипед, как тело, получающееся пересечением трех пластин, толщиной соответственно $2S$, $2B$ и $2L$.

Решения (V—16) и (V—17) позволяют вычислить температуры в любой точке призмы и параллелепипеда через любой заданный промежуток времени.

При определении температуры в различных точках параллелепипеда, равномерно нагреваемого со всех сторон, необхо-

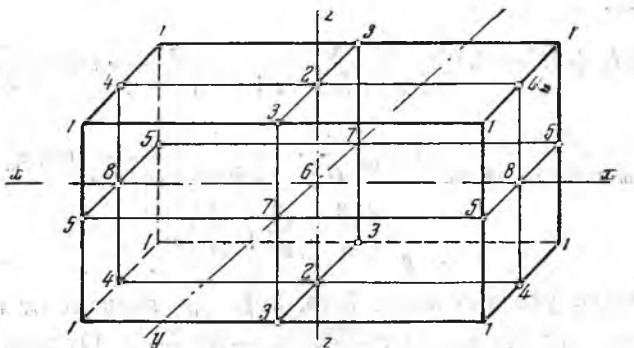


Рис. 49. Обозначения точек в прямоугольном параллелепипеде

димо принимать следующие значения симплексов $\frac{x}{S}$; $\frac{y}{B}$; $\frac{z}{L}$ (рис. 49).

№ точек	$\frac{x}{S}$	$\frac{y}{B}$	$\frac{z}{L}$
1	1	1	1
2	0	0	1
3	0	1	1
4	1	0	1
5	1	1	0
6	0	0	0
7	0	1	0
8	1	0	0

Пример 3. Определить температуры в различных точках слитка размером $500 \times 600 \times 1200$ мм, равномерно нагреваемого со всех сторон, если

¹ На эту особенность решений указал Г. П. Иванцов.

он посажен в печь при температуре последней 1000° и нагревается в течение 2 час. Начальная температура слитка 20° , средний коэффициент теплопроводности $30 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{C}$, температуропроводность $0,035 \text{ м}^2/\text{час}$.

Решение. Имеем.

$$S = 0,25 \text{ м}; B = 0,3 \text{ м}; L = 0,6 \text{ м}; \lambda = 30 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{C};$$

$$a = 0,035 \text{ м}^2/\text{час}; t^{\circ} = 20^{\circ}; t_r = 1000^{\circ}; \tau = 2 \text{ часа}.$$

Принимаем коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = 140 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{C}.$$

Подсчитываем значения критериев:

$$1) \frac{a\tau}{S^2} = \frac{0,035 \cdot 2}{0,25^2} = 1,12; \quad \frac{a\tau}{B^2} = 0,78; \quad \frac{a\tau}{L^2} = 0,19.$$

$$2) \frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{140 \cdot 0,25}{30} = 1,17; \quad \frac{\alpha B}{\lambda} = 1,40; \quad \frac{\alpha L}{\lambda} = 2,8.$$

$$3) \text{ Функции для поверхности } \frac{x}{S} = \frac{y}{B} = \frac{z}{L} = 1 \text{ (из рис. 28):}$$

$$\Phi_I(1,12; 1,17; 1) = 0,28; \quad \Phi_m(0,78; 1,40; 1) = 0,34;$$

$$\Phi_n(0,19; 2,80; 1) = 0,38.$$

$$4) \text{ Функции для середины } \left(\frac{x}{S} = \frac{y}{B} = \frac{z}{L} = 0 \right) \text{ (из рис. 29):}$$

$$\Phi_I(1,12; 1,17; 0) = 0,46; \quad \Phi_m(0,78; 1,40; 0) = 0,55;$$

$$\Phi_n(0,19; 2,80; 0) = 0,90.$$

5) Температуры согласно формуле (V-17):

для точек 1 (которым, согласно рис. 49, соответствуют симплексы $\frac{x}{S} = 1;$

$$\frac{y}{B} = 1; \quad \frac{z}{L} = 1)$$

$$t_1 = 1000 + (20 - 1000) \cdot 0,28 \cdot 0,34 \cdot 0,38 = 965^{\circ};$$

$$\text{для точек } 1^1 \quad 2t_2 = 1000 + (20 - 1000) \cdot 0,46 \cdot 0,55 \cdot 0,38 = 904^{\circ};$$

$$» \quad » \quad 3t_3 = 942^{\circ};$$

$$» \quad » \quad 4t_4 = 942^{\circ};$$

$$» \quad » \quad 5t_5 = 916^{\circ};$$

$$» \quad » \quad 6t_6 = 780^{\circ};$$

$$» \quad » \quad 7t_7 = 862^{\circ};$$

$$» \quad » \quad 8t_8 = 864^{\circ}.$$

6) Разность температур:

между точками 1 и 6 $\Delta t = 185^{\circ};$

» » 1 и 2 $\Delta t = 61^{\circ}.$

4 Точкам 2, согласно рис. 49, соответствуют симплексы $\frac{x}{S} = 0;$

$$\frac{y}{B} = 0; \quad \frac{z}{L} = 1.$$

Из полученных данных следует, что если тело в форме прямоугольного параллелепипеда нагревается симметрично со всех сторон, то получается следующее распределение температур:

1) максимальная температура — в вершинах параллелепипеда (точки 1);

2) минимальная температура — в центре (точка 6);

3) на каждой из граней минимальная температура — в центре граней (точки 2, 7, 8);

4) на ребрах — минимальная температура в середине их (точки 3, 4, 5); по мере удаления от середин температура возрастает;

5) разность между наибольшей и наименьшей температурами (т. е. точками 1 и 6) превосходит разность температур по среднему сечению (т. е. между точками 7 и 6 или точками 2 и 6).

Закругление ребер и вершин в параллелепипеде до некоторой степени сглаживает неравномерное распределение температур на гранях.

О графическом построении температурного поля см. ниже (стр. 285).

Для решения обратной задачи, т. е. для определения времени нагрева до заданной температуры в какой-либо точке призмы или параллелепипеда, вычисляется и строится кривая изменения температуры в этой точке через определенные промежутки времени, после чего отсекается время, соответствующее заданной температуре тела.

Подставляя соответствующие выражения для функций φ и F в общее решение (I—64), мы после некоторых преобразований получаем для цилиндра конечной длины $2H$ и радиуса R решение следующего вида:

$$t = t_r + (t^0 - t_r) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \eta_m}{\eta_m + \sin \eta_m \cos \eta_m} \cos \eta_m \frac{z}{H} \cdot \\ \cdot \frac{2 I_1(\mu_n)}{\mu_n [I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)]} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\left(\frac{\eta_m^2}{H^2} + \frac{\mu_n^2}{R^2}\right) \alpha \tau}; \quad (\text{V—18})$$

где η_m зависит от $\frac{\alpha H}{\lambda}$; μ_n от $\frac{\alpha R}{\lambda}$ (стр. 32),

или в общем виде:

$$\frac{t - t_r}{t^0 - t_r} = \Phi_m \left(\frac{\alpha \tau}{H^2}; \frac{\alpha H}{\lambda}; \frac{z}{H} \right) \Phi_n \left(\frac{\alpha \tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}; \frac{r}{R} \right). \quad (\text{V—18a})$$

Правая часть выражения (V—18a) также представляет собой произведение двух функций, из коих функция Φ_m относится к пластине и может быть определена из рис. 28—34, а функция Φ_n — к цилиндру бесконечной длины и находится из рис. 35—41.

Следовательно, цилиндр конечной длины можно рассматривать, как тело, образованное пересечением двух взаимно перпендикулярных тел — цилиндра бесконечной длины радиусом R и пластины толщиной $2H$.

С помощью решения (V—18a) можно вычислить температуры в любой точке цилиндра конечной длины так же, как показано в примере 3.

3. Нагрев при постоянной температуре печи и при наличии температурной разности в начальный момент

В заводской практике нагрев металла часто производится путем пересадки слитка из одной области температур в другую; при этом необходимо учитывать разность температур, которая возникла в металле к моменту пересадки. Точно так же разность температур должна учитываться при посадке в печь горячих слитков.

Для решения поставленной задачи мы делаем допущение, что распределение температур в теле в начальный момент подчиняется параболическому закону, что выражается в виде

$$t|_{\tau=0} = t_c^0 + \Delta t^0 \frac{x^2}{S^2} \quad (\text{V—19})$$

или

$$t|_{\tau=0} = t_n^0 - \Delta t^0 \left(1 - \frac{x^2}{S^2} \right), \quad (\text{V—19a})$$

где

$$\Delta t^0 = t_n^0 - t_c^0.$$

Поверхностные условия определяются выражениями (V—12).

Подставляя эти значения F и φ в решение (1—39), после некоторых преобразований для пластины бесконечной длины и ширины получаем следующее решение:

$$t = t_r + (t_n^0 - t_r) \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2 \sin \gamma_l}{\gamma_l + \sin \gamma_l \cos \gamma_l} \cos \gamma_l \frac{x}{S} e^{-\gamma_l^2 \frac{\alpha \tau}{S^2}} - \Delta t^0 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4}{\gamma_l^2} \cdot \frac{\sin \gamma_l - \gamma_l \cos \gamma_l}{\gamma_l + \sin \gamma_l \cos \gamma_l} \cos \gamma_l \frac{x}{S} e^{-\gamma_l^2 \frac{\alpha \tau}{S^2}} \quad (\text{V—20})$$

или

$$t = t_r + (t_n^0 - t_r) \Phi \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}; \frac{x}{S} \right) - \Delta t_0 \Phi_1 \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}; \frac{x}{S} \right), \quad (\text{V-21})$$

где функции Φ_1 представлены на рис. 182 для $\frac{x}{S} = 1$ и на рис. 183 для $\frac{x}{S} = 0$.

Произведя аналогичные подстановки и преобразования для двух- и трехмерного температурного поля, получаем:

1) для прямоугольной призмы бесконечной длины

$$t = t_r + (t_n^0 - t_r) \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_l A_m - \frac{\Delta t^0}{2} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_l A_m - \frac{\Delta t^0}{2} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_l B_m; \quad (\text{V-22})$$

2) для прямоугольного параллелепипеда

$$t = t_r + (t_n^0 - t_r) \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_l A_m A_n - \frac{\Delta t^0}{3} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_l A_m A_n - \frac{\Delta t^0}{3} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_l B_m A_n - \frac{\Delta t^0}{3} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_l A_m B_n, \quad (\text{V-23})$$

где

$$A_l = \frac{2 \sin \eta_l}{\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l} \cos \eta_l \frac{x}{S} e^{-\eta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}};$$

$$B_l = \frac{4}{\eta_l^2} \cdot \frac{\sin \eta_l - \eta_l \cos \eta_l}{\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l} \cos \eta_l \frac{x}{S} e^{-\eta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}}.$$

(Аналогичный вид имеют A_m , B_m , A_n и B_n)

или

$$1) t = t_r + (t_n^0 - t_r) \Phi_l \Phi_m - \frac{\Delta t^0}{2} (\Phi_l \Phi_m + \Phi_l \Phi_m); \quad (\text{V-24})$$

$$2) t = t_r + (t_n^0 - t_r) \Phi_l \Phi_m \Phi_n - \frac{\Delta t^0}{3} (\Phi_l \Phi_m \Phi_n + \Phi_l \Phi_m \Phi_n + \Phi_l \Phi_m \Phi_n). \quad (\text{V-25})$$

В выражениях (V—24) и (V—25) функции Φ_1 для поверхности и середины определяются по рис. 182 и 183.

Исследование этих решений показывает, что значения функций Φ_1 составляют от 0,7 до 0,75 от соответствующих значений функций Φ .

Отсюда вместо решений (V—21), (V—24) и (V—25) с известным приближением получаем соответственно:

$$\frac{t - t_r}{t_{\Pi}^{\circ} - t_r - 0,7 \Delta t^{\circ}} = \Phi; \quad (V-26)$$

$$\frac{t - t_r}{t_{\Pi}^{\circ} - t_r - 0,7 \Delta t^{\circ}} = \Phi_l \Phi_m; \quad (V-27)$$

$$\frac{t - t_r}{t_{\Pi}^{\circ} - t_r - 0,7 \Delta t^{\circ}} = \Phi_l \Phi_m \Phi_n. \quad (V-28)$$

Для цилиндра бесконечной длины решение получается в виде¹

$$t = t_r + (t_{\Pi}^{\circ} - t_r) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 I_1(\mu_n)}{\mu_n [I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)]} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} - \Delta t^{\circ} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 I_2(\mu_n)}{\mu_n^2 [I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)]} I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \quad (V-29)$$

или

$$t = t_r + (t_{\Pi}^{\circ} - t_r) \Phi_n - \Delta t^{\circ} \Phi_{n1}, \quad (V-30)$$

где функции Φ_n для поверхности и оси цилиндра представлены соответственно на рис. 184 и 185.

Наконец, для цилиндра конечной длины:

$$t = t_r + (t_{\Pi}^{\circ} - t_r) \Phi_m \left(\frac{a\tau}{H^2}; \frac{aH}{\lambda}; \frac{z}{H} \right) \Phi_n \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{aR}{\lambda}; \frac{r}{R} \right) - \Delta t^{\circ} \Phi_{m1} \left(\frac{a\tau}{H^2}; \frac{aH}{\lambda}; \frac{z}{H} \right) \Phi_{n1} \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{aR}{\lambda}; \frac{r}{R} \right). \quad (V-31)$$

Вычисления показывают, что для цилиндра значения функций Φ_n составляют $\sim 0,6$ от функций Φ_n .

Отсюда решение (V—30) выразится приближенно в виде:

$$\frac{t - t_r}{t_{\Pi}^{\circ} - t_r - 0,6 \Delta t^{\circ}} = \Phi_n. \quad (V-32)$$

В выведенных решениях $(t_{\Pi}^{\circ} - 0,7 \Delta t^{\circ})$ и $(t^{\circ} - 0,6 \Delta t^{\circ})$ приближенно можно рассматривать, как средние температуры по

¹ I_2 — функция Бесселя второго порядка.

сечению тела в начальный момент. Поэтому левую часть решений (V—26), (V—27), (V—28) и (V—32) можно записать в виде:

$$\frac{t - t_r}{t^0 - t_r},$$

где t^0 — средняя начальная температура тела.

Ранее выведенные решения при отсутствии температурного градиента в начальный момент являются частными случаями последних решений. Действительно, при $\Delta t^0 = 0$ мы от решений, рассмотренных в разделе 3, легко переходим к соответствующим решениям, приведенным в разделах 1 и 2.

Полученные решения могут быть использованы для определения температурного поля в теле при нагреве его с переменной температурой печи (например, в методической печи). В этом случае рассматриваемый период нагрева делится на участки с усреднением температуры печи в каждом; при этом разность температур, возникающая в слитке в конце каждого участка, учитывается как начальная разность в последующем.

Такой метод расчета отвечает реальным условиям нагрева, так как в методической печи нагреваемый слиток или заготовка перемещаются периодически, что приводит к постоянству температуры печи в каждом интервале нагрева.

Пример 4. Слиток круглого сечения диаметром 400 мм в холодном виде посажен в камерную печь при температуре последней 900°. После достижения на поверхности 750° слиток пересаживается в другую печь, имеющую температуру 1300°, где нагревается до 1200° на поверхности. Определить полную продолжительность нагрева.

Решение:

$R = 0,2$ м (здесь принято симметричное относительно оси распределение температур).

Первый период

$$t_r = 900^\circ; \quad t_n^0 = t_c^0 = 20^\circ; \quad \Delta t^0 = 0; \quad t_n = 750^\circ.$$

Принимаем

$$\lambda = 30 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad a = 0,025 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \alpha = 110 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}.$$

Определяем

$$1) \quad \frac{\alpha R}{\lambda} = \frac{110 \cdot 0,2}{30} = 0,73;$$

$$2) \quad \text{для поверхности } \Phi_n = \frac{t - t_r}{t_n^0 - t_r - 0,6 \Delta t^0} = \frac{750 - 900}{20 - 900 - 0} = 0,17$$

(см. V—32);

$$3) \quad \frac{\alpha r_1}{R^2} = 1,4 \text{ (по рис. 35 при } \Phi_n = 0,17 \text{ и } \frac{\alpha R}{\lambda} = 0,73);$$

$$4) \quad \tau_1 = \frac{1,4 \cdot 0,2^2}{0,025} = 2,24 \text{ часа};$$

$$5) \text{ для оси } \Phi_n = 0,22 \text{ (по рис. 36 при } \frac{a\tau_1}{R^2} = 1,4 \text{ и } \frac{aR}{\lambda} = 0,73);$$

$$6) \quad t_c = t_1 + (t_n^\circ - t_r - 0,6 \Delta t^\circ) \Phi_{n1} = 900 + (20 - 900) \cdot 0,22 = 706^\circ$$

(см. V-32).

$$7) \quad \Delta t = 750 - 706 = 44^\circ.$$

Второй период

$$t_r = 1300^\circ; \quad t_n^\circ = 750^\circ; \quad t_c^\circ = 706^\circ; \quad \Delta t^\circ = 44^\circ; \quad t_n = 1200^\circ.$$

Принимаем

$$\lambda = 25 \text{ кал/м. час.}^\circ\text{C}; \quad a = 0,02 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \alpha = 230 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$1) \quad \frac{aR}{\lambda} = \frac{230 \cdot 0,2}{25} = 1,84;$$

$$2) \text{ для поверхности } \Phi_n = \frac{t - t_r}{t_n^\circ - t_r - 0,6 \Delta t^\circ} = \frac{1200 - 1300}{750 - 1300 - 0,6 \cdot 44} = 0,173 \text{ (см. V-32);}$$

$$3) \quad \frac{a\tau_2}{R^2} = 0,55 \text{ (по рис. 35 при } \Phi_n = 0,173 \text{ и } \frac{aR}{\lambda} = 1,84);$$

$$4) \quad \tau_2 = \frac{0,55 \cdot 0,2^2}{0,02} = 1,1 \text{ часа};$$

$$5) \text{ для оси } \Phi_n = 0,33 \text{ (по рис. 36 при } \frac{a\tau_2}{R^2} = 0,55 \text{ и } \frac{aR}{\lambda} = 1,84);$$

$$6) \quad t_c = 1300 + (750 - 1300 - 0,6 \cdot 44) 0,33 = 1110^\circ;$$

$$7) \quad \Delta t = 1200 - 1110 = 90^\circ.$$

Полная продолжительность нагрева $\tau = 2,44 + 1,10 = 3,54$ часа.

4. Нагрев при линейном изменении температуры печи

В данном случае принимаем

$$\varphi(\tau) = t_r^\circ + C\tau,$$

где t_r° — начальная температура печи;
 C — постоянная ($^\circ\text{C/час}$).

Если начальная температура тела — постоянная величина, т. е.

$$F(x) = t^0,$$

то для пластины из общего решения (1—39) получаем¹:

$$t = t_r^0 + C\tau + (t^0 - t_r^0) \sum_{l=1}^{\infty} A_l - \frac{CS^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2 \sin \eta_l}{\eta_l^2 (\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l)} \cdot \cos \eta_l \frac{x}{S} (1 - e^{-\eta_l \frac{a\tau}{S^2}}), \quad (V-33)$$

где A_l — см. стр. 112.

Полученное решение преобразуем следующим образом.

При достаточно большом значении критерия $\frac{a\tau}{S^2}$ члены, содержащие $e^{-\eta_l \frac{a\tau}{S^2}}$, будут стремиться к нулю. Тогда можно положить

$$t = t_r^0 + C\tau + u(x).$$

Подставляя это значение t в дифференциальное уравнение теплопроводности (1—6) получим:

$$\frac{C}{a} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Решение последнего уравнения дает

$$u = \frac{C}{2a} x^2 + K_1 x + K_2,$$

где K_1 и K_2 — произвольные постоянные.

Определяя K_1 и K_2 из граничных условий, находим

$$\begin{aligned} \frac{CS}{a} + K_1 &= -h \frac{CS^2}{2a} - hK_1 S - hK_2; \\ -\frac{CS}{a} + K_1 &= h \frac{CS^2}{2a} - hK_1 S + hK_2, \end{aligned}$$

откуда

$$K_1 = 0; \quad K_2 = -\frac{CS}{ah} - \frac{CS^2}{2a}$$

и

$$u = \frac{Cx^2}{2a} - \frac{CS}{ah} - \frac{CS^2}{2a}.$$

¹ В аналогичном виде, но другим методом, решение было получено Г. П. Иванцовым (Журнал технической физики, 1934, т. 4, в. 8).

Отсюда второй вариант решения получится в виде

$$t = t_r + C\tau + \frac{CS^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right) - \frac{CS}{ah} + (t^\circ - t_r) \sum_{l=1}^{\infty} A_l + \frac{CS^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{\tau_l^2} \cdot A_l. \quad (V-34)$$

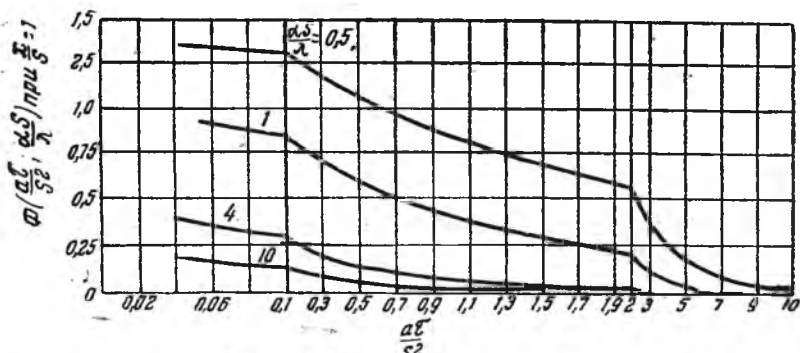


Рис. 50. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}\right)$ для поверхности пластины при линейном изменении температуры окружающей среды

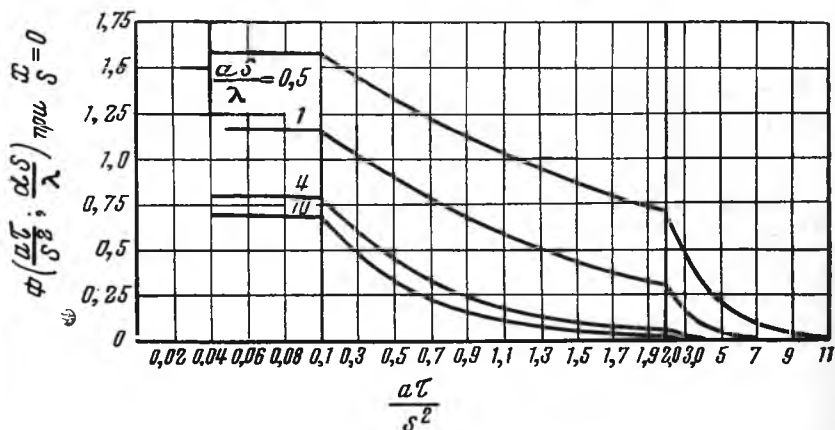


Рис. 51. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}\right)$ для середины пластины при линейном изменении температуры окружающей среды

В решении (V-34) первая сумма бесконечного ряда определяется из рис. 28—34, вторая сумма представлена на рис. 50 для $\frac{x}{S} = 1$ и на рис. 51 для $\frac{x}{S} = 0$.

Если при линейном изменении температуры окружающей среды в начальный момент в теле имеется температурный градиент, то в решение (V—33) или (V—34) войдет еще один член, содержащий начальную температурную разность Δt° . В этом случае решение для пластины принимает следующий вид:

$$t = t_r^\circ + C\tau + \frac{CS^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right) - \frac{CS}{ah} + \\ + (t_\pi^\circ - t_r - 0,70 \Delta t^\circ) \Phi_l \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}; \frac{x}{S} \right) + \\ + \frac{CS^2}{a} \Phi_l' \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}; \frac{x}{S} \right), \quad (\text{V—35})$$

де Φ_l' определяется по рис. 50 и 51.

Для цилиндра бесконечной длины при наличии температурной разности в начальный момент получаем:

$$t = t_r^\circ + C\tau + \frac{CR^2}{4a} \left(\frac{r}{R^2} - 1 \right) - \frac{CR}{2ah} + \\ + (t_\pi^\circ - t_r - 0,6 \Delta t^\circ) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 I_1(\mu_n)}{\mu_n [I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)]} I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} + \\ + \frac{CR^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 I_1(\mu_n)}{\mu_n^3 [I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)]} I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}. \quad (\text{V—36})$$

В этих решениях первые суммы бесконечного ряда определяются из рис. 35—41, вторые — для поверхности и середины — соответственно из рис. 52 и 53.

Пример 5. Плита бесконечной длины и ширины толщиной 200 мм нагревается в печи в течение 2 час. при линейном изменении температуры печи от 700 до 1000°. Найти температуры поверхности плиты при следующих данных: $\lambda = 30 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$; $a = 0,025 \text{ м}^2/\text{час}$; начальная температура $t^\circ = 20^\circ$; нагрев — односторонний.

Решение.

$S = 0,2 \text{ м}$ (принимаем односторонний подвод тепла);

$$t_r^\circ = 700^\circ; \quad C = \frac{1000 - 700}{2} = 150^\circ/\text{час}; \quad t_{r, \text{ср}} = 850^\circ;$$

$$t^\circ = 20^\circ; \quad \Delta t^\circ = 0^\circ.$$

Принимаем $\alpha = 95 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$:

$$1) \quad h = \frac{\alpha}{\lambda} = \frac{95}{30} = 3,16.$$

$$2) \quad \frac{a\tau}{S^2} = \frac{0,025 \cdot 2}{0,2^2} = 1,25.$$

$$3) \quad \frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{95 \cdot 0,2}{30} = 0,63.$$

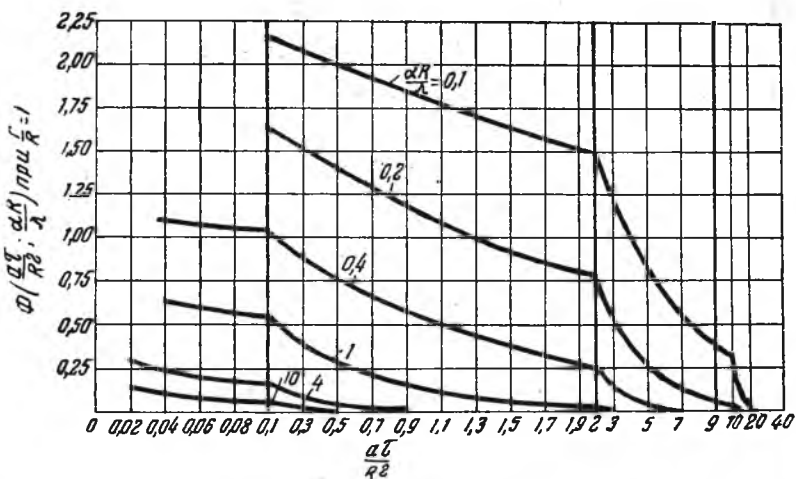


Рис. 52. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{aR}{\lambda}\right)$ для поверхности цилиндра при линейном изменении температуры окружающей среды

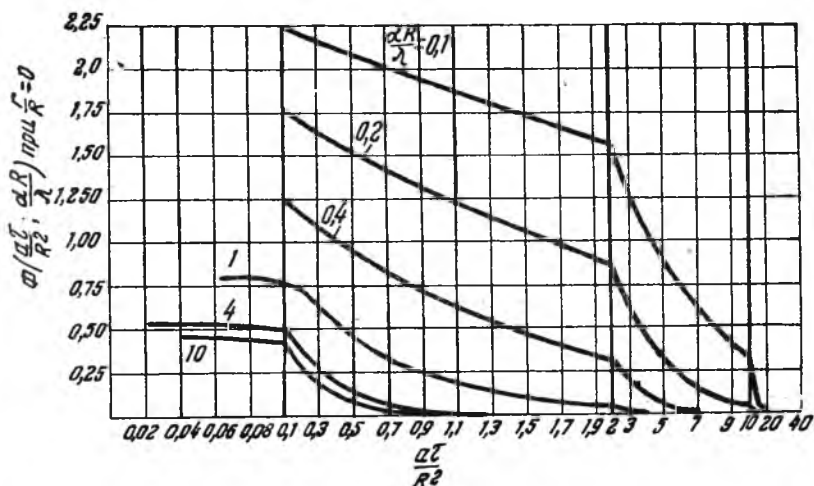


Рис. 53. Функции $\Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{aR}{\lambda}\right)$ для оси цилиндра при линейном изменении температуры окружающей среды

$$4) \quad \Phi_I(1,25; 0,63; 1) = 0,43 \text{ (по рис. 28);}$$

$$\Phi'_I(1,25; 0,63; 1) = 0,60 \text{ (по рис. 50).}$$

$$5) \quad \Phi_I(1,25; 0,63; 0) = 0,56 \text{ (по рис. 29);}$$

$$\Phi'_I(1,25; 0,63; 0) = 0,80 \text{ (по рис. 51).}$$

$$6) \quad t_c = 700 + 150 \cdot 2 - \frac{150 \cdot 0,2}{0,025 \cdot 3,16} + (20 - 700 - 0) 0,43 + \\ + \frac{150 \cdot 0,2^2}{0,025} \cdot 0,60 = 474^\circ \text{ (см. V-35 при } \frac{x}{S} = 1).$$

$$7) \quad t_c = 700 + 150 \cdot 2 - \frac{150 \cdot 0,2^2}{2 \cdot 0,025} - \frac{150 \cdot 0,2}{0,025 \cdot 3,16} + (20 - 700 - 0) \cdot 0,56 + \\ + \frac{150 \cdot 0,2^2}{0,025} \cdot 0,80 = 312^\circ \text{ (см. V - 35 при } \frac{x}{S} = 0).$$

На основании изложенного нетрудно составить аналогичные решения для двух- и трехмерного температурного поля.

В методических печах температура печи часто изменяется по линейному закону или приближаясь к нему. В этих случаях и могут быть использованы выведенные решения, причем, если постоянная C , определяющая наклон прямой температуры печи, в различных частях печи разная, то печь делится на участки и расчет ведется с учетом начальной разности температуры в каждом участке.

Из рассмотренных здесь задач при поверхностных условиях третьего рода снова вытекает, что более сложные случаи нагрева представляют собой определенные сочетания простейших задач одного измерения.

Указанное обстоятельство, во-первых, в значительной степени облегчает разработку графических методов решения и проведение вычислительных операций, во-вторых, позволяет проверять правильность того или иного решения, а также безошибочно составлять эти решения.

Наконец, как было указано выше, задачи при поверхностных условиях первого рода следует рассматривать как частные случаи соответствующих решений при условиях третьего рода (при $\frac{\alpha S}{\lambda} = \infty$).

Указанные закономерности в значительной степени облегчают решение и анализ рассматриваемых здесь разнообразных случаев нагрева.

Решения, выведенные в настоящей главе, могут быть использованы также и для охлаждения тел при заданной температуре окружающей среды.

ГЛАВА VI

Нагрев полого цилиндра

Полый цилиндр как форма нагреваемого тела имеет большое распространение на трубопрокатных и на машиностроительных заводах, производящих те или иные виды изделий.

Вопрос о распределении температур при нагреве или охлаждении полого цилиндра имеет ограниченное освещение в литературе. А. Н. Динник¹ рассматривает задачу о распределении температур в полом цилиндре в связи с температурными напряжениями, А. Несси и Л. Низоль² разработали графо-аналитический метод определения температур в полом цилиндре, положив в основу метод конечных разностей.

Применяя весьма интересный метод операционного исчисления, Б. Я. Любов³ вывел решение дифференциального уравнения теплопроводности для бесконечно длинного полого цилиндра, для которого заданы кривые изменения температуры во времени на наружной и внутренней поверхностях.

Нами были выведены общие решения уравнения теплопроводности для двухстороннего и одностороннего (с наружной стороны) нагрева полого цилиндра, а затем получены решения для некоторых частных случаев.

Ввиду сложности упомянутых решений приведем наиболее простые случаи нагрева полого цилиндра.

1. Двухсторонний нагрев полого цилиндра

Если полый цилиндр, с наружным и внутренним радиусами R и b , имея в начальный момент температуру t^0 , нагревается таким образом, что на поверхности температура мгновенно изменяется до t_{π} , то в безразмерном виде получается следующее решение:

$$\frac{t - t_{\pi}}{t^0 - t_{\pi}} = \Phi \left(\frac{a\tau}{b^2}; \frac{r}{b}; K \right), \quad (\text{VI} - 1)$$

$$\text{где } K = \frac{R}{b}.$$

¹ А. Н. Динник, Приложение функций Бесселя к задачам теории упругости, 1915.

² А. Несси и Л. Низоль, Шалёр э эндюстри, 1928, № 93/95 и 99/108.

³ Б. Я. Любов, Журнал технической физики, 1943, с. 35, 42.

При линейном изменении температуры на поверхностях имеем:

граничные условия

$$\left. \begin{aligned} t|_{r=R} &= t^{\circ} + C\tau; \\ t|_{r=b} &= t^{\circ} + C\tau; \end{aligned} \right\} \quad (\text{см. стр. 52})$$

начальное условие

$$t|_{\tau=0} = t^{\circ}.$$

В результате подстановок в общее решение и преобразований по методам, изложенным на стр. 53, получаем:

$$t = t^{\circ} + C\tau + \frac{C}{4a} (r^2 - R^2) + \frac{C}{4a} (R^2 - b^2) \frac{\ln \frac{R}{r}}{\ln K} + \frac{Cb^2}{a} \cdot \Phi\left(\frac{a\tau}{b^2}; \frac{r}{b}; K\right); \quad (\text{VI-2})$$

или

$$\frac{a \Delta t}{Cb^2} = \frac{1}{4} \left[K^2 - \left(\frac{r}{b} \right)^2 \right] + \frac{1}{4} (1 - K^2) \frac{\ln \frac{Kb}{r}}{\ln K} - \Phi\left(\frac{a\tau}{b^2}; \frac{r}{b}; K\right), \quad (\text{VI-3})$$

где $\Delta t = t^{\circ} + C\tau - t = t_n - t$ — разность температур поверхности и промежуточного сечения;

Φ — функция, представляющая собою сумму бесконечного ряда.

Исследование найденного решения показывает, что при некотором достаточно большом значении критерия $\frac{a\tau}{b^2}$ функция Φ принимает весьма малое значение и поэтому без большой погрешности может быть отброшена. В этом случае получим следующий общий вид решения

$$\frac{a \Delta t}{Cb^2} = f\left(\frac{r}{b}; K\right), \quad (\text{VI-4})$$

где значения функции f представлены на рис. 54 в зависимости от отношений $\frac{r}{b}$ и K .

Из приведенных данных можно заключить, что разность температур Δt увеличивается прямо пропорционально скорости нагрева, квадрату внутреннего радиуса и обратно пропорцио-

нально температуропроводности. Кроме того, разность температур увеличивается с увеличением отношения $K = \frac{R}{b}$.

Выведенными решениями можно пользоваться для вычисления Δt и распределения температур по сечению цилиндра.

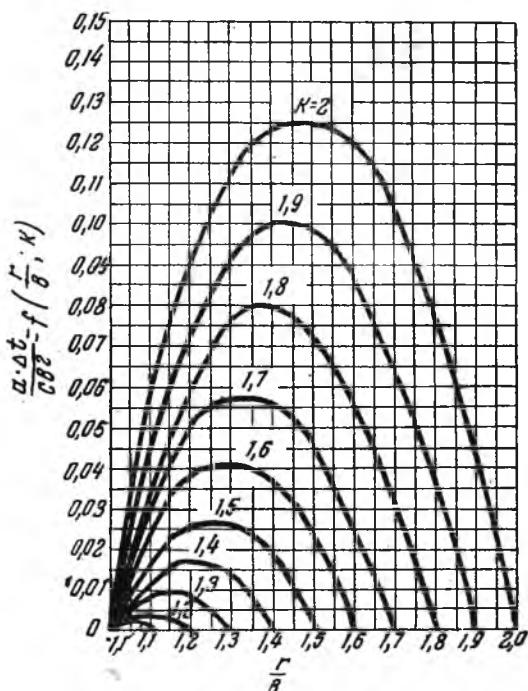


Рис. 54. Разность температур по сечению полого цилиндра при двухстороннем нагреве

Пользуясь изложенными выше методами, из решения (VI—2) находим выражение для температуры печи и теплового потока:

$$t_r = t^0 + C\tau + 0,5 \frac{CR}{ah} + 0,25 \frac{Cb}{ah} \cdot \frac{1}{K \ln K} (1 - K^2) \quad (\text{VI—5})$$

или

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{q}{\sigma_b} + \left(\frac{T_{11}}{100}\right)^4} - 273, \quad (\text{VI—6})$$

где тепловой поток

$$q|_{r=R} = 0,5 CRc_p\gamma + 0,25 \frac{Cb c_p \gamma}{K \ln K} (1 - K^2). \quad (\text{VI—7})$$

Пример 1. Полый цилиндр диаметром 200 мм и толщиной стенки 50 мм нагревается при двухстороннем подводе тепла со скоростью $600^\circ/\text{час}$. Найти распределение температур по сечению цилиндра через 0,5 часа после начала нагрева по следующим данным:

$$\lambda = 25 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; a = 0,02 \text{ м}^2/\text{час}; t^\circ = 0^\circ.$$

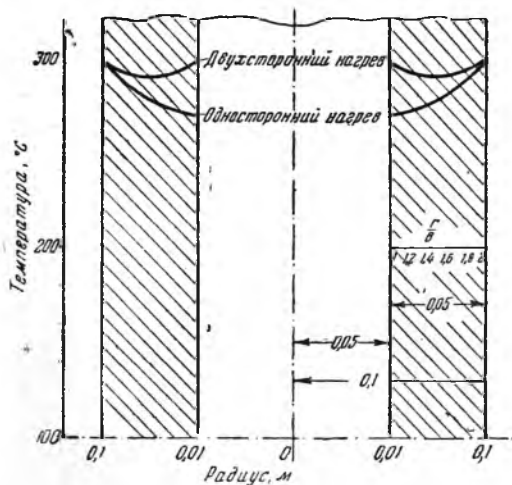


Рис. 55. Распределение температур в полом цилиндре

Решение.

$$R = 0,1 \text{ м}; b = 0,05 \text{ м}; K = \frac{0,10}{0,05} = 2;$$

$$C = 600^\circ/\text{час}; \tau = 0,5 \text{ час}; t_n = 0 + 600 \cdot 0,5 = 300^\circ.$$

Задавшись различными значениями отношения $\frac{r}{b}$, находим:

$\frac{r}{b}$	$f\left(\frac{r}{b}; K\right)$ (рис. 54)	Δt (см VI—4)	t
2,0	0,0	0,0	300,0
1,9	0,04	3,0	297,0
1,8	0,075	5,6	294,4
1,7	0,105	7,9	292,1
1,6	0,120	9,0	291,0
1,5	0,125	9,4	290,6
1,4	0,124	9,3	290,7
1,3	0,113	8,5	291,5
1,2	0,09	6,8	293,2
1,1	0,055	4,1	295,9
1,0	0,0	0,0	300,0

Результаты вычислений представлены на рис. 55.

При поверхностных условиях третьего рода, когда $t_r = \text{const}$, решение получается в следующем общем виде:

$$\frac{t - t_r}{t^0 - t_r} = \Phi \left(\frac{a\tau}{b^2}; \frac{ab}{\lambda}; \frac{r}{b}; K \right). \quad (\text{VI-8})$$

Для возможности практического использования решения (VI-8) необходимо было бы произвести большую вычислительную работу и результаты вычислений представить в виде графиков, однако ввиду трудности этой работы в дальнейшем излагаются приближенные методы расчетов.

2. Односторонний нагрев полого цилиндра

При линейном изменении температуры наружной поверхности и при внутренней поверхности, изолированной от подвода тепла, имеем

граничные условия

$$t|_{r=R} = t^0 + C\tau; \quad \left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=b} = 0;$$

начальное условие

$$t|_{\tau=0} = t^0.$$

Решение может быть представлено в виде

$$t = t^0 + C\tau + \frac{C}{4a} (r^2 - R^2) + \frac{Cb^2}{2a} \ln \frac{R}{r} + \\ + \frac{Cb^2}{a} \Phi \left(\frac{a\tau}{b^2}; \frac{r}{b}; K \right). \quad (\text{VI-9})$$

При достаточно большом промежутке времени сумма бесконечного ряда может быть отброшена и тогда

$$t = t^0 + C\tau - \frac{Cb^2}{4a} \left[K^2 - \left(\frac{r}{b} \right)^2 \right] - \frac{Cb^2}{2a} \ln \frac{r}{b} \cdot \frac{1}{K}. \quad (\text{VI-10})$$

Температура внутренней поверхности цилиндра (при $\frac{r}{b} = 1$)

$$t_{\text{вн}} = t^0 + C\tau - \frac{Cb^2}{4a} (K^2 - 1) - \frac{Cb^2}{2a} \ln \frac{1}{K}. \quad (\text{VI-11})$$

Из выражения (VI-10) находим разность температур наружной поверхности и промежуточного сечения, положение которого определяется отношением $\frac{r}{b}$:

$$\Delta t = t_{\text{п}} - t = \frac{1}{4} \frac{Cb^2}{a} \left[K^2 - \left(\frac{r}{b} \right)^2 \right] + \frac{Cb^2}{2a} \ln \frac{r}{b} \cdot \frac{1}{K} \quad (\text{VI-12})$$

или

$$\frac{a \Delta t}{Cb^2} = f_1 \left(\frac{r}{b}; K \right). \quad (\text{VI-13})$$

Значения функции f_1 в зависимости от $\frac{r}{b}$ и K приведены на рис. 56. Данные этого рисунка показывают, что с увеличением отношения K разность температур увеличивается.

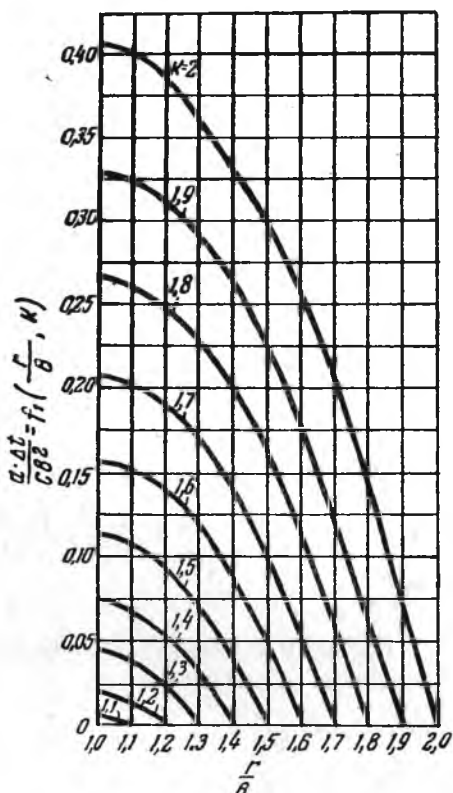


Рис. 56. Разность температур по сечению полого цилиндра при одностороннем нагреве

Из формулы (VI—12) следует, что разность температур наружной и внутренней поверхностей цилиндра

$$\Delta t_m = \frac{1}{4} \frac{C b^2}{a} (K^2 - 1) + \frac{1}{2} \frac{C b^2}{a} \ln \frac{1}{K}. \quad (\text{VI—14})$$

Температура печи и тепловой поток определяются из выражений

$$t_r = t^0 + C \tau + 0,5 \frac{C R}{a h} - 0,5 \frac{C b}{a h K} \quad (\text{VI—15})$$

или

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{q}{\sigma_b} + \left(\frac{T_n}{100}\right)^4} - 273, \quad (\text{VI-16})$$

причем

$$q = 0,5 CRc_p \gamma - 0,5 Cbc_p \frac{\gamma}{K}. \quad (\text{VI-17})$$

Пример 2. По данным предыдущего примера найти распределение температур по сечению полого цилиндра при одностороннем подводе тепла.

Решение.

$\frac{r}{b}$	$f_1\left(\frac{r}{b}; K\right)$ (из рис. 56); Δt [см. (VI-13)]	t
2,0	0,0	300,0
1,9	0,07	294,7
1,8	0,14	289,5
1,7	0,21	284,3
1,6	0,25	281,0
1,5	0,30	277,5
1,4	0,33	275,2
1,3	0,36	273,0
1,2	0,38	271,6
1,1	0,40	270,0
1,0	0,41	269,3

Результаты вычислений представлены на рис. 55.

Принимая $\sigma_b = 4$, находим¹

$$q = 0,5 \cdot 600 \cdot 0,1 \cdot \frac{25}{0,02} - 0,5 \frac{600 \cdot 0,05}{2} \cdot \frac{25}{0,02} =$$

$$= 28125 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \text{ [см. (VI-17)]};$$

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{28125}{4} + \left(\frac{300 + 273}{100}\right)^4} - 273 = 675^\circ \text{ [см. (VI-16)]}.$$

3. Приближенные методы расчетов

Экспериментальные исследования нагрева полого цилиндра, произведенные лабораторией нагрева научно-исследовательского Трубногo института, показали, что полый цилиндр можно рассматривать как свернутую пластину с соответствующей толщиной стенки и соответственно упростить расчет распределения температур.

¹ $c_p \gamma = \frac{\lambda}{a}$.

Согласно выражению (VI—14) максимальная разность температур по сечению цилиндра при одностороннем нагреве определяется из выражения

$$\Delta t_m = m \frac{Cb^2}{a}, \quad (\text{VI—18})$$

где $m = \frac{1}{4}(K^2 - 1) + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{K}$.

В формуле (VI—18) коэффициент формы m зависит от отношения радиусов $K = \frac{R}{b}$. Эта зависимость приведена на рис. 57.

Если рассматривать полый цилиндр как свернутую пластину с толщиной стенки

$$S = R - b = b(K - 1), \quad (\text{VI—19})$$

то, как следует из решения дифференциального уравнения теплопроводности для пластины (стр. 57), разность температур наружной и внутренней поверхности цилиндра

$$\Delta t_m = 0,5 \frac{CS^2}{a} = \frac{0,5 Cb^2}{a} (K - 1)^2 = m_1 \frac{Cb^2}{a}, \quad (\text{VI—20})$$

где коэффициент формы

$$m_1 = 0,5 (K - 1)^2. \quad (\text{VI—21})$$

Значения этого коэффициента, в зависимости от отношения K , также представлены на рис. 57. На том же рисунке показано отношение коэффициентов формы $\frac{m}{m_1}$ при различных значениях K .

Из изложенного можно заключить, что если полый цилиндр заменить пластиной, то за расчетную толщину пластины следует принимать величину, несколько меньшую S , а именно: $\sqrt{\frac{m}{m_1}} S$.

Вычислив Δt_m , нетрудно определить и промежуточную разность температур Δt , что, исходя из (VI—13) и (VI—18), может быть сделано по формуле

$$\Delta t = \Delta t_m \frac{f_1\left(\frac{r}{b}; K\right)}{m}. \quad (\text{VI—22})$$

Таким образом, формула (VI—22) позволяет найти полное распределение температур по сечению полого цилиндра.

На основании изложенного, температура печи определяется из выражения (VI—16), а тепловой поток

$$q = 2 \Delta t_m \frac{\lambda}{b} \quad \text{или} \quad q = \frac{2 C b \lambda}{a} m \quad (\text{VI—23})$$

Пример 3. Полый цилиндр, наружный диаметр которого 300 мм и толщина стенки 60 мм, нагревается с внешней стороны в печи при температуре 900°. Найти распределение температур по сечению цилиндра в момент достижения наибольшей разности температур.

Решение. Имеем

$$R = 0,15 \text{ м}; \quad b = 0,09 \text{ м};$$

$$K = \frac{0,15}{0,09} = 1,67;$$

$$t^\circ = 20^\circ;$$

$$t_\Gamma = 900^\circ; \quad \frac{m}{m_1} = 0,845$$

(по рис. 57 при $K=1,67$).

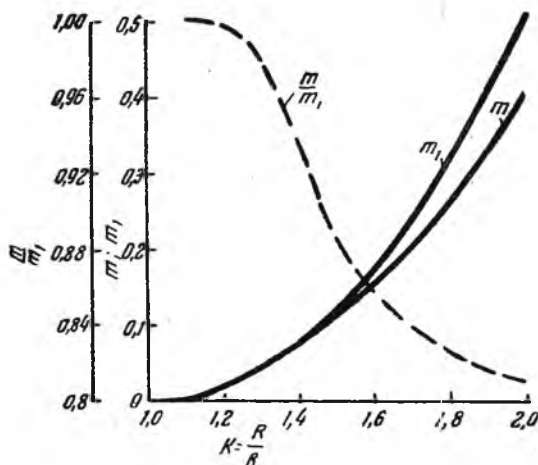


Рис. 57. Коэффициент формы для полого цилиндра

Расчетная толщина

$$S = \sqrt{0,845 \cdot (0,15 - 0,09)} = 0,055 \text{ м.}$$

Принимаем

$$\lambda = 24 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{С}; \quad a = 0,018 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \alpha = 110 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{С}$$

$$1) \quad \frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{110 \cdot 0,055}{24} = 0,252;$$

$$2) \quad \Phi_m = 0,10 \text{ (максимальное значение функции при}$$

$$\frac{\alpha S}{\lambda} = 0,252) \text{ (по рис. 42);}$$

$$3) \quad \Delta t_m = (900 - 20) \cdot 0,10 = 88^\circ \text{ [см. (V-8)];}$$

$$4) \quad \frac{a \tau}{S^2} = 0,38 \text{ (по рис. 42);}$$

$$5) \quad \tau = \frac{0,38 \cdot 0,055^2}{0,018} = 0,041 \text{ час. или 2,5 мин., т. е. наибольшая раз-}$$

ность температур, равная 88°, достигается через 2,5 мин.;

$$6) \quad \Phi_\Pi(0,38; 0,252) = 0,84 \text{ (по рис. 28);}$$

7) температура наружной поверхности

$$t_\Pi = 900 + (20 - 900) \cdot 0,84 = 160^\circ \text{ [см. (V-4)];}$$

8) температура внутренней поверхности $t_\text{в} = 160 - 88 = 72^\circ$;

9) распределение температур по сечению, если $m = 0,18$ (по рис. 57 при $K = 1,67$).

r (м)	$\frac{r}{b}$	$f_1\left(\frac{r}{b}; K\right)$ (рис. 56); Δt [см. (VI-22)]; $t = t_n - \Delta t$.		
0,09	1,0	0,18	88°	72°
0,10	1,1	0,175	86	74
0,11	1,22	0,165	81	79
0,12	1,33	0,140	69	91
0,13	1,45	0,100	49	111
0,14	1,55	0,060	29	131
0,15	1,67	0,0015	0	160

Глава VII

Нагрев при изменяющихся граничных условиях

В заводской практике часто встречаются случаи нагрева металла, когда граничные

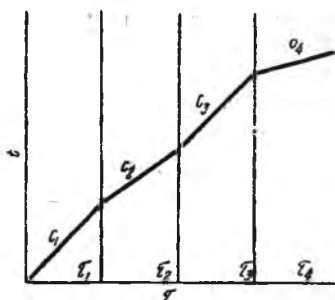


Рис. 58. Схема многоступенчатого нагрева

условия периодически изменяются. Например, нагрев при термической обработке обычно совершается таким образом, что скорости нагрева изменяются при переходе из одного периода в другой. В методических печах также происходит изменение поверхностных условий после каждого перемещения металла из одной части рабочего пространства в другую. Наибольший интерес представляет нагрев при поверхностных условиях первого рода, при котором изменение температуры на поверхности тела во времени проис-

ходит по ломаной линии, состоящей из прямолинейных отрезков; схема этого нагрева представлена на рис. 58.

Согласно этой схеме, поверхностные условия выражаются следующим образом:

$$t|_{x=\pm s} = C_1 \tau \quad \text{при } 0 < \tau < \tau_1;$$

$$t|_{x=\pm s} = C_1 \tau_1 + C_2 (\tau - \tau_1) \quad \text{при } \tau_1 < \tau < \tau_1 + \tau_2;$$

$$t|_{x=\pm s} = C_1 \tau_1 + C_2 \tau_2 + C_3 [\tau - (\tau_1 + \tau_2)] \quad \text{при } \tau_1 + \tau_2 < \tau$$

и т. д.,

где C_1, C_2, C_3 — скорости нагрева в первой, второй, третьей ступени;

τ_1, τ_2, τ_3 — соответствующие промежутки времени.

Рассмотрим простейшие задачи в прямоугольной, а затем в цилиндрической системе координат¹.

1. Многоступенчатый нагрев бесконечно большой пластины

Задача формулируется следующим образом: бесконечно большая пластина толщиной $2S$ нагревается при многоступенчатом изменении температуры поверхности, состоящей из прямолинейных отрезков. Найти решение уравнения теплопроводности. Для простоты рассмотрим двухступенчатый нагрев при поверхностных условиях

$$t|_{x=\pm S} = C_1 \tau \quad \text{при } 0 < \tau \leq \tau_1;$$

$$t|_{x=\pm S} = C_1 \tau_1 + C_2 (\tau - \tau_1) \quad \text{при } \tau > \tau_1$$

и при начальном условии

$$t|_{\tau=0} = 0.$$

Решая уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \quad (\text{VII-1})$$

находим для первой ступени нагрева

$$t = C_1 \tau + \sum_{l=1}^{\infty} A_{1l}(\tau) \cos \delta_l \frac{x}{S}, \quad (\text{VII-2})$$

где

$$A_{1l}(\tau) = -\frac{C_1 S^2}{a} \cdot \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} (1 - e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}}) [\text{см. (III-3)}];$$

$$\delta_l = \frac{2l-1}{2} \pi \quad (\text{см. стр. 53}).$$

Начальным условием для второй ступени будет

$$t|_{\tau=\tau_1} = C_1 \tau_1 + \sum_{l=1}^{\infty} A_{1l}(\tau_1) \cos \delta_l \frac{x}{S}. \quad (\text{VII-3})$$

Решение уравнения (VII-1) будем искать в виде

$$t = C_1 \tau_1 + C_2 (\tau - \tau_1) + u(x, \tau). \quad (\text{VII-4})$$

¹ Решение этой задачи дали также В. А. Шваб и Р. А. Шварцер, *Огнеупоры*, 1935, № 10, с. 759—780.

Тогда

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = C_2 + \frac{\partial u}{\partial \tau}; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

и

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - C_2. \quad (\text{VII—5})$$

Очевидно, искомая функция должна удовлетворять уравнению (VII—5) при граничных условиях

$$u|_{x=\pm S} = 0$$

и при начальном условии

$$u|_{\tau=\tau_1} = \sum_{l=1}^{\infty} A_{2l}(\tau_1) \cos \delta_l \frac{x}{S}.$$

Решение можно представить в форме

$$u = \sum_{l=1}^{\infty} A_{2l}(\tau) \cos \delta_l \frac{x}{S}. \quad (\text{VII—6})$$

Взятая в таком виде функция u будет удовлетворять граничным условиям.

Далее, следуя общему ходу решения задачи 1 (стр. 16), разложим свободный член уравнения (VII—5) в ряд Фурье:

$$-C_2 = \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_{2l} \cos \delta_l \frac{x}{S}, \quad (\text{VII—7})$$

откуда

$$\alpha_{2l} = \frac{-C_2 \int_{-S}^{+S} \cos \delta_l \frac{x}{S} dx}{\int_{-S}^{+S} \cos^2 \delta_l \frac{x}{S} dx} = \frac{-2(-1)^{l+1} C_2}{\delta_l}. \quad (\text{VII—8})$$

Подставив (VII—6) и (VII—7) в уравнение (VII—5), получим

$$\sum_{l=1}^{\infty} A'_{2l}(\tau) \cos \delta_l \frac{x}{S} = -\frac{a}{S^2} \sum_{l=1}^{\infty} A_{2l}(\tau) \delta_l^2 \cos \delta_l \frac{x}{S} + \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_{2l} \cos \delta_l \frac{x}{S}$$

или, после сокращения,

$$A'_{2l}(\tau) + \frac{a}{S^2} \delta_l^2 A_{2l}(\tau) = \alpha_{2l}. \quad (\text{VII—9})$$

Решая последнее уравнение, находим

$$A_{2_l}(\tau) = C_{2_l} e^{-\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1)} + \\ + e^{-\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1)} \int_{\tau_1}^{\tau} e^{\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1)} \alpha_{2_l} d\tau, \quad (\text{VII-10})$$

где

$$C_{2_l} = \frac{\int_{-S}^{+S} A_{1_l}(\tau_1) \cos^2 \delta_l \frac{x}{S} dx}{\int_{-S}^{+S} \cos^2 \delta_l \frac{x}{S} dx} = A_{1_l}(\tau_1).$$

Подставив последнее выражение в (VII-10), а затем (VII-10) в (VII-6) и (VII-6) в (VII-4), получим:

$$t = C_1 \tau_1 + C_2 (\tau - \tau_1) + \sum_{l=1}^{\infty} A_{1_l}(\tau_1) \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1)} + \\ + \sum_{l=1}^{\infty} \cos \delta_l \frac{x}{S} e^{-\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1)} \int_{\tau_1}^{\tau} e^{\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1)} \alpha_{2_l} d\tau$$

или в окончательном виде (для второй степени)

$$t = C_1 \tau_1 + C_2 (\tau - \tau_1) - \frac{C_1 S^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} M_l (1 - e^{-\delta_l^2 \frac{a \tau_1}{S^2}}) e^{-\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1)} - \\ - \frac{C_2 S^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} M_l [1 - e^{-\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1)}], \quad (\text{VII-11})$$

где

$$M_l = \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \cos \delta_l \frac{x}{S}.$$

После преобразований и замены суммы членов бесконечного ряда функциями $\Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$, получим:

$$t = t_n + \frac{C_2 S^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right) + \frac{S^2}{a} [C_1 \Phi' + (C_2 - C_1) \Phi''], \quad (\text{VII-12})$$

где $t_n = C_1 \tau_1 + C_2 (\tau - \tau_1)$; $\Phi' = \sum_{l=1}^{\infty} M_l e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}}$; $\Phi'' = \sum_{l=1}^{\infty} M_l e^{-\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1)}$.

Аналогичным образом можно получить решения для трех-, четырехступенчатого нагрева и т. д.

Если в этих решениях сделать преобразования, согласно стр. 53, то решение для m -й ступени нагрева выразится в следующем виде:

$$t = t_n + \frac{C_m S^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right) + \frac{S^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} M_l \left[C_1 e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} + \right. \\ \left. + (C_2 - C_1) e^{-\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1)} + \dots + (C_m - C_{m-1}) \cdot \right. \\ \left. e^{-\delta_l^2 \frac{a}{S^2} \left(\tau - \sum_{i=1}^{m-1} \tau_i \right)} \right] \quad (\text{VII-13})$$

или

$$t = t_n + \frac{C_m S^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right) + \frac{S^2}{a} [C_1 \Phi' + (C_2 - C_1) \Phi'' + \\ + (C_3 - C_2) \Phi''' + \dots + (C_m - C_{m-1}) \Phi^m], \quad (\text{VII-13a})$$

где

$$t_n = C_1 \tau_1 + C_2 \tau_2 + \dots + C_m \left(\tau - \sum_{i=1}^{m-1} \tau_i \right).$$

В полученном решении количество членов, входящих в сумму бесконечного ряда, равно числу ступеней нагрева, каждый из членов является произведением разностей скоростей нагрева в данном и предыдущем участке и функции Φ , которая определяется из рис. 13, относящегося к одноступенчатому нагреву, для всего времени нагрева, от начала данного участка.

Таким образом решение (VII-13a) позволяет определять температурное поле в любой ступени нагрева, выдержки или охлаждения с использованием для этого графиков для одноступенчатого нагрева¹.

¹ Б. Н. Фникельштейн и Б. Я. Любов (Журнал технической физики, 1943, с. 35) применили метод операционного исчисления и показали, что этот метод дает возможность легко получить решение для многоступенчатого нагрева из решения, полученного для первой ступени.

Для ясности рассмотрим числовой пример.

Пример 1. Стальная плита толщиной 400 мм с коэффициентом температуропроводности, равным $0,02 \text{ м}^2/\text{час}$, нагревается следующим образом: в течение 1 часа со скоростью 500° , в течение 0,5 часа со скоростью 300° в час, а затем охлаждается 0,5 часа со скоростью 100° в час. Найти температуру на глубине 100 мм от поверхности через 2 часа после посадки, если нагрев совершается симметрично с двух сторон.

Решение. Имеем

$$S = 0,2 \text{ м}; \quad \frac{x}{S} = 0,5; \quad a = 0,02 \text{ м}^2/\text{час};$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= 500^\circ/\text{час}; \\ C_2 &= 300^\circ/\text{час}; \\ C_3 &= -100^\circ/\text{час}; \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \tau_1 &= 1 \text{ час}; \\ \tau_2 &= 0,5 \text{ час}; \\ \tau_3 &= 0,5 \text{ час}. \end{aligned} \quad \tau = 2,0 \text{ часа}.$$

Определяем

$$\frac{a\tau}{S^2} = 1; \quad \frac{a(\tau - \tau_1)}{S^2} = 0,5; \quad \frac{a(\tau - \tau_1 - \tau_2)}{S^2} = 0,25$$

и соответственно по рис. 13: $\Phi'(1; 0,5) = 0,03$; $\Phi''(0,5; 0,5) = 0,11$; $\Phi'''(0,25; 0,5) = 0,20$.

Температура поверхности $t_{\pi} = 500 \cdot 1 + 300 \cdot 0,5 - 100(2,0 - 1,0 - 0,5) = 600^\circ$.

Согласно формуле (VII-13а) искомая температура на глубине 100 мм:

$$t = 600 + \frac{(-100) \cdot 0,2^2}{2 \cdot 0,02} (0,5^2 - 1) + \frac{0,2^2}{0,02} \cdot$$

$$\cdot [500 \cdot 0,03 + (300 - 500) \cdot 0,11 + (-100 - 300) \cdot 0,2] = 501^\circ.$$

Аналогичный подсчет для оси плиты дает $t_c = 439^\circ$.

Если в рассматриваемой степени нагрева время τ_m достаточно велико и превышает $\frac{S^2}{a}$, то промежутки времени в предшествующих слагаемых тем более будут удовлетворять этому условию и, следовательно, все члены, содержащие суммы бесконечного ряда, делаются весьма малыми и могут быть без большой погрешности отброшены.

В этом случае температура в m -й степени нагрева определится из выражения:

$$t = t_{\pi} + \frac{C_m S^2}{2a} \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right), \quad (\text{VII}-14)$$

где C_m — скорость нагрева в m -й степени

$$t_{\pi} = C_1 \tau_1 + C_2 \tau_2 + \dots + C_m \tau_m.$$

Температура середины пластины (т. е. при $\frac{x}{S} = 0$)

$$t_c = t_{\pi} - \frac{C_m S^2}{2a}. \quad (\text{VII}-15)$$

Разность температур поверхности и середины

$$\Delta t_m = \frac{C_m S^2}{2a}. \quad (\text{VII}-16)$$

Следовательно, при достаточно большом промежутке времени какой-либо ступени нагрева разность температур поверхности и середины будет пропорциональна скорости нагрева в этой ступени и практически не зависит от скоростей нагрева в предшествующих ступенях.

2. Многоступенчатый нагрев цилиндра бесконечной длины

Сперва рассмотрим двухступенчатый нагрев. Задача сводится к решению дифференциального уравнения теплопроводности для одномерного температурного поля:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (\text{VII}-17)$$

при граничных условиях

$$t|_{r=R} = C_1 \tau \quad \text{для} \quad 0 < \tau \leq \tau_1;$$

$$t|_{r=R} = C_1 \tau_1 + C_2 (\tau - \tau_1) \quad \text{для} \quad \tau > \tau_1$$

и при начальном условии

$$t|_{\tau=0} = 0.$$

Применяя тот же метод, что и в предыдущем разделе данной главы, в конечном счете приходим к следующему решению для m -й ступени нагрева:

$$\begin{aligned} t = t_n + \frac{C_m R^2}{4a} \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right) + \frac{R^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} L_n \left[C_1 e^{-\mu_n^2 \frac{a}{R^2} \tau} + \right. \\ \left. + (C_2 - C_1) e^{-\mu_n^2 \frac{a}{R^2} (\tau - \tau_1)} + (C_3 - C_2) e^{-\mu_n^2 \frac{a}{R^2} (\tau - \tau_1 - \tau_2)} + \dots + \right. \\ \left. + (C_m - C_{m-1}) e^{-\mu_n^2 \frac{a}{R^2} (\tau - \sum_{i=1}^{m-1} \tau_i)} \right], \end{aligned} \quad (\text{VII}-18)$$

где

$$L_n = \frac{2 I_0(\mu_n \frac{r}{R})}{\mu_n I_1(\mu_n)},$$

μ_n определяется по табл. 3 приложений;

или

$$\begin{aligned} t = t_n + \frac{C_m R^2}{4a} \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right) + \frac{R^2}{a} [C_1 \Phi' + (C_2 - C_1) \Phi'' + \\ + (C_3 - C_2) \Phi''' + \dots + (C_m - C_{m-1}) \Phi^{(m)}]. \end{aligned} \quad (\text{VII}-19)$$

В этих решениях

$$t_{II} = C_1 \tau_1 + C_2 \tau_2 + \dots + C_m (\tau - \sum_{i=1}^{m-1} \tau_i). \quad (\text{VII—20})$$

Суммы бесконечного ряда, обозначенные через Φ' , Φ'' , ..., определяются из рис. 14, относящегося к одноступенчатому нагреву.

Пример 2. Стальной слиток диаметром 600 мм с коэффициентом температуропроводности, равным $0,015 \text{ м}^2/\text{час}$, нагревается по графику, согласно рис. 59. Найти наибольшую разность температур по сечению слитка через 3 часа после посадки.

Решение. Имеем $R = 0,3 \text{ м}$;

$$a = 0,015 \text{ м}^2/\text{час};$$

$$\frac{r}{R} = 0;$$

$$C_1 = 300^\circ/\text{час}; \quad \tau_1 = 0,5 \text{ часа};$$

$$C_2 = 200^\circ/\text{час}; \quad \tau_2 = 1,0 \text{ час};$$

$$C_3 = 0; \quad \tau_3 = 0,5 \text{ часа};$$

$$C_4 = 400^\circ/\text{час}; \quad \tau = 3 \text{ часа};$$

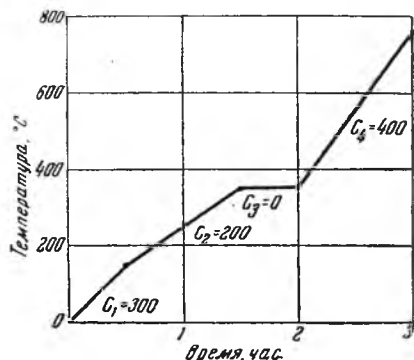


Рис. 59. График нагрева вала (пример 2):
C — скорость нагрева, $^\circ/\text{час}$

$$\frac{a}{R^2} = 0,5; \quad \frac{a}{R^2} (\tau - \tau_1) = 0,42;$$

$$\frac{a}{R^2} (\tau - \tau_1 - \tau_2) = 0,25; \quad \frac{a}{R^2} (\tau - \tau_1 - \tau_2 - \tau_3) = 0,167$$

$$\Phi'(0,5; 0) = 0,015; \quad \Phi''(0,42; 0) = 0,022;$$

$$\Phi'''(0,25; 0) = 0,06;$$

$$\Phi''''(0,167; 0) = 0,11 \text{ (по рис. 14).}$$

Температура поверхности [см. (VII—20)]

$$t_{II} = 300 \cdot 0,5 + 200 \cdot 1 + 0 \cdot 0,5 + 400(3,0 - 0,5 - 1,0 - 0,5) = 750^\circ.$$

Температура середины слитка [см. (VII—19)]

$$t_c = 750 + \frac{400 \cdot 0,3^2}{4 \cdot 0,015} \cdot (0 - 1) + \frac{0,3^2}{0,015} [300 \cdot 0,015 + (200 - 300) \cdot 0,022 + (0 - 200) \cdot 0,06 + (400 - 0) \cdot 0,11] = 356^\circ.$$

Разность температур поверхности и середины

$$\Delta t = 750 - 356 = 394^\circ.$$

Анализ решения (VII—19) показывает, что если в рассматриваемой ступени нагрева время достаточно велико и превышает $0,5 \frac{R^2}{a}$, то члены, содержащие суммы бесконечного ряда,

приобретают столь малое значение, что они могут быть отброшены. В этом случае получаем

$$t = t_{\Pi} + \frac{C_m R^2}{4a} \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right); \quad (\text{VII—21})$$

$$t_c = t_{\Pi} - \frac{C_m R^2}{4a}; \quad (\text{VII—22})$$

$$\Delta t_m = \frac{C_m R^2}{4a}. \quad (\text{VII—23})$$

Следовательно, разность температур будет зависеть только от скорости нагрева в последней ступени и практически не зависит от характера нагрева в предшествующих ступенях.

3. Общее выражение многоступенчатого нагрева

Решая аналогичным образом уравнения теплопроводности для двух- и трехмерного температурного поля и принимая сокращенные обозначения, получаем следующее общее выражение многоступенчатого нагрева для тел различной формы:

$$\begin{aligned} t_m = t_{\Pi} + K \frac{C_m d^2}{a} \left(\frac{\xi^2}{d^2} - 1 \right) + \\ + \frac{d^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} N_n [C_1 e^{-\beta a} + (C_2 - C_1) e^{-\beta a(\tau - \tau_1)} + \\ + (C_3 - C_2) e^{-\beta a(\tau - \tau_1 - \tau_2)} + \dots + (C_m - C_{m-1}) \cdot \\ \cdot e^{-\beta a(\tau - \sum_{i=1}^{m-1} \tau_i)}], \end{aligned} \quad (\text{VII—24})$$

где t_m — искомая температура в m -й ступени;

t_{Π} — температура поверхности тела в m -й ступени;

$$t_{\Pi} = C_1 \tau_1 + C_2 \tau_2 + \dots + C_m \left(\tau - \sum_{i=1}^{m-1} \tau_i \right);$$

ξ — координата (x или r);

d — толщина или радиус тела;

K — коэффициент формы, определяемый по рис. 20;

β — коэффициент, зависящий от формы нагреваемого тела (стр. 68);

N_n — сокращенное обозначение выражения, содержащего координаты.

Решение (VII—24) для тел различной формы содержит ряд слагаемых, подчиняющихся определенной закономерности, о которой было сказано на стр. 134; при этом для определения функций Φ в каждом слагаемом следует пользоваться рис. 13, 14, 21 или 22, в зависимости от формы тела.

Таким образом, решение (VII—24) позволяет определять температуры тела в любой ступени нагрева с использованием для этого соответствующих графиков, относящихся к одноступенчатому нагреву.

Пример 3. Стальной слиток сечением 500×700 мм с коэффициентом температуропроводности, равным $0,02$ м²/час, нагревается в печи по следующему графику:

в течение 45 мин. со скоростью 200° в час,

в течение 1 часа со скоростью 300° в час,

а затем со скоростью 500° в час.

Определить температуру середины слитка через 2,5 часа после посадки.

Решение. Имеем

$$S = 0,25 \text{ м}; \quad B = 0,35 \text{ м}; \quad K_1 = \frac{B}{S} = \frac{0,35}{0,25} = 1,4;$$

$$a = 0,02 \text{ м}^2/\text{час};$$

$$t^\circ = 0^\circ; \quad \tau_1 = 0,75 \text{ часа}; \quad C_1 = 200^\circ/\text{час}; \quad \tau_2 = 1,0 \text{ часа}; \quad C_2 = 300^\circ/\text{час};$$

$$\tau = 2,5 \text{ часа}; \quad C_3 = 500^\circ/\text{час}.$$

$$1) \text{ коэффициент формы } K = 0,39 \text{ (по рис. 20 для } K_1 = 1,4);$$

$$2) \frac{a\tau}{S^2} = \frac{0,02 \cdot 2,5}{0,25^2} = 0,8; \quad \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1) = 0,56;$$

$$\frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1 - \tau_2) = 0,24;$$

$$3) \Phi(0,8; 1,4) = 0,03; \quad \Phi(0,56; 1,4) = 0,05;$$

$$\Phi(0,24; 1,4) = 0,17; \text{ (по рис. 21);}$$

$$4) t_n = 200 \cdot 0,75 + 300 \cdot 1,0 + 500(2,5 - 0,75 - 1,0) = 825^\circ;$$

$$5) t_c = 825 + \frac{0,39 \cdot 500 \cdot 0,25^2}{0,02} (0 - 1) + \frac{0,25^2}{0,02} [200 \cdot 0,03 + \\ + (300 - 200) \cdot 0,05 + (500 - 300) \cdot 0,17] \approx 355^\circ. \text{ [см. (VII—24)];}$$

$$6) \Delta t = 825 - 355 = 470^\circ.$$

Рассматривая решение (VII—24) и относящиеся к нему графики для тел различной формы, необходимо вновь повторить сказанное выше, а именно: при некотором достаточно большом значении промежуток ($\tau - \tau_i$) в какой-либо ступени нагрева все слагаемые, входящие в суммы бесконечного ряда, делаются весьма малыми и поэтому могут быть отброшены.

Тогда:

$$t = t_n + K \frac{C_m d^2}{a} \left(\frac{\xi^2}{d^2} - 1 \right), \quad (\text{VII—25})$$

а разность температур поверхности и середины тела в этом участке

$$\Delta t_m = K \frac{C_m d^2}{a}. \quad (\text{VII—26})$$

Следовательно, если в какой-либо ступени нагрева время $(\tau - \sum \tau_i)$ больше $2 K \frac{d^2}{a}$, где K — коэффициент, зависящий от формы тела и определяемый по рис. 20, то разность температур поверхности и середины тела будет прямо пропорциональна скорости нагрева в этой ступени и практически не зависит от характера нагрева в предшествующих ступенях; сказанное относится и к полуму цилиндру.

Из этого вытекает следующий вывод, весьма важный для практики.

Выдержки, производимые с целью выравнивания температур по сечению в промежуточных ступенях, мало эффективны, так как в последующих после выдержки ступенях в нагреваемом теле вновь появляется температурная разность, пропорциональная скорости нагрева в этих ступенях.

Исключение промежуточных выдержек, сделанное на основании этого проф. К. Ф. Стародубовым¹, привело к соответствующему сокращению общей продолжительности термообработки. Выдержки с целью выравнивания температур необходимы в конце нагрева, перед выдачей металла из печи. Промежуточные выдержки оправдывают себя лишь в том случае, если их необходимость вызывается другими соображениями (например, уменьшением напряжений, структурными изменениями и т. п.).

Выводы относительно Δt_m , приведенные на стр. 57 для одноступенчатого нагрева, целиком и полностью применимы к многоступенчатому нагреву.

4. Температура печи и тепловой поток

Для определения температуры печи и теплового потока при многоступенчатом нагреве воспользуемся формулой (II—19).

Произведя дифференцирование решений (VII—13) и (VII—18) и последующие преобразования, получаем:

¹ К. Ф. Стародубов, *Металлург*, 1940, № 8.

а) для пластины бесконечно большой длины и ширины

$$t_r = t_n + \frac{C_m S}{ah} - \frac{S}{ah} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{\delta_l^2} [C_1 e^{-\frac{\delta_l^2}{S^2} \frac{a\tau}{2}} + \\ + (C_2 - C_1) e^{-\frac{\delta_l^2}{S^2} \frac{a}{2} (\tau - \tau_1)} + \dots]; \quad (\text{VII-27})$$

б) для цилиндра бесконечной длины

$$t_r = t_n + \frac{C_m R}{2ah} - \frac{R}{ah} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2} [C_1 e^{-\frac{\mu_n^2}{R^2} \frac{a\tau}{2}} + \\ + (C_2 - C_1) e^{-\frac{\mu_n^2}{R^2} \frac{a}{2} (\tau - \tau_1)} + \dots]. \quad (\text{VII-28})$$

Из этих же решений следует:

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{q}{\sigma_b} + \left(\frac{T_n}{100}\right)^4} - 273, \quad (\text{VII-29})$$

где

$$q|_{x=\pm S} = C_m S c_p \gamma - S c_p \gamma F_l \left(\frac{a\tau}{S^2}; C_i \right) \text{ для пластины; } (\text{VII-30})$$

$$q|_{r=R} = \frac{C_m R c_p \gamma}{2} - R c_p \gamma F_n \left(\frac{a\tau}{R^2}; C_i \right) \text{ для цилиндра, } (\text{VII-31})$$

причем

$$F_l = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{\delta_l^2} (C_1 e^{-\frac{\delta_l^2}{S^2} \frac{a\tau}{2}} + \dots) = C_1 F' + \\ + (C_2 - C_1) F'' + (C_3 - C_2) F''' + \dots \quad (\text{VII-32})$$

$$F_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2} (C_1 e^{-\frac{\mu_n^2}{R^2} \frac{a\tau}{2}} + \dots) = C_1 F' + \\ + (C_2 - C_1) F'' + (C_3 - C_2) F''' + \dots \quad (\text{VII-33})$$

Во всех этих решениях суммы бесконечного ряда, обозначенные через F' , F'' и т. д., определяются из рис. 19 для одноступенчатого нагрева.

Выведенные формулы позволяют без особых трудностей вычислять температуру печи или тепловой поток, необходимые для обеспечения заданного многоступенчатого графика нагрева.

С помощью этих формул можно также решать и обратные задачи: какова скорость нагрева, а, следовательно, и температура тела в данной ступени нагрева, если известна температура печи или тепловой поток.

Пример 4. По данным примера 2 определить температуру печи и тепловой поток через 3 часа после посадки. При этом задаемся следующими дополнительными данными:

$$C_p = 0,169 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C}; \quad \gamma = 7800 \text{ кг/м}^3;$$

$$\tau_B = 3 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{K}^4$$

Решение.

$$1) \quad \frac{a\tau}{R^2} = 0,5; \quad \frac{a}{R^2} (\tau - \tau_1) = 0,42; \quad \frac{a}{R^2} [\tau - (\tau_1 + \tau_2)] = 0,25;$$

$$\frac{a}{R^2} [\tau - (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)] = 0,167.$$

$$2) \quad F'(0,5) = 0,02; \quad F''(0,42) = 0,03; \quad F'''(0,25) = 0,08;$$

$$F'''(0,167) = 0,10 \text{ (по рис. 19).}$$

$$3) \quad F_n = 300 \cdot 0,02 + (200 - 300) \cdot 0,03 + (0 - 200) \cdot 0,08 + \\ + (400 - 0) \cdot 0,10 = 27 \text{ [см. (VII—33)]}.$$

$$4) \quad q|_{r=R} = \frac{400 \cdot 0,3 \cdot 0,169 \cdot 7800}{2} - 0,3 \cdot 0,169 \cdot 7800 \cdot 27 = \\ = 67520 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час [см. (VII—31)]}.$$

$$5) \quad t_1 = 100 \sqrt[4]{\frac{67520}{3} + \left(\frac{750 + 273}{100}\right)^4} - 273 = \\ = 1082^\circ \text{ [см. (VII—29)]}.$$

Как и в предыдущих решениях, при достаточно большом промежутке времени ($\tau - \sum \tau_i$) в какой-либо ступени нагрева суммы бесконечного ряда могут быть отброшены.

Тогда

$$t_r = t_n + \frac{C_m S}{ah} \text{ для пластины;} \quad (\text{VII—34})$$

$$t_r = t_n + \frac{C_m R}{2ah} \text{ для цилиндра.} \quad (\text{VII—35})$$

Все изложенные выше соображения, касающиеся температур печи и теплового потока при одноступенчатом нагреве, остаются в силе и для многоступенчатого нагрева.

Применяя эти же методы для прямоугольной призмы бесконечной длины и для цилиндра конечной длины, получаем следующие общие выражения для тел различной формы:

$$t_r = t_{\Pi} + 2K \frac{C_m S}{ah} - \frac{S}{ah} F_m \left(\frac{a\tau}{S^2}; C_i \right); \quad (\text{VII-36})$$

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{q}{\sigma_B} + \left(\frac{T_{\Pi}}{100} \right)^4} - 273, \quad (\text{VII-37})$$

где

$$q_{x=\pm S} = 2KC_m S c_p \gamma - S c_p \gamma F_m \left(\frac{a\tau}{S^2}; C_i \right), \quad (\text{VII-38})$$

причем K — определяется по рис. 20;

F_m — сокращенное обозначение сумм бесконечного ряда, которые могут быть определены с помощью рис. 24 для призмы и рис. 25 для цилиндра.

Пример. 5. По данным примера 3 определить температуру печи и тепловой поток через 2,5 часа после посадки.

Имеем

$$S = 0,25 \text{ м}; \quad B = 0,35 \text{ м}; \quad K_1 = \frac{B}{S} = 1,4;$$

$$\tau_1 = 0,75 \text{ часа}; \quad \tau_2 = 1,0 \text{ час}; \quad \tau = 2,5 \text{ часа};$$

$$C_1 = 200^\circ/\text{час}; \quad C_2 = 300^\circ/\text{час}; \quad C_3 = 500^\circ/\text{час}.$$

Принимаем

$$c_p = 0,169 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C}; \quad \gamma = 7800 \text{ кг/м}^3; \quad \sigma_B = 3,5 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{K}^4$$

$$1) \quad \text{коэффициент } K = 0,38 \text{ (по рис. 20 для } K_1 = 1,4); \quad t_{\Pi} = 825^\circ.$$

$$2) \quad \frac{a\tau}{S^2} = 0,8; \quad \frac{a(\tau - \tau_1)}{S^2} = 0,56; \quad \frac{a(\tau - \tau_1 - \tau_2)}{S^2} = 0,24.$$

$$3) \quad F(0,8; 1,4) = 0,03; \quad F(0,56; 1,4) = 0,07; \quad F(0,24; 1,4) = 0,28 \text{ (по рис. 24).}$$

$$4) \quad F_m = 200 \cdot 0,03 + (300 - 200) \cdot 0,07 + (500 - 300) \cdot 0,28 = 69.$$

$$5) \quad q|_{x=\pm S} = 2 \cdot 0,38 \cdot 500 \cdot 0,25 \cdot 0,169 \cdot 7800 - 0,25 \cdot 0,169 \cdot$$

$$7800 \cdot 69 = 102235 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час [см. (VII-38)]}.$$

$$6) \quad t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{102235}{3,5} + \left(\frac{825 + 273}{100} \right)^4} - 273 = 1047^\circ \text{ [см. (VII-37)]}.$$

Для второй ступени находим

$$\tau = 1,75 \text{ часа; } \tau - \tau_1 = 1 \text{ час; } \frac{a\tau}{S^2} = 0,56; \quad \frac{a(\tau - \tau_1)}{S^2} = 0,32;$$

$$t_{11} = 200 \cdot 0,75 + 300 \cdot 1 = 450^\circ;$$

$$F(0,56; 1,4) = 0,07; \quad F(0,32; 1,4) = 0,18 \text{ (рис. 24);}$$

$$F_m = 200 \cdot 0,07 + (300 - 200) \cdot 0,18 = 32;$$

$$q = 2 \cdot 0,38 \cdot 300 \cdot 0,25 \cdot 0,169 \cdot 7800 - 0,25 \cdot 0,169 \cdot 7800 \cdot 32 =$$

$$= 64500 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час.}$$

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{64500}{3,5} + \left(\frac{450 + 273}{100}\right)^4} - 273 = 945^\circ.$$

Для первой ступени:

$$\tau = 0,75 \text{ часа; } t_r = 705^\circ; \quad q = 31600 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час.}$$

Результаты расчетов приведены в табл. 3.

Результаты расчетов (к примерам 3 и 5)

Таблица 3

№ участков	C 0/час	τ час	$t_{\text{п}}$ °C	$t_{\text{с}}$ °C	$t_{\text{п}}$ °C	$t_{\text{с}}$ °C	Δt °C	t_r °C	q кал/м ² час
I	200	0,75	0	0	150	12	138	705	31600
II	300	1,00	150	138	450	174	276	945	64500
III	500	0,75	450	174	825	355	470	1047	102235

Глава VIII

Несимметричный нагрев

Во всех предыдущих главах (кроме одного случая для трубы) рассматривался симметричный нагрев, т. е. нагрев с одинаковыми скоростями, или при одинаковых температурах печи с обеих сторон пластины, цилиндра или тел другой формы. Следовательно, как в начальный момент, так и в процессе нагрева получалось симметричное распределение температур. Между тем в заводской практике мы часто сталкиваемся со случаями несимметричного нагрева, дающими несимметричное распределение температур по сечению тела.

Например, ряд слитков или заготовок квадратного или прямоугольного сечения, нагреваемых в методической печи, можно

рассматривать как бесконечно большую пластину. Для осуществления двухстороннего нагрева применяется нижний подогрев, который обычно происходит менее интенсивно, чем с верхней стороны; в результате получается несимметричный нагрев. Несимметричное распределение температур имеет место также при нагреве слитков в колодцах, в кузнечных печах, в перекатных печах и т. п.

Настоящая глава посвящена рассмотрению этого вопроса с теоретической точки зрения.

1. Общее решение уравнения теплопроводности для пластины

В общем виде задача формулируется следующим образом.

Бесконечно большая пластина толщиной S с коэффициентом температуропроводности a нагревается несимметрично таким образом, что на обеих поверхностях температуры являются заданными функциями времени. Начальная температура — заданная функция координаты.

Задача сводится к решению простейшего дифференциального уравнения теплопроводности в прямоугольной системе координат

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

при поверхностных условиях

$$\left. \begin{aligned} t|_{x=0} &= \varphi_1(\tau) \\ t|_{x=S} &= \varphi_2(\tau) \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII-1})$$

и при начальном условии

$$t|_{\tau=0} = F(x). \quad (\text{VIII-2})$$

Решая эту задачу методами, изложенными в главе I, получаем:

$$\begin{aligned} t = & \varphi_1(\tau) + \frac{\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau)}{S} x + \\ & + \frac{2}{S} \sum_{l=1}^{\infty} \sin \varepsilon_l \frac{x}{S} e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} \int_{-S}^{+S} \left[F(x) - \varphi_1(0) - \right. \\ & \left. - \frac{\varphi_2(0) - \varphi_1(0)}{S} x \right] \sin \varepsilon_l \frac{x}{S} dx + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{\varepsilon_l} \sin \varepsilon_l \frac{x}{S} \cdot \\ & \cdot e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} \int_0^{\tau} e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a\tau'}{S^2}} [\varphi_2'(\tau')(-1)^l - \varphi_1'(\tau')] d\tau', \quad (\text{VIII-3}) \end{aligned}$$

где

$$\varepsilon_l = \pi l (l = 1, 2, 3 \dots).$$

С помощью этого решения выведем несколько частных случаев путем подстановки соответствующих выражений для $\varphi_1(\tau)$; $\varphi_2(\tau)$; $F(x)$.

2. Постоянные температуры на поверхностях пластины

Поверхностные условия определяются выражениями:

$$\begin{aligned} t|_{x=0} &= \varphi_1(\tau) = t'_n \\ t|_{x=S} &= \varphi_2(\tau) = t''_n \end{aligned} \quad (\text{VIII-4})$$

Остановимся на двух вариантах начальных условий:

а) в начальный момент отсутствует температурный градиент или

$$t|_{\tau=0} = F(x) = t^\circ, \quad (\text{VIII-5})$$

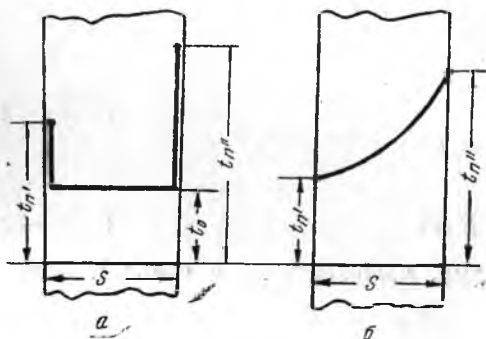


Рис. 60. Несимметричное распределение температур в начальный момент

где t° — постоянная величина (рис. 60,а).

Следовательно, в теле, имеющем в начальный момент по всему сечению температуру $t^{\text{ол}}$, происходит мгновенное изменение температуры на поверхностях до t'_n и t''_n .

Подставляя (VIII-4) и (VIII-5) в общее решение (VIII-3), получаем (после преобразований и введения условных обозначений для суммы членов бесконечного

ряда):

$$\begin{aligned} t &= t'_n + (t''_n - t'_n) \frac{x}{S} + (t^\circ - t'_n) \Phi_1\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right) - \\ &\quad - (t^\circ - t''_n) \Phi_2\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right), \end{aligned} \quad (\text{VIII-6})$$

$$\text{где } \Phi_1 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{\varepsilon_l} \sin \varepsilon_l \frac{x}{S} \cdot e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a\tau}{S^2}}; \Phi_2 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^l}{\varepsilon_l} \sin \varepsilon_l \frac{x}{S} \cdot e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a\tau}{S^2}},$$

Значения функций Φ_1 и Φ_2 представлены на рис. 61 в зависимости от критериев $\frac{a\tau}{S^2}$ и $\frac{x}{S}$.

Пример 1. Стальная плита толщиной 300 мм после нагрева до 800° охлаждается мгновенно до 100° на одной стороне и до 300° — на другой,

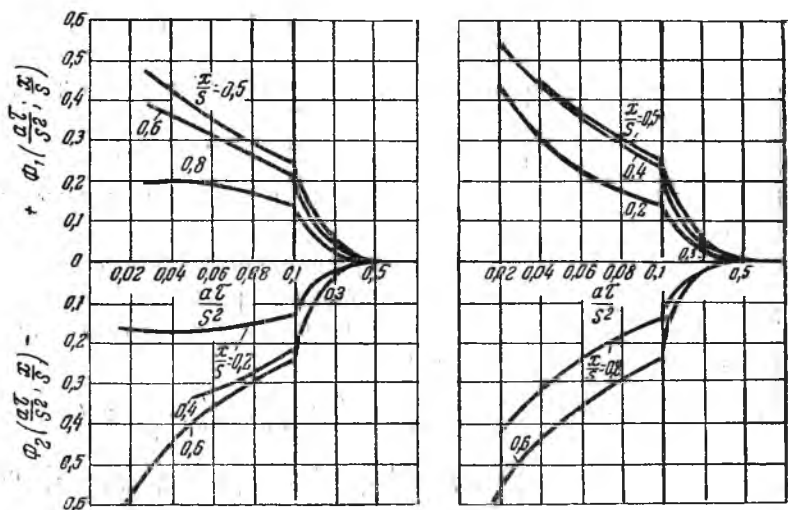


Рис. 61. Функции Φ_1 и Φ_2 при несимметричном распределении температур

причем эти температуры в дальнейшем остаются неизменными. Найти распределение температур по сечению плиты через 1 час, если температуропроводность стали $0,015 \text{ м}^2/\text{час}$.

Решение. Имеем

$$S = 0,3 \text{ м}; \quad t^\circ = 800^\circ; \quad t'_{\text{н}} = 100^\circ; \quad t''_{\text{н}} = 300^\circ;$$

$$a = 0,015 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \tau = 1 \text{ час}.$$

Определяем

$$1) \quad \frac{a\tau}{S^2} = \frac{0,015 \cdot 1}{0,3^2} = 0,167.$$

$$2) \quad \text{Для } \frac{x}{S} = 0,2; \quad \Phi_1 = 0,08; \quad \Phi_2 = -0,05 \text{ (по рис. 61)}^1.$$

¹ Значения Φ_1 берутся из верхних двух диаграмм рис. 61, из которых на левой значения функции Φ_1 даны для $\frac{x}{S} = 0,5; 0,6 \text{ и } 0,8$, а на правой —

или $\frac{x}{S} = 0,2; 0,4 \text{ и } 0,5$.

3) $t = 100 + (300 - 100) 0,2 + (800 - 100) 0,08 - (800 - 300) \cdot (-0,05) = 221^\circ$ [см. (VIII-6)].

4) Для $\frac{x}{S} = 0,4$; ($\Phi_1 = 0,10$; $\Phi_2 = -0,10$); $t = 300^\circ$;

для $\frac{x}{S} = 0,6$; ($\Phi_1 = 0,11$; $\Phi_2 = -0,11$); $t = 352^\circ$;

для $\frac{x}{S} = 0,8$; ($\Phi_1 = 0,08$; $\Phi_2 = -0,06$); $t = 346^\circ$.

Результаты расчетов приведены на рис. 62.

б) В начальный момент имеется параболическое распределение температур по сечению (см. рис. 60, б), т. е.

$$t|_{\tau=0} = t'_n + (t''_n - t'_n) \frac{x^2}{S^2}; \quad (\text{VIII-7})$$

$$t = t'_n + (t''_n - t'_n) \frac{x}{S} + (t'_n - t''_n) \Phi_1 \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{a\tau}{S^2}, \frac{x}{S} \right) -$$

$$- (t'_n - t''_n) \Phi_2 \left(\frac{a\tau}{S^2}, \frac{x}{S} \right), \quad (\text{VIII-8})$$

Рис. 62. Распределение температур в пластинке (к примеру 1, стр. 147)

которое может быть также представлено в виде

$$\frac{t - t'_n}{t''_n - t'_n} = \Phi \left(\frac{a\tau}{S^2}, \frac{x}{S} \right), \quad (\text{VIII-9})$$

$$\text{где } \Phi = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4}{\varepsilon_l^3} \left[(-1)^l - 1 \right] \sin \varepsilon_l \frac{x}{S} e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a\tau}{S^2}}.$$

Значения функций Φ приведены на рис. 63.

Пример 2. Стальная плита толщиной 300 мм с теплопроводностью 0,015 нагрета до 500° на одной стороне и до 200° на другой при параболическом распределении температур. Найти распределение температур по сечению плиты через 1 час, если температуры на границах плиты остаются постоянными.

Решение. Имеем

$$S = 0,3 \text{ м}; \quad t'_n = 200^\circ; \quad t''_n = 500^\circ; \quad a = 0,015 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \tau = 1 \text{ час}.$$

Определяем

$$1) \quad \frac{a\tau}{S^2} = 0,167;$$

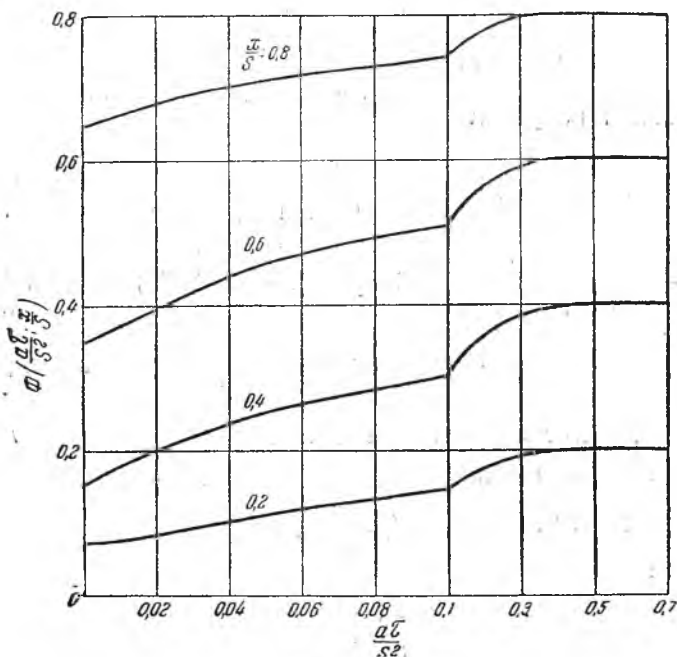


Рис. 63. Функция $\Phi \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right)$ при параболическом распределении температур в начальный момент

$$2) \quad \frac{x}{S} = 0,2; \quad 0,4; \quad 0,6; \quad 0,8;$$

$$\Phi : 0,165; \quad 0,34; \quad 0,55; \quad 0,77 \text{ (по рис. 63);}$$

$$t = 250^\circ; \quad 302^\circ; \quad 365^\circ; \quad 430^\circ; \text{ [см. (VIII—9)].}$$

3. Линейное изменение температуры на поверхностях пластины

Задача эта формулируется следующим образом.

Пластина толщиной S с начальной температурой 0° нагревается несимметрично со скоростью C' на одной стороне и C'' — на другой стороне.

В этом случае поверхностные и начальные условия:

$$t|_{x=0} = C' \tau; \quad t|_{x=S} = C'' \tau$$

и

$$t|_{\tau=0} = 0,$$

где C' и C'' — постоянные.

В результате подстановок в общее решение (VIII—3) и преобразований получаем

$$t = C' \tau + (C'' - C') \tau \frac{x}{S} - \frac{C' S^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{\varepsilon_l^3} \sin \varepsilon_l \frac{x}{S} (1 - e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a \tau}{S^2}}) + \\ + \frac{C'' S^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^l}{\varepsilon_l^3} \sin \varepsilon_l \frac{x}{S} (1 - e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a \tau}{S^2}}). \quad (\text{VIII—10})$$

При достаточно большом значении $\frac{a \tau}{S^2}$ члены, содержащие $e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a \tau}{S^2}}$, будут стремиться к нулю.

Тогда будем иметь

$$t = C' \tau + (C'' - C') \tau \frac{x}{S} + u(x); \quad (\text{VIII—11})$$

при этом

$$u(0) = 0;$$

$$u(S) = 0;$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = C' + (C'' - C') \frac{x}{S}; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2};$$

откуда дифференциальное уравнение теплопроводности:

$$C' + (C'' - C') \frac{x}{S} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (\text{VIII—12})$$

Решая последнее уравнение, получаем

$$u = \frac{C' x^2}{2a} + \frac{C'' - C'}{6aS} x^3 + K_1 x + K_2,$$

где K_1 и K_2 — постоянные.

Из поверхностных условий вытекает:

$$K_2 = 0;$$

$$\frac{C' S^2}{2a} + \frac{C'' - C'}{6a} S^2 + K_1 S = 0,$$

откуда

$$K_1 = -\frac{C' S}{2a} - \frac{C'' - C'}{6a} S.$$

Тогда

$$u = \frac{C' x^2}{2a} + \frac{C'' - C'}{6aS} x^3 - \frac{C' xS}{2a} - \frac{C'' - C'}{6a} xS. \quad (\text{VIII-13})$$

На основании всех этих преобразований решение (VIII-10) принимает следующий вид:

$$t = C' \tau + (C'' - C') \tau \frac{x}{S} + \frac{C' x^2}{2a} + \frac{C'' - C'}{6aS} x^3 - \frac{2C' + C''}{6a} xS + \\ + \frac{C' S^2}{a} \Phi_1 \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) - \frac{C'' S^2}{a} \Phi_2 \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right), \quad (\text{VIII-14})$$

где

$$\Phi_1 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{\varepsilon_l^3} \sin \varepsilon_l \frac{x}{S} e^{-\frac{2}{\varepsilon_l^2} \frac{a\tau}{S^2}}; \\ \Phi_2 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^l}{\varepsilon_l^3} \sin \varepsilon_l \frac{x}{S} e^{-\frac{2}{\varepsilon_l^2} \frac{a\tau}{S^2}}.$$

Значения функций Φ_1 и Φ_2 в зависимости от критериев $\frac{a\tau}{S^2}$ и $\frac{x}{S}$ представлены на рис. 64.

Пример 3. Стальная пластина толщиной 200 мм нагревается со скоростью 800°/час на одной стороне и 500°/час на другой. Определить изменение температуры в середине пластины за период в 1 час, если теплопроводность стали равна 0,03 м²/час. Начальная температура пластины 0°.

Решение. Имеем

$$S = 0,2 \text{ м}; \quad C' = 800^\circ/\text{час}; \quad C'' = 500^\circ/\text{час}; \quad a = 0,03 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \frac{x}{S} = 0,5.$$

Задавшись промежутками времени $\tau = 0,1$ часа; 0,2 часа и т. д., результаты расчетов располагаем в табл. 4 и на рис. 65.

Из рис. 64 можно видеть, что при $\frac{a\tau}{S^2} \geq 0,25$ или при $\frac{a\tau}{S^2} < 0,25$ функции Φ_1 и Φ_2 принимают столь малые значения, что они могут быть отброшены, что и сделано в примере 3.

В этом случае для $x = \frac{S}{2}$, т. е. для середины пластины

$$t_c = \frac{C' + C''}{2} \tau - \frac{C' + C''}{2} \cdot \frac{S^2}{8a}. \quad (\text{VIII—15})$$

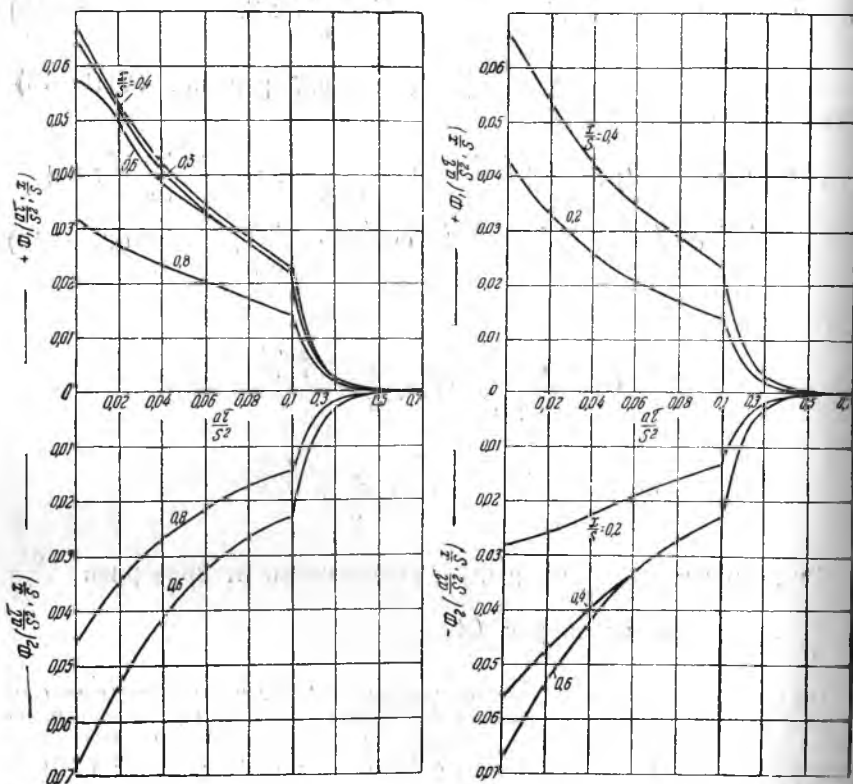


Рис. 64. Функции Φ_1 и Φ_2 при линейном изменении температуры на поверхностях пластины

Так как S — полная толщина пластины, то, сравнивая формулу (VIII—15) с аналогичной формулой для симметричного нагрева¹, можно видеть, что они вполне идентичны и отличаются только тем, что при несимметричном нагреве температура середины пластины зависит от полусуммы скоростей нагрева C' и C'' .

¹ Имеется в виду формула (III-16), в которой для сравнения необходимо принять $t^0 = 0$ и половину полной толщины.

Таблица 4

Результаты расчетов
(к примеру 3)

τ час	$t'_{\text{п}} = C' \tau$ °C	$t''_{\text{п}} = C'' \tau$ °C	$\frac{a\tau}{S^2}$	$\Phi_1\left(\frac{a\tau}{S^2}; 0,5\right)$	$\Phi_2\left(\frac{a\tau}{S^2}; 0,5\right)$	t_c °C	$\Delta t' = t'_{\text{п}} - t_c$ °C	$\Delta t'' = t''_{\text{п}} - t_c$ °C
0,1	80	50	0,075	0,029	-0,028	0	80	50
0,2	160	100	0,15	0,012	-0,013	41	119	59
0,3	240	150	0,225	0,005	-0,005	95	145	55
0,4	320	200	0,30	0	0	152	168	48
0,5	400	250	0,375	0	0	217	173	33
0,6	480	300	0,45	0	0	282	198	18
0,7	560	350	0,525	0	0	347	218	23
0,8	640	400	0,60	0	0	412	228	-12
0,9	720	450	0,675	0	0	477	243	-27
1,0	800	500	0,75	0	0	542	258	-42

Следовательно, при несимметричном нагреве температура середины пластины изменяется по тому же закону, что и при симметричном нагреве, но со скоростью, равной полусумме скоростей C' и C'' .

Разности температур поверхностей и середины

$$\Delta t' = C' \tau - t_c = \frac{C' - C''}{2} \tau + \frac{C' + C''}{2} \cdot \frac{S^2}{8a}; \quad (\text{VIII}-16)$$

$$\Delta t'' = C'' \tau - t_c = -\frac{C' - C''}{2} \tau + \frac{C' + C''}{2} \cdot \frac{S^2}{8a}.$$

Если принять, что $C' > C''$, то $\Delta t'$ будет иметь положительное значение и будет возрастать с увеличением времени τ , а $\Delta t''$ — сперва положительна, а затем, пройдя через нуль, она становится отрицательной (см. рис. 65). При $\tau = \frac{C' + C''}{C' - C''} \cdot \frac{S^2}{8a}$ $\Delta t''$ обращается в нуль.

По данным примера 3 были сделаны также вычисления температур по толщине пластины, т. е. при разных значениях $\frac{x}{S}$ и через различные промежутки времени.

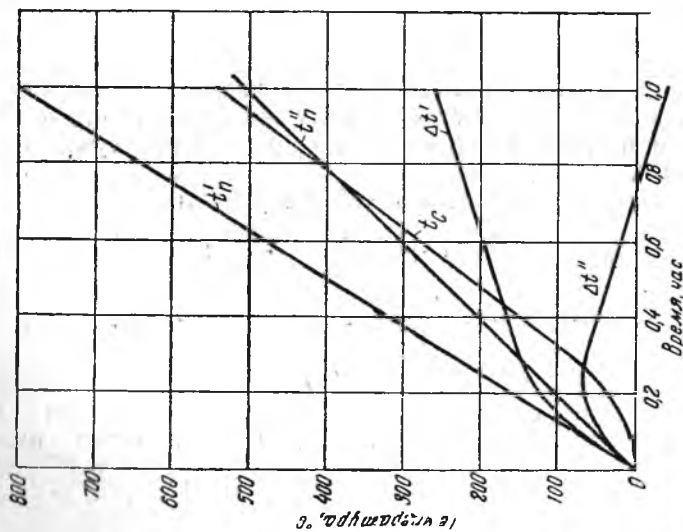


Рис. 65. Распределение температур в пластине при несимметричном нагреве (к при-
меру 3 стр. 151): t_n и t_n'' — температуры по-
верхности; t_c — температура середины; $\Delta t' =$
 $= t_n' - t_c$; $\Delta t'' = t_n'' - t_c$

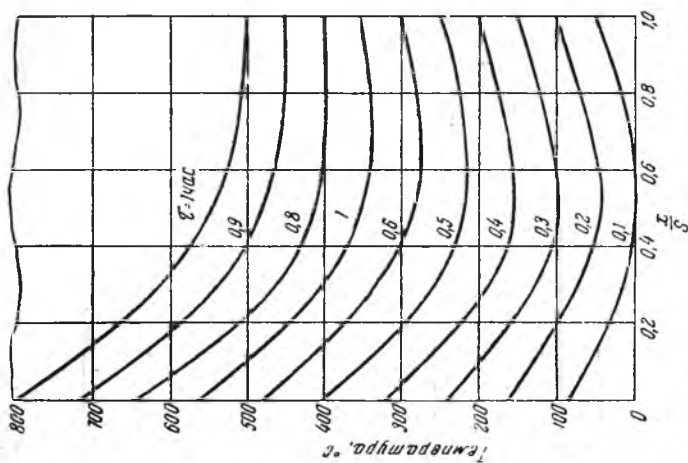


Рис. 66. Распределение температур по
толщине пластины в различные периоды

Результаты вычислений, приведенные на рис. 66, показывают, что минимальная температура сперва совпадает с серединой пластины, а затем перемещается от середины к той грани, которая нагревается с меньшей скоростью.

Выражение (VIII—10) было использовано также для решения другой задачи, когда заданы температуры печи и необходимо определить скорости нагрева.

На основе формулы (II—19) решение было получено в виде системы двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\left. \begin{aligned} t'_r &= C' \tau + \frac{1}{h' S} (C' - C'') \tau + \frac{S}{6 ah'} (2 C' + C'') - \\ &\quad - \frac{C' S}{ah'} F_1 \left(\frac{a \tau}{S^2} \right) + \frac{C'' S}{ah''} F_2 \left(\frac{a \tau}{S^2} \right); \\ t''_r &= C'' \tau - \frac{1}{h'' S} (C' - C'') \tau + \frac{S}{6 ah''} (C' + 2 C'') + \\ &\quad + \frac{C' S}{ah'} F_1 \left(\frac{a \tau}{S^2} \right) - \frac{C'' S}{ah''} F_2 \left(\frac{a \tau}{S^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII—17})$$

где t'_r — температура печи со стороны поверхности пластины, где скорость нагрева равна C' °/час;

t''_r — температура печи со стороны противоположной поверхности, где скорость равна C'' °/час;

$h' = \frac{a'}{\lambda}$ и $h'' = \frac{a''}{\lambda}$ — соответствующие относительные коэффициенты теплоотдачи;

$$F_1 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2 (-1)^l}{\varepsilon_l^2} e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a \tau}{S^2}}; \quad F_2 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{\varepsilon_l^2} e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a \tau}{S^2}}.$$

Значения функций F_1 и F_2 представлены графически на рис. 67. При $\tau \geq 0,25 \frac{S^2}{a}$ эти функции могут быть отброшены.

Пример 4. Пластина толщиной 200 мм нагревается в течение 0,5 часа. Определить скорости нагрева C' и C'' , если температура печи в конце данного промежутка времени равна 1000° по одну сторону пластины и 500° по другую.

Решение. Имеем

$$S = 0,2 \text{ м}; \quad t'_r = 1000^\circ; \quad t''_r = 500^\circ; \quad \tau = 0,5 \text{ часа}.$$

Принимаем

$$\lambda = 30 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{С}; \quad a = 0,03 \text{ м}^2/\text{час}; \quad a' = 110 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{С};$$

$$a'' = 28 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{С}, \text{ откуда } h' = 3,66 \text{ м}^{-1}; \quad h'' = 0,93 \text{ м}^{-1}.$$

Так как $0,25 \frac{S^2}{a} = 0,25 \frac{0,2^2}{0,03} = 0,33$, т. е. заданный промежуток времени $\tau > 0,33$, то в формулах (VIII—17) функции F_1 и F_2 отбрасываем. После подстановки указанных значений в формулы (VIII—17) получаем

$$1000 = C' \cdot 0,5 + \frac{1}{3,66 \cdot 0,2} (C' - C'') 0,5 + \frac{0,2}{6 \cdot 0,03 \cdot 3,66} \cdot (2C' + C'');$$

$$500 = C'' \cdot 0,5 - \frac{1}{0,93 \cdot 0,2} (C' - C'') 0,5 + \frac{0,2}{6 \cdot 0,03 \cdot 0,93} \cdot (C' + 2C'').$$

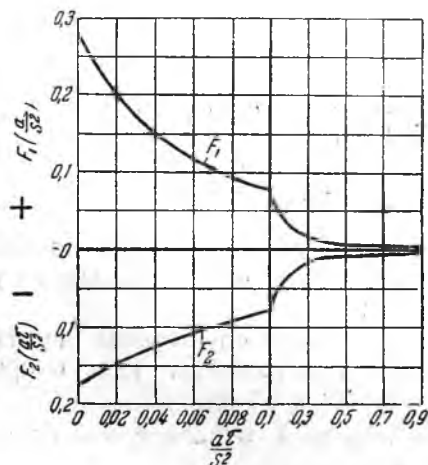


Рис. 67. Функции F_1 и F_2 для температуры печи и теплового потока при несимметричном нагреве пластины

Решение этой системы дает

$$C' = 1100^\circ/\text{час}; \quad C'' = 255^\circ/\text{час}.$$

Температуры на поверхности тела:

$$t'_\Pi = 1100 \cdot 0,5 = 550^\circ; \quad t''_\Pi = 255 \cdot 0,5 = 128^\circ.$$

Если известны скорости нагрева C' и C'' , то температуры печи могут быть определены из следующих выражений:

$$\left. \begin{aligned} t'_\Gamma &= 100 \sqrt[4]{\frac{q'}{c_B} + \left(\frac{T'_\Pi}{100}\right)^4} - 273, \\ t''_\Gamma &= 100 \sqrt[4]{\frac{q''}{c_B} + \left(\frac{T''_\Pi}{100}\right)^4} - 273, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII—18})$$

причем для определения тепловых потоков служат выражения¹:

$$\left. \begin{aligned} q' &= \frac{\lambda}{S} (C' - C'') \tau + 0,168 c_p \tau S (2C' + C''); \\ q'' &= \frac{\lambda}{S} (C'' - C') \tau + 0,168 c_p \tau S (C' + 2C''). \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII—19})$$

Пример 5. Какова должна быть температура печи в конце промежуток времени τ , в течение которого нагрев пластины совершается от 0° со скоростью, равной $800^\circ/\text{час}$ на одной стороне и $500^\circ/\text{час}$ на другой.

Решение. Имеем

$$S = 0,2 \text{ м}; \quad C' = 800^\circ/\text{час}; \quad C'' = 500^\circ/\text{час}; \quad t^0 = 0.$$

Принимаем

$$\tau = 0,5 \text{ часа}; \quad a = 0,03 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \lambda = 30 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{С};$$

$$\sigma_B = 4 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{К}^4.$$

После подстановки в (VIII—19) и (VIII—18) получаем¹

$$\begin{aligned} q' &= \frac{30}{0,2} (800 - 500) \cdot 0,5 + 0,168 \frac{30 \cdot 0,2}{0,03} (2 \cdot 800 + 500) = \\ &= 93300 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q'' &= \frac{30}{0,2} (500 - 800) \cdot 0,5 + 0,168 \frac{30 \cdot 0,2}{0,03} (800 + 2 \cdot 500) = \\ &= 37900 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час}; \end{aligned}$$

$$t'_r = 100 \sqrt[4]{\frac{93300}{4} + \left(\frac{800 \cdot 0,5 + 273}{100} \right)^4} - 273 = 987^\circ;$$

$$t''_r = 100 \sqrt[4]{\frac{37900}{4} + \left(\frac{500 \cdot 0,5 + 273}{100} \right)^4} - 273 = 740^\circ.$$

Полагая в решениях (VIII—17) и (VIII—19) $C' = C''$, получим формулы для симметричного нагрева¹.

4. Расчет несимметричного нагрева на основе параболического распределения температур

Из решений уравнения теплопроводности, рассмотренных в главах III и IV, известно, что при постоянной скорости нагрева и постоянном тепловом потоке с наступлением так называемого

¹ В формулах (VIII-19) можно заменить $c_p \tau$ на $\frac{\lambda}{a}$.

² При сравнении формул (VIII-17) и (VIII-19) с формулами (III-31) и (III-38) следует помнить, что в данной главе толщина тела обозначена через S , а в главе III — через $2S$.

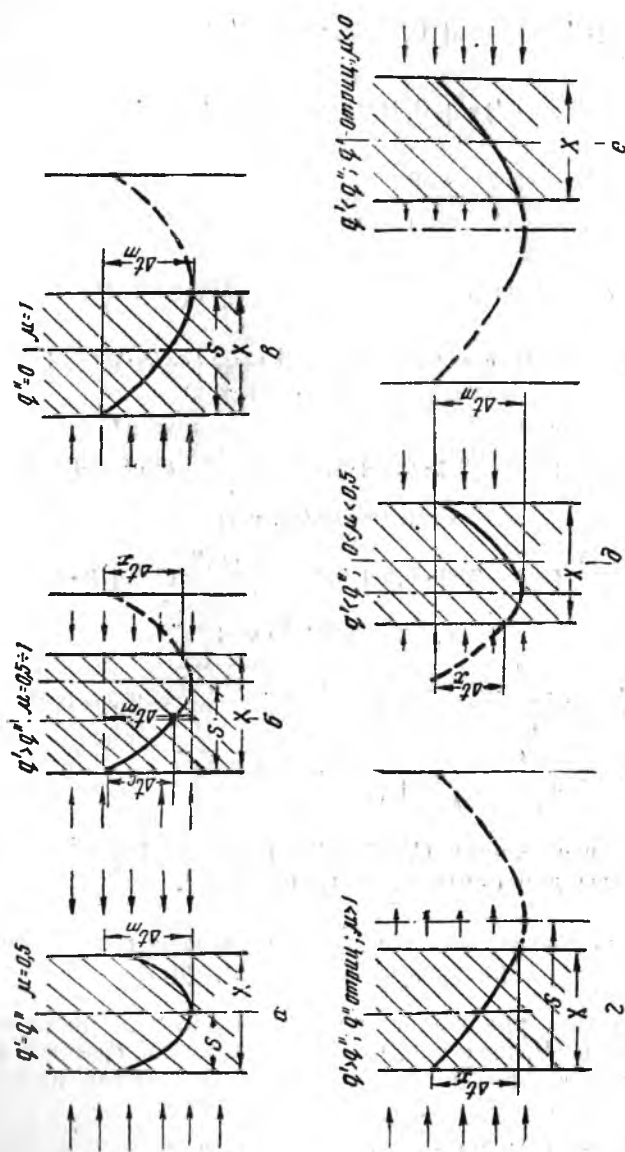


Рис. 68. Распределение температур по сечению пластины при различном соотношении тепловых потоков

регулярного режима распределение температур по сечению пластины подчиняется параболическому закону и определяется из выражений [см. (III—17a)].

$$t_x = t_{\text{ц}} + \Delta t_m \left(\frac{x^2}{S^2} - 1 \right) \quad (\text{VIII—20})$$

и

$$\Delta t_x = \Delta t_m \left(1 - \frac{x^2}{S^2} \right), \quad (\text{VIII—21})$$

где Δt_m — наибольшая разность температур по сечению;

$$\Delta t_x = t_{\text{ц}} - t_x.$$

При симметричном нагреве Δt_m есть разность температур поверхности и середины тела (рис. 68, а).

Очевидно, полное распределение температур по сечению пластины при симметричном нагреве может быть вычислено, если известны температуры в двух точках ($t_{\text{ц}}$ и t_c , или $t_{\text{ц}}$ и t_x) в данный момент времени, либо температуры в одной точке, но в разные моменты времени.

При несимметричном нагреве вершина параболы, изображающей распределение температур, будет смещена относительно середины; следовательно, минимальная температура будет сдвинута относительно геометрической середины (см. рис. 68, б).

Если X — полная действительная толщина пластины, то расчетная толщина

$$S = \mu X, \quad (\text{VIII—22})$$

где μ — коэффициент, характеризующий «степень асимметрии» нагрева (или коэффициент неравномерности нагрева).

При симметричном нагреве $\mu = 0,5$ (рис. 68, а), при одностороннем нагреве $\mu = 1,0$ (рис. 68, в). Наконец, если нагрев несимметричный, то $0,5 < \mu < 1$ (рис. 68, б).

Возможны также случаи нагрева, когда $\mu > 1$.

В этих случаях несимметричность достигает такой степени, что тепло через одну из поверхностей плиты теряется (рис. 68, г).

Умение вычислить коэффициент μ позволило бы свести задачу несимметричного нагрева тела с истинной толщиной X к решению более простой задачи симметричного нагрева тела, имеющего фиктивную толщину $2S = 2\mu X$ (рис. 69). В связи с этим способы вычисления μ представляют практический интерес.

Пользуясь теоретическими данными, выведем ряд соотношений, позволяющих определять коэффициент μ .

Согласно формуле (IV—7), относящейся к нагреву при постоянном тепловом потоке, можем написать (см. рис. 69):

$$q' = \frac{2 \Delta t_m \lambda}{S};$$

$$q'' = \frac{2 \Delta t'_m \lambda}{X - S}$$

Так как

$$\Delta t'_m = \Delta t_m - \Delta t_x = \Delta t_m - \Delta t_m \left[1 - \left(\frac{X-S}{S} \right)^2 \right]$$

или

$$\Delta t'_m = \Delta t_m \left(\frac{X-S}{S} \right)^2,$$

то

$$\begin{aligned} \frac{q'}{q' + q''} &= \frac{\frac{2 \Delta t_m \lambda}{S}}{\frac{2 \Delta t_m \lambda}{S} + \frac{2 \Delta t_m \left(\frac{X-S}{S} \right)^2 \lambda}{X-S}} = \\ &= \frac{S}{X} = \mu. \end{aligned} \quad (\text{VIII-23})$$

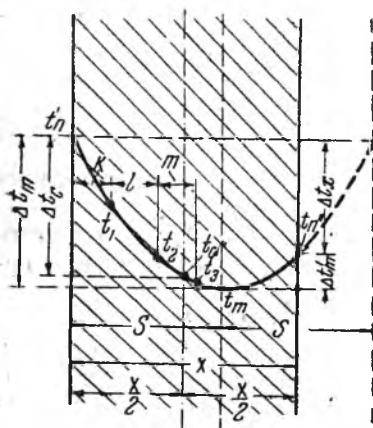


Рис. 69. Несимметричное распределение температур по сечению пластины

но так как

$$\Delta t_m = \frac{C' S^3}{2a} [\text{см. формулу (III-17) на стр. 57}],$$

то из выражения (VIII-24) находим

$$\Delta t_c = \frac{C' S^3}{2a} \cdot \frac{\mu - 0,25}{\mu^3},$$

Отсюда при симметричном нагреве, когда $\mu = 0,5$, $q' = q''$, при несимметричном $q' > q''$, при одностороннем нагреве $q'' = 0$ и т. д. (см. рис. 68).

Далее, согласно выражениям (VIII-20) и (VIII-21) определяем разность температур поверхности и середины тела (рис. 69).

$$\Delta t_c = \Delta t_m \left[1 - \left(\frac{S - \frac{X}{2}}{S} \right)^2 \right]$$

или (после подстановки μX вместо S)

$$\Delta t_c = \Delta t_m \frac{\mu - 0,25}{\mu^3}, \quad (\text{VIII-24})$$

откуда

$$\mu = \frac{2a\Delta t_c}{C'X^2} + 0,25. \quad (\text{VIII}-25)$$

С помощью формулы (VIII—25) можно вычислить коэффициент μ , для чего необходимо знать температуры на поверхности t'_n и в середине пластины t_c в интересующий нас момент времени и скорость нагрева C' .

Разность температур поверхностей

$$\Delta t_x = \Delta t_m \left[1 - \left(\frac{X-S}{S} \right)^2 \right] = \Delta t_m \frac{2\mu - 1}{\mu^2}. \quad (\text{VIII}-26)$$

После подстановки Δt_m находим

$$\mu = \frac{a\Delta t_x}{C'X^2} + 0,5. \quad (\text{VIII}-27)$$

Формула (VIII—27) позволяет вычислить коэффициент μ по трем замерам температур: на одной и другой стороне пластины в данный момент времени и на одной из сторон в предыдущий¹.

Из формул (VIII—24) и (VIII—26) находим:

$$\frac{\Delta t_c}{\Delta t_x} = \frac{\mu - 0,25}{2\mu - 1},$$

откуда

$$\mu = \frac{\frac{\Delta t_c}{\Delta t_x} - 0,25}{2 \frac{\Delta t_c}{\Delta t_x} - 1}. \quad (\text{VIII}-28)$$

Формула (VIII—28) дает возможность определить коэффициент μ по трем температурам: верх, середина и низ пластины. На рис. 70 дана зависимость коэффициента неравномерности нагрева μ от отношения $\frac{\Delta t_c}{\Delta t_x}$.

Следует, однако, иметь в виду, что определение истинных температур на поверхности слитков сопряжено с большими экспериментальными трудностями. Гораздо проще измерить температуру в трех любых точках по сечению слитка.

Если температуры измерены в произвольных точках 1, 2 и 3 (см. рис. 69), то после подстановки температур t_1 , t_2 , t_3 в уравнение (VIII—3) получаются три уравнения с тремя неизвест-

¹ Два последовательных замера температур на одной стороне пластины позволяют найти скорость нагрева C' .

ными S , t_c и t'_Π , решение которых представляется в следующем виде:

$$S = \frac{1}{2} \frac{(m^2 + 2lm + k)t_1 - (l^2 + m^2 + 2lm + 2lk + 2mk)t_2 + mt_1 - (l + m)t_2 + lt_3 + (l + 2lk)t_3}{mt_1 - (l + m)t_2 + lt_3}; \quad (\text{VIII}-29)$$

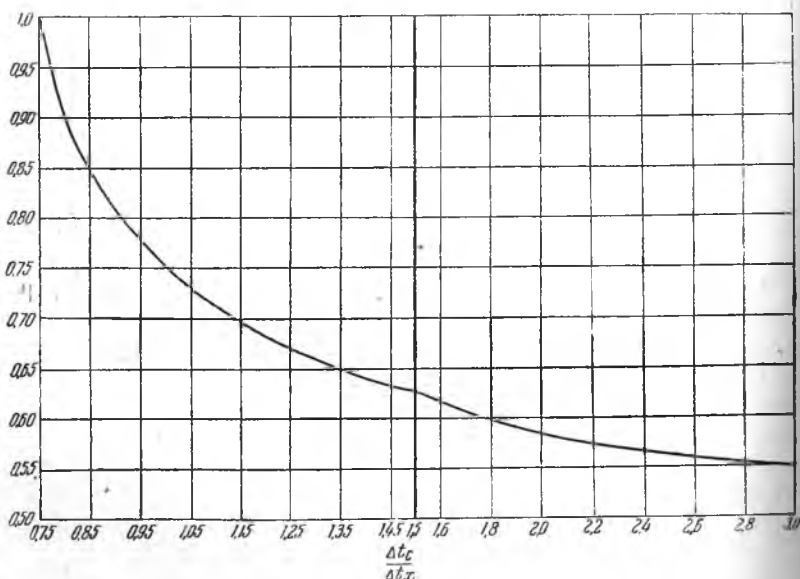


Рис. 70. Зависимость коэффициента неравномерности нагрева μ от отношения

$$\frac{\Delta t_c}{\Delta t_x}.$$

$$t_c = \frac{(S - k)^2 t_2 - (S - l - k) t_1}{2lS - 2lk - l^2} \quad (\text{VIII}-30)$$

$$t'_\Pi = \frac{S^2 t_1 + (k^2 - 2kS) t_c}{(S - k)^2}, \quad (\text{VIII}-31)^1$$

где l , m и k — расстояния между замеренными точками (см. рис. 69).

Приведенные формулы дают возможность вычислить коэффициент μ для действующих печей путем замеров температур

¹ Формулы (VIII — 29) — (VIII — 31) были выведены сотрудником кафедры металлургических печей Днепропетровского металлургического института Н. А. Захариковым.

в двух или трех точках и определить таким образом способ нагрева слитков в тех или иных печах.

Следует иметь в виду, что методические и камерные печи металлургических и машиностроительных заводов имеют разнообразные конструкции пода: монолитный, с нижним подогревом и т. п. Во всех этих случаях можно довольно простыми методами проверить влияние конструкции пода и других факторов на равномерность нагрева, т. е. определить степень несимметричности нагрева, выразив ее через коэффициент μ .

5. Несимметричный нагрев цилиндра

Несимметричный относительно оси нагрев цилиндра имеет большое распространение в заводской практике, чаще всего встречаясь в трубопрокатном производстве. Слитки или заготовки круглого сечения перед прошивкой их в трубопрокатных станах нагреваются в методических печах, где они располагаются на подине, образуя непрерывный ряд. Вследствие неравномерности теплового потока со стороны верхней и нижней половины слитков распределение температур по сечению цилиндра получается несимметричным относительно оси; при этом после каждого кантования происходит изменение температурного поля.

Задачи такого рода с аналитической точки зрения весьма сложны. Поэтому, не приводя этих решений, мы будем пользоваться приближенными методами (по аналогии с ранее рассмотренными методами для пластины), вытекающими из решений дифференциального уравнения теплопроводности вида

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} \right) \quad (\text{VIII—32})$$

при поверхностных условиях первого рода. Они основаны на некоторых допущениях и не претендуют на строгую математическую точность. Тем не менее, принимая во внимание, что эти расчетные методы подтверждаются экспериментальными данными¹, применение их для решения практических вопросов нагрева вполне допустимо.

Если при начальной температуре, равной нулю, одна сторона цилиндра нагревается со скоростью C' , а другая сторона — со скоростью C'' , то температура оси цилиндра

$$t_c = \frac{C' + C''}{2} \tau - \frac{C' + C''}{2} \cdot \frac{R^2}{4a}, \quad (\text{VIII—33})$$

¹ Многочисленные эксперименты по нагреву цилиндров были выполнены лабораторией нагрева НИТИ (см. стр. 127).

т. е. при несимметричном нагреве изменение температуры по оси цилиндра происходит таким же образом, как и при симметричном нагреве¹ со скоростью, равной полусумме заданных скоростей C' и C'' .

Разность температур поверхности и оси цилиндра

$$\Delta t' = t'_n - t_c = \frac{C' - C''}{2} \tau + \frac{C' + C''}{2} \cdot \frac{R^2}{4a}; \quad (\text{VIII—34})$$

$$\Delta t'' = t''_n - t_c = \frac{C'' - C'}{2} \tau + \frac{C' + C''}{2} \cdot \frac{R^2}{4a}. \quad (\text{VIII—35})$$

Если в результате предыдущих нагревов на одной стороне цилиндра температура равна t'_0 , на другой t''_0 , и нагрев каждой из сторон совершается со скоростями C'_m и C''_m , то через время τ_m будем иметь температуры на поверхностях

$$\left. \begin{aligned} t'_n &= t'_0 + C'_m \tau_m; \\ t''_n &= t''_0 + C''_m \tau_m; \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII—36})$$

температуру оси

$$t_c = \frac{t'_n + t''_n}{2} - \frac{C'_m + C''_m}{2} \cdot \frac{R^2}{4a}. \quad (\text{VIII—37})$$

Разность температур поверхности и оси цилиндра:

$$\Delta t' = t'_n - t_c = \frac{t'_n - t''_n}{2} + \frac{C'_m + C''_m}{2} \cdot \frac{R^2}{4a}; \quad (\text{VIII—38})$$

$$\Delta t'' = t''_n - t_c = \frac{t''_n - t'_n}{2} + \frac{C'_m + C''_m}{2} \cdot \frac{R^2}{4a}. \quad (\text{VIII—39})$$

Полная разность температур [из формул (VIII—36)]

$$\Delta t = t'_n - t''_n = \Delta t^0 + (C'_m - C''_m) \tau_m, \quad (\text{VIII—40})$$

где

$$\Delta t_0 = t'_0 - t''_0$$

Все эти формулы справедливы, если промежуток времени $\tau_m \geq 0,5 \frac{R_2}{a}$.

Сравнивая выведенные решения для несимметричного нагрева цилиндра и помещенные в начале этой главы формулы для пластины, можно видеть, что решения эти имеют идентичный вид.

¹ См. формулу (III—16), в которой надо принять $t_0 = 0$.

Пример 6. Слиток диаметром 330 мм, имея на одной стороне 390° , на другой 485° , нагревается со скоростью 625° в час на одной стороне и 255° в час на другой. Определить температуры на обеих сторонах и по оси цилиндра, через 0,6 часа.

Дополнительные данные:

$$\lambda = 42 \text{ кал/} \cdot \text{м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{С}; a = 0,048 \text{ м}^2/\text{час};$$

$$R = 0,165 \text{ м}, t'_0 = 390^\circ, t''_0 = 485^\circ, \Delta t_0 = 95^\circ,$$

$$C'_m = 625^\circ/\text{час}; C''_m = 255^\circ/\text{час}; \tau_m = 0,6 \text{ ч.}$$

Решение.

$$1) \quad 0,5 \frac{R^2}{a} = 0,5 \cdot \frac{0,165^2}{0,048} = 0,284 \text{ часа, т. е.}$$

$$\tau_m > 0,5 \frac{R^2}{a}$$

и приведенные выше формулы применимы.

$$2) \quad t'_m = 390 + 625 \cdot 0,6 = 765^\circ.$$

$$t''_m = 485 + 255 \cdot 0,6 = 640^\circ \text{ [см. (VIII-36)]}$$

$$3) \quad t_{00} = \frac{765 + 640}{2} - \frac{625 + 255}{2} \cdot \frac{0,165^2}{4 \cdot 0,048} = 640^\circ \text{ [см. (VIII-37)]}.$$

$$4) \quad \Delta t' = 765 - 640 = 125^\circ; \quad \Delta t'' = 640 - 640 = 0 \quad \text{[см. (VIII-38)]}$$

Принимая параболическое распределение температур по сечению цилиндра, мы по аналогии с пластиной получаем следующие соотношения для коэффициента μ :

$$\mu = \frac{q'}{q' + q''}; \quad \text{(VIII-41)}$$

$$\mu = \frac{a \Delta t_x}{2 C' R^2} + 0,5; \quad \text{(VIII-42)}$$

$$\mu = \frac{a \Delta t_c}{C' R^2} + 0,25; \quad \text{(VIII-43)}$$

$$\mu = \frac{\frac{\Delta t_c}{\Delta t_x} - 0,25}{2 \frac{\Delta t_c}{\Delta t_x} - 1}. \quad \text{(VIII-44)}$$

О значении этих формул и о возможности их применения для проверки степени неравномерности нагрева было сказано выше (стр. 163).

6. Несимметричный нагрев для двух- и трехмерного температурного поля

В практических условиях возможны случаи несимметричного нагрева тел, имеющих форму призмы, параллелепипеда и цилиндра конечной длины.

Рассмотрим наиболее сложный случай несимметричного нагрева в трехмерном температурном поле, а именно, нагрев пря-

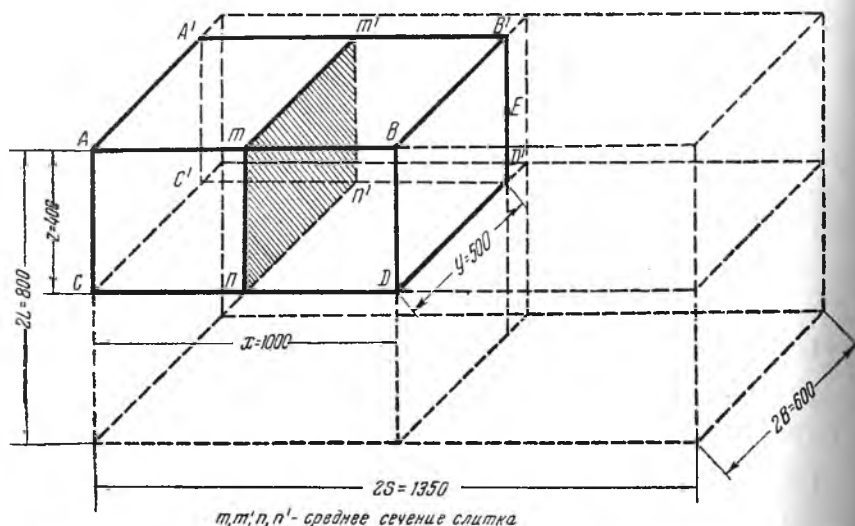


Рис. 71. Несимметричный нагрев прямоугольного параллелепипеда

моугольного параллелепипеда, размеры которого: $X \times Y \times Z$ (см. рис. 71).

Эта задача решается путем предварительного определения расчетных размеров параллелепипеда $S \times B \times L$ для всех трех координатных осей, для чего должны быть вычислены коэффициенты неравномерности нагрева μ_1, μ_2, μ_3 .

Следовательно,

$$S = \mu_1 X; \quad B = \mu_2 Y; \quad L = \mu_3 Z.$$

Коэффициенты μ_1, μ_2, μ_3 могут быть определены по соотношениям тепловых потоков (см. VIII—23).

Таким образом, заданный параллелепипед размерами $X \times Y \times Z$, нагреваемый несимметрично, заменяется другим параллелепипедом ($2S \times 2B \times 2L$), нагрев которого совершается симметрично (рис. 71). Все последующие расчеты производятся

по приведенным выше методам для симметричного нагрева; при этом найденное распределение температур будет относиться к параллелепипеду $X \times Y \times Z$.

Пример 7. Стальной слиток размерами $1000 \times 500 \times 400$ мм, имея в начальный момент среднюю температуру 100° , посажен в печь при 900° и нагревается следующим образом (рис. 71): боковая грань $CC'D'D$ прилегает к поду и тепла не получает; соотношение тепловых потоков на гранях $AA'C'C$ и $BB'D'D$ равно 2, а на гранях $ABDC$ и $A'B'D'C'$ это соотношение равно 1,5. Определить температуру в точке E , расположенной на середине ребра $B'D'$ через 2 часа после посадки, если известны следующие данные:

$$\lambda = 30 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad a = 0,035 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \tau = 2 \text{ часа}; \\ \alpha = 150 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$$

Решение.

$$X = 1 \text{ м}; \quad Y = 0,5 \text{ м}; \quad Z = 0,4 \text{ м}.$$

Согласно условиям о соотношении тепловых потоков:

$$\mu_1 = \frac{2}{2+1} = 0,67; \quad \mu_2 = \frac{1,5}{1,5+1} = 0,60; \quad \mu_3 = 1,0.$$

Следовательно,

$$S = 0,67 \cdot 1,0 = 0,67 \text{ м}; \quad B = 0,6 \cdot 0,5 = 0,30 \text{ м}; \quad L = 1,0 \cdot 0,40 = 0,40 \text{ м}.$$

Таким образом, заданный слиток заменяется другим, нагреваемым симметрично и обладающим размерами $2S \times 2B \times 2L = 1,35 \times 0,60 \times 0,80$. Точка E , для которой определяется температура, имеет следующие относительные координаты:

$$\frac{x}{S} = \frac{1-0,67}{0,67} = 0,49; \quad \frac{y}{B} = \frac{0,5-0,3}{0,3} = 0,67$$

$$\frac{z}{L} = \frac{0,2}{0,4} = 0,5.$$

Определяем

$$\text{Критерий } \frac{a\tau}{S^2} = \frac{0,035 \cdot 2}{0,67^2} = 0,156;$$

$$\frac{a\tau}{B^2} = \frac{0,035 \cdot 2}{0,3^2} = 0,78;$$

$$\frac{a\tau}{L^2} = \frac{0,035 \cdot 2}{0,4^2} = 0,437.$$

$$\frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{150 \cdot 0,67}{30} = 3,35; \quad \frac{\alpha B}{\lambda} = \frac{150 \cdot 0,3}{30} = 1,5;$$

$$\frac{\alpha L}{\lambda} = \frac{150 \cdot 0,4}{30} = 2,0;$$

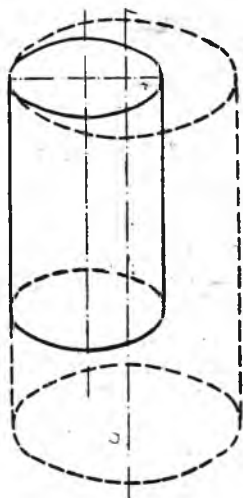


Рис. 72. Несимметричный нагрев цилиндра конечной длины

В соответствии с формулой (V—17), пользуясь рис. 30 и 32, находим значения функций:

$$\Phi_x(0,156; 3,35; 0,49) = 0,82 \text{ (по рис. 30)}$$

$$\Phi_y(0,78; 1,5; 0,67) = 0,42 \text{ (по рис. 32)}$$

$$\Phi_z(0,437; 2,0; 0,5) = 0,60 \text{ (по рис. 30)}.$$

Искомая температура:

$$t = 900 + (100 - 900) \cdot 0,82 \cdot 0,42 \cdot 0,60 = 735^\circ.$$

Случаи несимметричного нагрева цилиндра конечной длины также решаются методами изменения масштабов, т. е. путем замены нагреваемого цилиндра цилиндром другого радиуса и другой высоты.

Рис. 72 иллюстрирует такое изменение масштаба.

Глава IX

Нагрев неоднородных тел

При выводе дифференциального уравнения теплопроводности в главе I нами было принято допущение, что нагреваемое или охлаждаемое тело является однородным и изотропным, и это допущение имело силу во всех исследованных выше случаях.

В настоящей главе будут рассмотрены некоторые случаи нагрева неоднородных тел, состоящих из металлических элементов и промежутков между ними, заполненных газом или другим веществом.

1. Нагрев неоднородных тел сложной конфигурации

В практике встречаются случаи нагрева неоднородных тел сложной конфигурации, например ящика для цементации, в котором среди цементационного порошка заложены металлические изделия. Сюда же можно отнести разогрев или охлаждение бетонного перекрытия с замурованными железными балками и т. п.

Как в случае стационарного, так и нестационарного температурного поля задача решается путем предварительного определения эквивалентного коэффициента теплопроводности и теплопроводности. Для этого тело разбивается на элементы перпендикулярно и параллельно тепловому потоку.

Из литературы известно¹, что если тепловой поток направлен перпендикулярно слоям, из которых состоит сложная стенка (рис. 73), то полное тепловое сопротивление стенки равно сумме сопротивлений слоев, или

$$R_{\Sigma} = R_I + R_{II} + R_{III} + \dots + \frac{R_i}{R_i}. \quad (IX-1)$$

¹ Методы определения эквивалентного коэффициента теплопроводности излагаются в литературе (Михеев, Основы теплопередачи, 1947, стр. 37—38).

где

$$R_i = \frac{S_i}{\lambda_i} \frac{\text{м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C}}{\text{кал}}. \quad (\text{IX—1a})$$

S_i — толщина стенки.

Если же направление теплового потока параллельно слоям, то полная термическая проводимость¹ сложной стенки равна сумме проводимостей слоев или

$$\begin{aligned} \frac{F}{R_{\Sigma}} &= \frac{F_I}{R_I} + \frac{F_{II}}{R_{II}} + \frac{F_{III}}{R_{III}} + \dots = \\ &= \frac{F_1 \lambda_1}{S_1} + \frac{F_2 \lambda_2}{S_2} + \frac{F_3 \lambda_3}{S_3} + \dots \quad (\text{IX—2}) \end{aligned}$$

где F — площадь сечения, через которую направлен тепловой поток.

В связи с указанным приближенное определение эквивалентного коэффициента теплопроводности при заданных коэффициентах теплопроводности составных частей производится в следующем порядке:

- 1) тело разбивается на элементы параллельно тепловому потоку;
- 2) вычисляются тепловые сопротивления R каждого слоя;
- 3) определяется полное тепловое сопротивление тела;
- 4) определяется эквивалентный коэффициент теплопроводности.

Такие же вычисления производятся путем разбивки тела на элементы перпендикулярно слоям, после чего искомый эквивалентный коэффициент теплопроводности находится как среднее арифметическое из двух вычисленных $\lambda_{\text{экр.}}$. Теплоемкость и удельный вес тела определяются по принципу аддитивности.

¹ Количество тепла, проходящее благодаря теплопроводности через слой материала с поверхностью F при толщине слоя S и разности температур на обеих поверхностях Δt

$$Q = F \frac{\lambda}{S} \Delta t = \frac{F}{R} \Delta t.$$

Следовательно, термическая проводимость $\frac{F}{R} = \frac{Q}{\Delta t} \text{ кал/час} \cdot ^\circ\text{C}.$

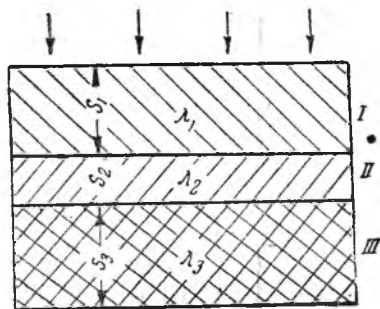


Рис. 73. Направление теплового потока перпендикулярно и параллельно слоям

Пример 1. Определить эквивалентный коэффициент теплопроводности печной заслонки, состоящей из чугунного каркаса, облицованного внутри шамотом, а снаружи изоляцией. Размеры конструкции показаны на рис. 74.

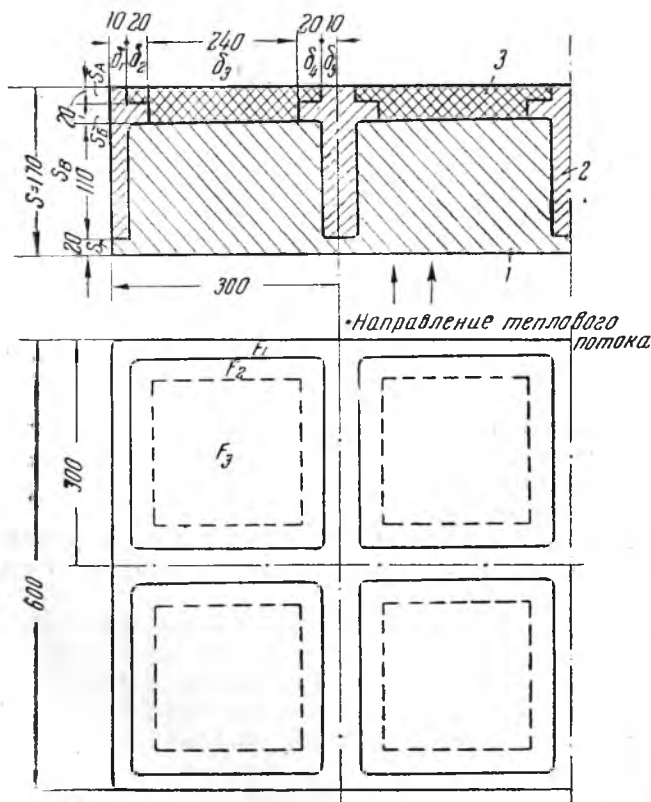


Рис. 74. К определению эквивалентного коэффициента теплопроводности в неоднородном теле; 1 — шамот; 2 — чугун; 3 — изоляция

Решение. 1) Разделим заслонку на элементы, параллельные теплому потоку. Расчет проведем для одного из повторяющихся элементов заслонки размерами $300 \times 300 \times 170$ мм.

$$S_{\Sigma} = 0,17 \text{ м}; \quad S_A = S_B = 0,02 \text{ м}, \quad S_B = 0,11 \text{ м};$$

$$\delta_1 = \delta_5 = 0,01 \text{ м}; \quad \delta_2 = \delta_4 = 0,02 \text{ м}, \quad \delta_3 = 0,24 \text{ м}.$$

Для чугуна ¹ $\lambda_{\text{ч}} = 40 \text{ ккал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$.

Для шамота $\lambda_{\text{ш}} = 0,8 \text{ ккал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$.

Для изоляции $\lambda_{\text{и}} = 0,2 \text{ ккал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$

$$F_3 = \delta_3^2 = 0,24^2 = 0,057 \text{ м}^2;$$

$$F_2 = (\delta_2 + \delta_3 + \delta_4)^2 - F_3 = 0,28^2 - 0,057 = 0,021 \text{ м}^2;$$

$$F_1 = (\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5)^2 - F_2 - F_3 = 0,09 - 0,57 - 0,021 = 0,012 \text{ м}^2;$$

$$F = F_1 + F_2 + F_3 = 0,012 + 0,021 + 0,057 = 0,09 \text{ м}^2.$$

2) Термические сопротивления каждого слоя:

$$R_1 = R_5 = \frac{S_A + S_B + S_R}{\lambda_{\text{ч}}} + \frac{S_{\Gamma}}{\lambda_{\text{ш}}} = \frac{0,15}{40} + \frac{0,02}{0,8} = 0,03 \text{ [(см. IX—1)]};$$

$$R_2 = R_4 = \frac{S_A}{\lambda_{\text{и}}} + \frac{S_B}{\lambda_{\text{ч}}} + \frac{S_B + S_{\Gamma}}{\lambda_{\text{ш}}} = \frac{0,02}{0,2} + \frac{0,02}{40} + \frac{0,13}{0,8} = 0,26;$$

$$R_3 = \frac{S_A + S_B}{\lambda_{\text{и}}} + \frac{S_B + S_{\Gamma}}{\lambda_{\text{ш}}} = \frac{0,04}{0,2} + \frac{0,13}{0,8} = 0,36.$$

3) Термическая проводимость элемента:

$$\begin{aligned} \frac{F}{R} &= \frac{F_1}{R_1} + \frac{F_2}{R_2} + \frac{F_3}{R_3} = \frac{0,012}{0,03} + \frac{0,021}{0,26} + \frac{0,057}{0,36} = \\ &= 0,40 + 0,081 + 0,16 = 0,641 \text{ [(см. IX—2)]}. \end{aligned}$$

$$4) \quad R = \frac{F}{0,641} = \frac{0,09}{0,641} = 0,14.$$

$$5) \lambda_{\text{эКВ}} = \frac{S}{R} = \frac{0,17}{0,14} = 1,22 \text{ ккал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}^2.$$

2. Нагрев пористых тел

Под пористыми телами мы будем иметь в виду неоднородные тела, состоящие из элементов различной формы с воздушными или газовыми прослойками между ними.

Для расчетов нагрева этих тел предварительно определяются эквивалентные коэффициенты теплопроводности и температуропроводности их, а затем применяются методы расчетов, излагаемые в теории нестационарного температурного поля применительно к однородным телам.

¹ Коэффициенты теплопроводности принимаются по справочным данным, имеющимся в учебниках по теплопередаче.

² Точность метода увеличивается, если разделить заслонку на слои, перпендикулярные тепловому потоку, найти этим способом эквивалентную теплопроводность $\lambda'_{\text{эКВ}}$, а затем взять среднее арифметическое от $\lambda_{\text{эКВ}}$ и $\lambda'_{\text{эКВ}}$.

Приступая к определению эквивалентного коэффициента теплопроводности пористых тел, необходимо иметь в виду три основных конструкции их: а) тела слоистого строения, в которых элементы твердого вещества и прослойки между ними имеют форму слоев, б) тела волокнистого строения, состоящие из элементов твердого вещества и промежутков удлиненной формы, и в) тела зернистого строения, в которых форма элементов твердого вещества и промежутков приближенно может считаться сферической или кубической.

Во всех трех случаях при определении эквивалентных коэффициентов теплопроводности в направлении, перпендикулярном слоям, применяется закон суммирования тепловых сопротивлений, а в направлении, параллельном слоям, суммируются термические проводимости.

Вопрос об определении эквивалентных коэффициентов теплопроводности пакетов листов и об их прогреве излагается в работе Г. П. Иванцова¹. Автор этой работы на основе известных законов теплопроводности выводит формулу для определения эквивалентного коэффициента теплопроводности пакета с учетом внутреннего излучения, выразив ее в безразмерных величинах. Если тело слоистого строения состоит из нескольких слоев твердого вещества толщиной $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ с коэффициентами теплопроводности соответственно $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ и из воздушных прослоек толщиной S_{Π} с коэффициентом теплопроводности λ_{Π} , то эквивалентный коэффициент теплопроводности этого тела в направлении, перпендикулярном слоям,

$$\lambda_{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i + S_{\Pi}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\frac{\lambda_{\Pi}}{S_{\Pi}} + \alpha}}, \quad (\text{IX—3})$$

где α — коэффициент теплоотдачи за счет внутреннего излучения в $\text{кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$.

Эквивалентный коэффициент теплопроводности в направлении, параллельном слоям,

$$\lambda'_{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i \lambda_i + S_{\Pi} \lambda_{\Pi}}{\sum_{i=1}^n \delta_i + S_{\Pi}}. \quad (\text{IX—4})$$

¹ Г. П. Иванцов, Труды Уральского индустриального института, 1945, с. 20.

Формулы (IX—3) и (IX—4) могут быть использованы для расчета прогрева металлических пакетов, имеющих прослойки (из воздуха, окалины и т. п.).

Коэффициент теплоотдачи α определяется исходя из закона Стефана-Больцмана с коэффициентом лучеиспускания $C = 4 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{K}^4$, т. е.

$$\alpha = 4 \cdot 10^{-8} (T_1^3 + T_1^2 T_2 + T_1 T_2^2 + T_2^3), \quad (\text{IX—5})$$

где T_1 и T_2 — температуры излучающих поверхностей в $^\circ\text{K}$.

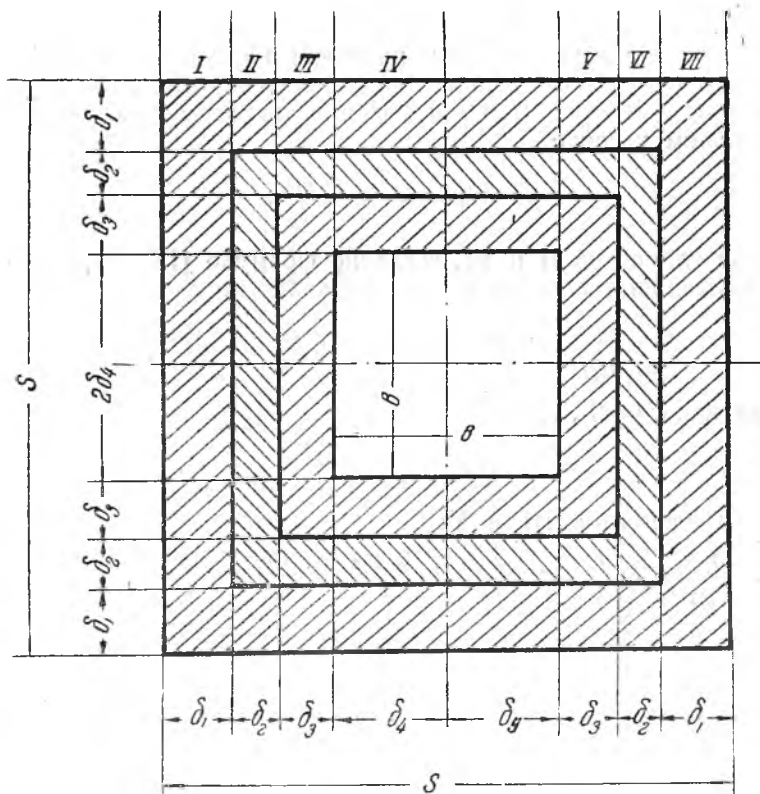


Рис. 75. Эквивалентное тело квадратного сечения

Для определения эквивалентного коэффициента теплопроводности тела волокнистого строения последнее заменим телом квадратного сечения, в котором твердое вещество отдельными слоями перемещено к периферии, а поры — к середине (рис. 75).

Если тело состоит из $A\%$ (объемных) вещества с коэффициентом теплопроводности λ_1 , $B\%$ вещества с теплопроводностью λ_2 и $C\%$ вещества с теплопроводностью λ_3 , то толщины условных слоев δ_1 , δ_2 , δ_3 каждого из трех веществ, а также сторона квадратного сечения b пор могут быть определены из следующей системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} 2\delta_1 S + 2\delta_1(S - 2\delta_1) &= 4\delta_1(S - \delta_1) = 0,01 S^2 A; \\ 4\delta_2(S - 2\delta_1 - \delta_3) &= 0,01 S^2 B; \\ 4\delta_3(S - 2\delta_1 - 2\delta_2 - \delta_3) &= 0,01 S^2 C; \\ b = 2\delta_1 &= S - 2\delta_1 - 2\delta_2 - 2\delta_3. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IX-6})$$

Поперечное сечение тела разобьем на элементы I, II, III и т. д. и будем рассматривать тепловые сопротивления каждого элемента. Для элементов I и VII при тепловом потоке, перпендикулярном к слою:

$$R_I = R_{VII} = \frac{\delta_1}{\lambda_1}.$$

Для элементов II и VI, согласно формуле (IX-2), для случая движения теплового потока параллельно слою:

$$\frac{F}{R_{II}} = \frac{F}{R_{VI}} = \frac{2\delta_1\lambda_1}{\delta_2} + \frac{(S - 2\delta_1)\lambda_2}{\delta_2},$$

и, так как $F = S^1$, то

$$R_{II} = R_{VI} = \frac{\delta_2 S}{2\delta_1\lambda_1 + (S - 2\delta_1)\lambda_2}.$$

Для элементов III и V:

$$\frac{F}{R_{III}} = \frac{F}{R_V} = \frac{2\delta_1\lambda_1}{\delta_3} + \frac{2\delta_2\lambda_2}{\delta_3} + \frac{(S - 2\delta_1 - 2\delta_2)\lambda_3}{\delta_3},$$

откуда

$$R_{III} = R_V = \frac{\delta_3 S}{2\delta_1\lambda_1 + 2\delta_2\lambda_2 + (S - 2\delta_1 - 2\delta_2)\lambda_3}.$$

Для элемента IV:

$$R_{IV} = \frac{2\delta_1 S}{2\delta_1\lambda_1 + 2\delta_2\lambda_2 + 2\delta_3\lambda_3 + (S - 2\delta_1 - 2\delta_2 - 2\delta_3)\lambda_4}.$$

Следовательно, полное тепловое сопротивление

$$R = 2R_I + 2R_{II} + 2R_{III} + R_{IV}$$

¹ Длина тела принимается равной единице.

и эквивалентный коэффициент теплопроводности

$$\lambda_a = \frac{S}{R} = \frac{1}{\frac{\delta_1}{(\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4) \lambda_1} + \frac{\delta_2}{\delta_1 \lambda_1 + (\delta_2 + \delta_3 + \delta_4) \lambda_2} + \frac{\delta_3}{\delta_1 \lambda_1 + \delta_2 \lambda_2 + (\delta_3 + \delta_4) \lambda_3} + \frac{\delta_4}{\delta_1 \lambda_1 + \delta_2 \lambda_2 + \delta_3 \lambda_3 + \delta_4 \lambda_4}} \quad (\text{IX-7})$$

Для определения эквивалентного коэффициента теплопроводности тела зернистого строения последнее заменяется телом кубической формы, в которой твердая часть перемещена к периферии ко всем шести граням куба, а пористая часть остается в середине.

Применяя те же обозначения и те же рассуждения, что и в предыдущем случае, для тела кубической формы, состоящего из двух веществ с теплопроводностями λ_1 и λ_2 , получаем:

$$\lambda_a = \frac{1}{\frac{2 S \delta_1}{(F_1 + F_2 + F_3) \lambda_1} + \frac{2 S \delta_2}{F_1 \lambda_1 + (F_2 + F_3) \lambda_2} + \frac{1}{\frac{2 S \delta_3}{F_1 \lambda_1 + F_2 \lambda_2 + F_3 \lambda_3}}} \quad (\text{IX-8})$$

где $F = S^2$;

$$F_1 = 2 S \delta_1 + 2 (S - \delta_1) \delta_1 = 4 S \delta_1 - 4 \delta_1^2;$$

$$F_2 = 2 (S - 2 \delta_1) \delta_2 - 2 (S - 2 \delta_1 - 2 \delta_2) = 4 S \delta_2 - 8 \delta_1 \delta_2 - 8 \delta_2^2;$$

$$F_3 = 4 \delta_3^2.$$

Толщины слоев для тела кубической формы, состоящего из A % одного вещества с коэффициентом теплопроводности λ_1 и B % другого вещества с коэффициентом λ_2 могут быть определены из следующей системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 2 \delta_1 S^2 + 2 \delta_1 S (S - 2 \delta_1) + 2 \delta_1 (S - 2 \delta_1)^2 &= 0,01 S^3 A \\ 2 \delta_2 (S - 2 \delta_1)^2 + 2 \delta_2 (S - 2 \delta_1) (S - 2 \delta_1 - 2 \delta_2) + \\ + 2 \delta_2^2 + (S - 2 \delta_1 - 2 \delta_2)^2 &= 0,01 S^3 B \\ b &= S - 2 \delta_1 - 2 \delta_2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IX-8a})$$

В случае прогрева металлических пакетов и течения тепла перпендикулярно слоям для определения эквивалентного коэффициента теплопроводности можно использовать формулу (IX-3):

$$\lambda_{\vartheta} = \frac{\delta + S}{\frac{\delta}{\lambda_{\text{м}}} + \frac{1}{\frac{\lambda_{\text{п}}}{S} + \alpha}},$$

где δ и S обозначают толщины металлического листа и прослойки, а $\lambda_{\text{м}}$ и $\lambda_{\text{п}}$ — их коэффициенты теплопроводности, или, обозначив пористость тела

$$\rho = \frac{S}{\delta + S} \quad \left(\text{и соответственно } 1 - \rho = \frac{\delta}{\delta + S} \right);$$

$$\frac{\lambda_{\text{п}} + \alpha S}{\lambda_{\text{м}}} = \Delta; \quad \frac{\lambda_{\vartheta}}{\lambda_{\text{м}}} = \psi \quad \left(\text{т. е. } \lambda_{\vartheta} = \psi \lambda_{\text{м}} \right),$$

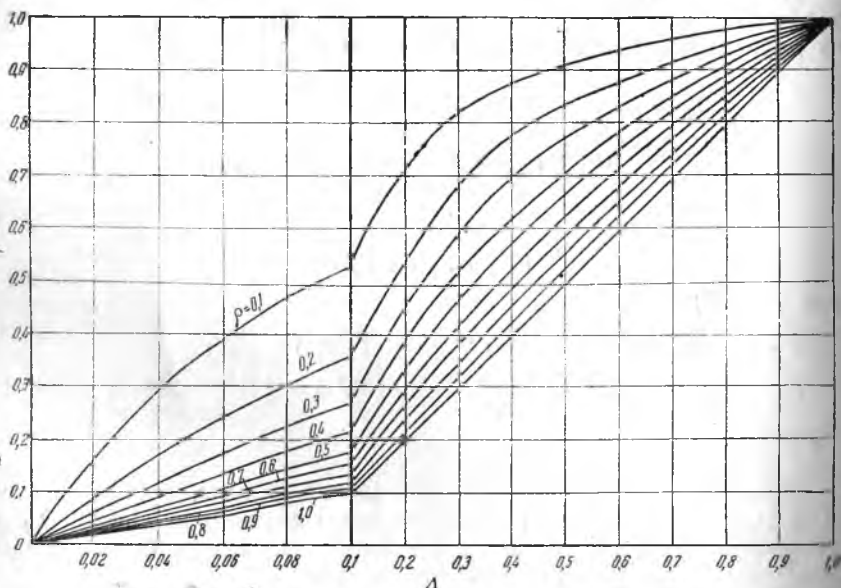


Рис. 76. Зависимость ψ от ρ и Δ для тела слоистого строения

получим

$$\psi = \frac{\Delta}{1 - (1 - \Delta)(1 - \rho)}. \quad (\text{IX—9})$$

На рис. 76 приведены значения ψ в зависимости от величины Δ и ρ ; зная значение ψ , легко перейти от истинной теплопроводности металла $\lambda_{\text{м}}$ к эквивалентной теплопроводности λ_{ϑ} .

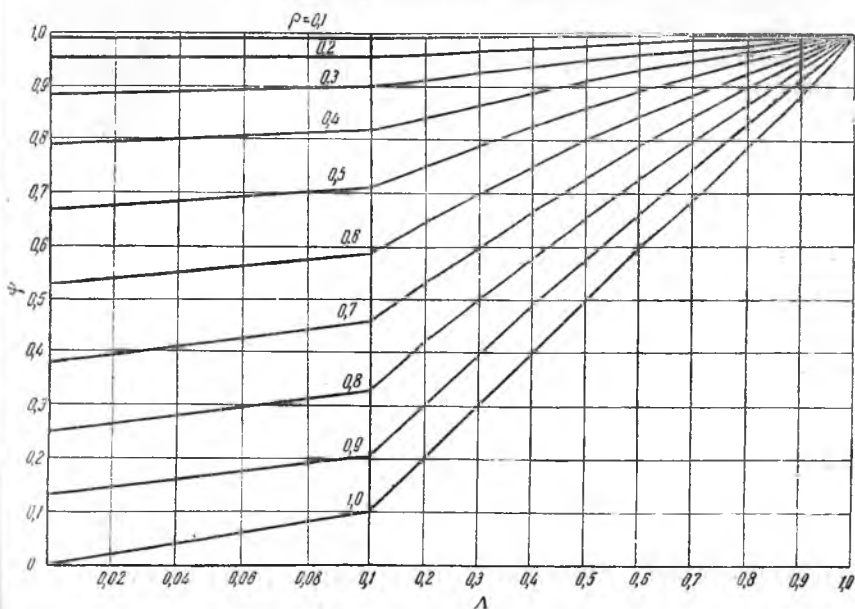


Рис. 77. Зависимость ψ от ρ и λ для тела волокнистого строения

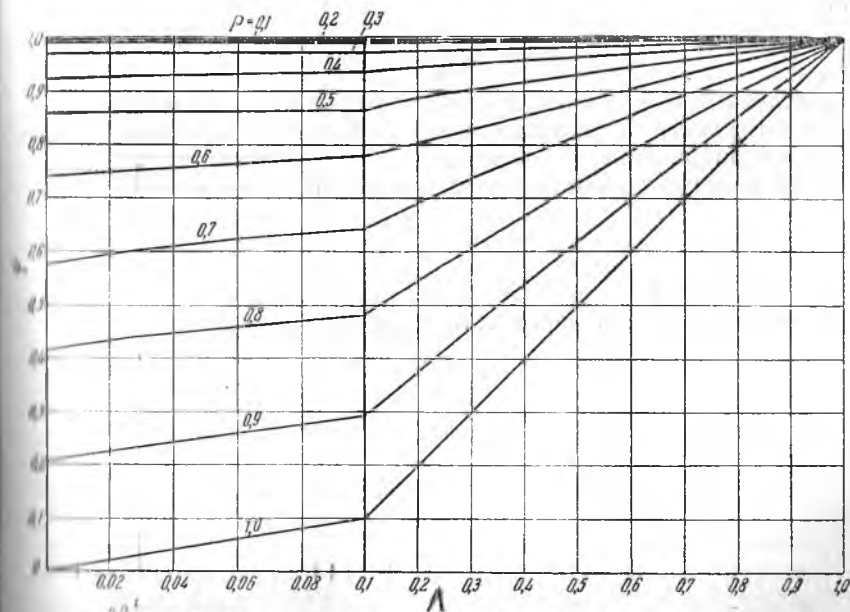


Рис. 78. Зависимость ψ от ρ и λ для тела зернистого строения

Эквивалентный коэффициент температуропроводности листового пакета

$$a_a = \frac{\lambda_a}{c_p \gamma_a}, \quad (\text{IX—10})$$

где

c_p — теплоемкость;

γ_a — объемный вес пакета,

γ — удельный вес металла, кг/м³.

$$\gamma_a = (1 - \rho) \gamma \text{ кг/м}^3. \quad (\text{IX—11})$$

В направлениях, параллельных слоям, эквивалентный коэффициент теплопроводности

$$\lambda = \frac{\delta \cdot \lambda_m}{\delta + S};$$

или

$$\psi' = \frac{\lambda'_a}{\lambda_m} = \frac{\delta}{\delta + S} = 1 - \rho. \quad (\text{IX—12})$$

Эквивалентный коэффициент температуропроводности

$$a' = \frac{\lambda'_a}{c_p \gamma_a} = \frac{\lambda_m (1 - \rho)}{c_p (1 - \rho) \gamma},$$

или

$$a' = \frac{\lambda_m}{c_p \gamma}. \quad (\text{IX—13})$$

Следовательно, эквивалентный коэффициент температуропроводности пакета в направлениях, параллельных слоям, равен температуропроводности металла.

Для пакетов волокнистого строения формула имеет вид:

$$\psi = \frac{1 - \rho (1 - \Delta)}{1 - \rho (1 - \Delta) (1 - \rho)}. \quad (\text{IX—14})$$

Зависимость ψ от ρ и Δ приведена на рис. 77.

Наконец, для тел зернистого строения получаем

$$\psi = \frac{1 - \rho^2 (1 - \Delta)}{1 - \rho^2 (1 - \Delta) (1 - \rho)}. \quad (\text{IX—15})$$

Формула (IX—15) представлена графически на рис. 78 в виде зависимости ψ от ρ и Δ .

Из рис. 76, 77 и 78 можно видеть, что эквивалентный коэффициент теплопроводности увеличивается с увеличением Δ и с уменьшением ρ .

После того, как определены эквивалентные коэффициенты теплопроводности и температуропроводности, все дальнейшие расчеты нагрева ведутся с применением решений, относящихся к соответствующим случаям нагрева однородных тел.

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ НАГРЕВЕ

Общие соображения

При нагреве (или охлаждении) тела, вследствие неодинакового расширения (или сжатия) отдельных элементов его, возникают температурные или термические напряжения.

Эти напряжения являются одним из основных факторов, лимитирующих скорость нагрева, факторов, которые должны учитываться при установлении режима нагрева.

Вопрос о температурных напряжениях на основе теории упругости излагается в работах А. Н. Динника¹, С. П. Тимошенко², Н. Н. Лебедева и др.³.

Следует оговорить, что экспериментальных работ по определению температурных напряжений произведено мало. Недостаточно сделано и в части практического применения теории температурных напряжений для выбора режима нагрева или охлаждения.

И. А. Одинг⁴, Н. Н. Доброхотов⁵ и др. предложили приближенные формулы для установления режима нагрева и охлаждения стали, учитывающие возникающие в ней термические напряжения.

Мы поставили перед собой задачу в более полном виде использовать результаты математического исследования для определения величины и распределения температурных напряжений, а также для выбора режима нагрева металла. Для этого предложены способы определения температурных напряжений для различных случаев нагрева, сделано сопоставление их и дана методика установления допустимой скорости нагрева по допустимым напряжениям.

Прежде чем перейти к изложению этих вопросов, необходимо хотя бы вкратце привести некоторые соображения об условиях возникновения напряжений.

¹ А. Н. Динник, Приложение функций Бесселя к задачам теории упругости, 1915.

² С. П. Тимошенко, Теория упругости, ОНТИ, 1937.

³ Подробный литературный обзор по этому вопросу дается в монографии Н. Н. Лебедева, Температурные напряжения в теории упругости, 1937.

⁴ И. А. Одинг, Прочность металлов, ОНТИ, 1937.

⁵ Н. Доброхотов, Т. Дуев и П. Сорокин, НИИМАШ, 1934, № 3.

В процессе нагрева или охлаждения с появлением температурного градиента в теле, находящемся в упругом состоянии, возникают температурные напряжения и если эти напряжения не превосходят предела упругости, то с исчезновением градиента исчезают и напряжения. Если же в некотором месте тела напряжения превзойдут предел упругости и, следовательно, произойдет необратимая пластическая деформация, то получится перераспределение термоупругих напряжений в той зоне, которая не была охвачена пластической деформацией. В результате после выравнивания температур в теле получаются так называемые остаточные напряжения¹.

Кроме температурных напряжений, в процессе охлаждения могут появиться напряжения, связанные со структурными превращениями (например, при закалке).

Возникновение и исчезновение тех или иных напряжений, а также величина и распределение их зависят как от внешних факторов (например, условий нагрева и охлаждения), так и от механических и физических свойств материала.

С точки зрения нагрева и охлаждения, кроме тепловых свойств металла (каковы температуропроводность, теплопроводность, теплоемкость), весьма существенны свойства, характеризующие пластичность, упругость, хрупкость, прочность. Однако свойства эти не являются абсолютными и неизменными, присущими данному телу в его определенном состоянии, так как проявление этих свойств зависит от условий, создающих напряжения и деформации. Известно, что пластичный материал при определенных условиях приложения нагрузки может обнаружить хрупкость, и наоборот.

Изучение свойств ползучести показывает, что в условиях нагрева или охлаждения сталь обладает упругостью до 500—550°, причем для углеродистой стали эта температура даже ниже² и равна 400°. Поэтому в практических условиях температурные напряжения должны учитываться в первом периоде нагрева, охватывающем температурный интервал от 0 до 500—550°.

Для мягких сталей, характеризующихся высокой пластичностью, температурные напряжения не принимаются во внимание и в первом периоде нагрева.

Разрушение металла в процессе нагрева вследствие температурных напряжений произойдет в том случае, если напряжения достигнут предела прочности.

¹ Теоретическое определение остаточных напряжений в охлажденном шаре с учетом пластической деформации дано в работе Б. Я. Любова и Б. Н. Финкельштейна, Журнал технической физики, 1946, т. 16, в. 8, с. 945/950.

² И. А. Одинг, Прочность металлов, ОНТИ, 1937.

Рассматривая вопрос о разрушении металла под влиянием температурных напряжений, следует иметь в виду, что с этой точки зрения опасны растягивающие напряжения; поэтому при определении допускаемой скорости нагрева следует принимать во внимание напряжения, имеющие положительный знак.

Весьма существенным обстоятельством, которое может повлиять на распределение напряжений и на прочность, является неоднородность стали: наличие неметаллических включений, газовых пузырей, плен, ликвации, пустот, кристаллической неоднородности и т. п. Неоднородность стали ведет к неравномерному распределению напряжений, а именно, к концентрации напряжений в отдельных частях тела.

Значительная неоднородность стали обычно является ее дефектом, порождающим те или иные виды брака, а следовательно, признаком ненормального ведения технологического процесса в предшествующих стадиях получения или обработки. Поэтому сталь, обладающую значительной неоднородностью, требуется нагревать с большей осторожностью.

Для теоретического определения температурных напряжений были использованы уравнения из теории упругости, выведенные путем решения дифференциальных уравнений равновесия (в напряжениях) с учетом температурных расширений. В эти уравнения производилась подстановка решений уравнений теплопроводности, относящихся к тому или иному случаю нагрева, с последующими преобразованиями.

Применение дедуктивного метода позволило в данном случае с наибольшим упрощением получить решения для различных случаев нагрева и охлаждения.

Для большей части решений были произведены вычисления, результаты которых представлены в виде графиков, значительно облегчающих практическое использование выведенных решений.

Исследование температурных напряжений было выполнено для тел простейших форм — для пластины, сплошного и полого цилиндра.

Глава X

Температурные напряжения в пластине

1. Вывод общего решения

Согласно литературным данным, для определения температурных напряжений в бесконечно большой пластине толщиной $2S$ при симметричном распределении температур можно воспользоваться следующим выражением:

$$\sigma_y = \sigma_z = -\frac{\beta E t}{1-\nu} + \frac{1}{2S(1-\nu)} \int_{-S}^{+S} \beta E t dx + \frac{3x}{2S^3(1-\nu)} \int_{-S}^{+S} \beta E t x dx, \quad (X-1)$$

где σ_y и σ_z — нормальные составляющие напряжения, параллельные осям y и z ;

β — линейный коэффициент расширения;

E — модуль упругости на растяжение и сжатие;

ν — пуассоново отношение;

t — температура, определяемая из решений дифференциального уравнения теплопроводности.

Из первой части данного труда следует, что решение уравнения теплопроводности для бесконечно большой пластины с симметричным распределением температур можно выразить следующим образом:

$$t = \varphi(\tau) + \sum_{l=1}^{\infty} M_l \cos \delta_l \frac{x}{S}; \quad (X-2)$$

где $\varphi(\tau)$ — температура поверхности пластины при поверхностных условиях первого рода или температуры окружающей среды при условиях третьего рода;

M_l — символическое обозначение множителя, не содержащего координаты x .

При поверхностных условиях третьего рода постоянная δ_l меняется η_l .

В некоторых случаях мы будем пользоваться вторым вариантом решения, содержащим дополнительные члены с переменной x в виде конечных величин (см. III—10).

Подставив значение t из (X—2) в выражение (X—1) и произведя интегрирование и приведение подобных членов, получаем:

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \sum_{l=1}^{\infty} M_l \left(\frac{1}{\delta_l} \sin \delta_l - \cos \delta_l \frac{x}{S} \right). \quad (X-3)$$

Общее решение для пластины (X—3) выведено при следующих условиях:

- 1) тело является однородным и изотропным;
 - 2) физические и упругие константы не зависят от температуры;
 - 3) температурное расширение пропорционально температуре.
- Из выражения (X—3) следует:
- 1) при $x = \pm S$, т. е. на поверхности пластины,

$$\sigma_y^u = \sigma_z^u = \frac{\beta E}{1-\nu} \sum_{l=1}^{\infty} M_l \left(\frac{1}{\delta_l} \sin \delta_l - \cos \delta_l \right); \quad (\text{X—4})$$

- 2) при $x = 0$, т. е. в середине пластины,

$$\sigma_y^c = \sigma_z^c = \frac{\beta E}{1-\nu} \sum_{l=1}^{\infty} M_l \left(\frac{1}{\delta_l} \sin \delta_l - 1 \right). \quad (\text{X—5})$$

Путем подстановки соответствующих значений M_l в общее решение (X—3) выведем и исследуем несколько частных случаев нагрева пластины.

2. Мгновенное изменение температуры поверхности

Если пластина, имеющая по всему сечению температуру t^0 , подвергается мгновенному изменению температуры на поверхностях до постоянного значения t_n (рис. 3, а), то, согласно решению (II, 3).

$$M_l = (t^0 - t_n) \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l} e^{-\delta_l^2 \frac{\alpha \tau}{S^2}},$$

где

$$\delta_l = \frac{2l-1}{2} \pi.$$

Подставив это значение M_l в выражение (X—3), получаем:

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} (t^0 - t_n) \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l} \cdot \left(\frac{1}{\delta_l} - \cos \delta_l \frac{x}{S} \right) e^{-\delta_l^2 \frac{\alpha \tau}{S^2}}, \quad (\text{X—6})$$

или, обозначив сумму бесконечного ряда через

$$f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right),$$

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} (t^0 - t_n) f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right), \quad (X-6a)$$

или в критериальной форме

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta(t^0 - t_n)} = f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right). \quad (X-6б)$$

В последнем выражении левая часть представляет собою отношение деформации, зависящей от напряжения, к деформации от изменения температуры.

Значения функций f в зависимости от критериев $\frac{a\tau}{S^2}$ и $\frac{x}{S}$ на основе произведенных нами вычислений представлены на рис. 79.

С помощью решения (X-6a) и рис. 79 нетрудно вычислить величину и распределение напряжений по сечению пластины и изменение напряжений во времени.

Пример 1. Стальная плита толщиной 200 мм погружена в ванную печь при температуре 500°. Найти распределение напряжений в плите через 9 мин. после ее погружения, если в начальный момент температура по всему сечению плиты была 20°.

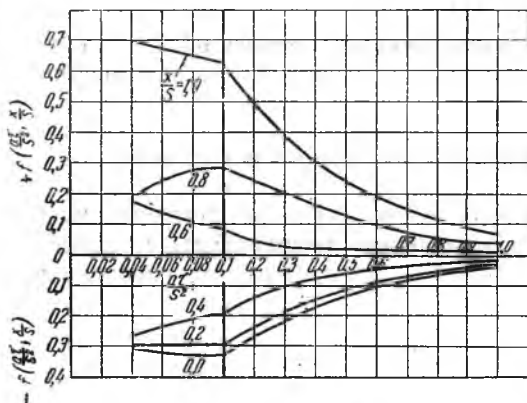


Рис. 79. Функции $f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$ для напряжений в пластине при мгновенном изменении температуры поверхности (вариант «а»)

Решение. Имеем

$$S = 0,1 \text{ м}; \quad t^0 = 20^\circ; \quad t_n = 500^\circ; \quad \nu = 0,3; \\ \tau = 0,15 \text{ часа.}$$

Принимаем

$$a = 0,025 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \beta = 12 \cdot 10^{-6}; \quad E = 18 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2.$$

Вычисляем

$$1) \quad \frac{a\tau}{S^2} = \frac{0,025 \cdot 0,15}{0,1^2} = 0,38;$$

2) для $\frac{x}{S} = 1$; $f(0,38; 1,0) = 0,32$ (по рис. 79);

$$3) \sigma_y = \sigma_z = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^3}{1,0 - 0,3} (20 - 500) \cdot 0,32 = -47,4 \text{ кг/мм}^2$$

[см. (X-6a)];

4) Для точек

$$\frac{x}{S} = 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0,0$$

$$\sigma = -25,2; -2,96; +11,9; +22,2; +26,6 \text{ кг/мм}^2.$$

Распределение температурных напряжений приведено на рис. 80.

При наличии температурного градиента в начальный момент¹ и при постоянной температуре поверхности t_n (см. стр. 37 и рис. 3б) получаем следующее решение:

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1 - \nu} (t^0 - t_n) \cdot \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \left(\frac{1}{\delta_l} - \cos \delta_l \frac{x}{S} \right) e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} =$$

$$= \frac{\beta E}{1 - \nu} (t^0 - t_n) f_1 \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) \quad (\text{X-7})$$

или

$$\frac{\sigma(1 - \nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta(t^0 - t_n)} = f_1 \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right), \quad (\text{X-7a})$$

где значения функций f_1 представлены на рис. 81.

Наконец, если пластина, имеющая в начальный момент разность температур по сечению, равную Δt^0 (распределение температур по параболе), подвергается мгновенному изменению тем-

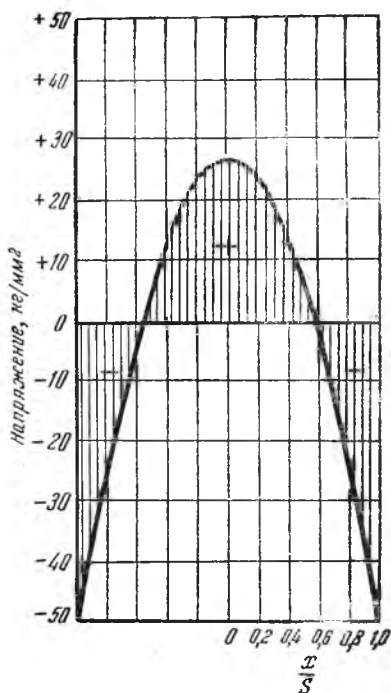


Рис. 80. Распределение напряжений в пластине при мгновенном изменении температуры поверхности (к примеру 1)

¹ При распределении температур по сечению по параболе второго порядка.

пературы на поверхности до постоянного ее значения t_{Π} (рис. 3, в), то решение принимает следующий вид:

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta(t_{\Pi}^{\circ} - t_{\Pi})} = f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right) -$$

$$- \frac{\Delta t^{\circ}}{t_{\Pi}^{\circ} - t_{\Pi}} f_1\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right), \quad (\text{X-8})$$

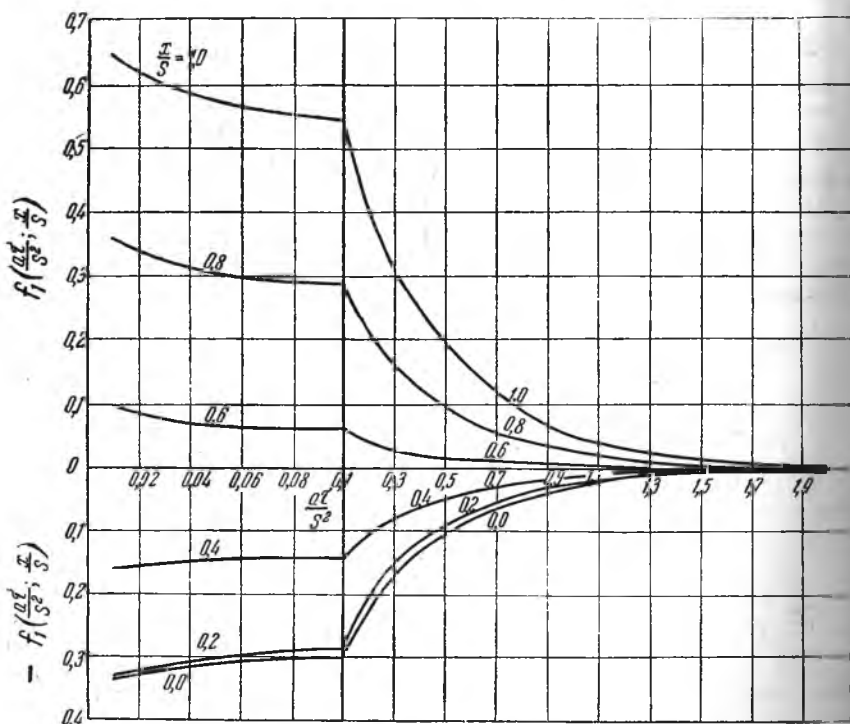


Рис. 81. Функции $f_1\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$ для напряжений в пластине при мгновенном изменении температуры поверхности (вариант «б»)

где

$$\Delta t^{\circ} = t_{\Pi}^{\circ} - t^{\circ}.$$

Функции f определяются по рис. 79, а f_1 — по рис. 81.

Исследование полученных аналитических и графических решений позволяет сделать следующие выводы:

1) абсолютная величина напряжений прямо пропорциональна коэффициенту расширения, модулю упругости и начальному температурному перепаду;

2) абсолютная величина напряжений увеличивается с увеличением толщины пластины и с уменьшением температуропроводности;

3) максимальные значения напряжений получаются в начальный момент; с течением времени величина напряжений падает идентично изменению разности температур по сечению;

4) на поверхности и в середине пластины напряжения имеют различные знаки, причем в случае нагрева на поверхности будут сжимающие напряжения, в середине — растягивающие; при охлаждении — знаки обратные. Абсолютная величина напряжений на поверхности больше, чем в середине, нейтральные слои находятся несколько ближе к поверхности.

3. Линейное изменение температуры поверхности

Если пластина, имеющая по всему сечению температуру t^0 , нагревается с равномерной скоростью, то, согласно решению (III—3),

$$M_l = -\frac{CS^2}{a} \cdot \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} (1 - e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}}).$$

Подставляя это значение M_l в выражение (X—3), получаем:

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CS^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \left(\frac{1}{\delta_l} - \cos \delta_l \frac{x}{S} \right) (e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} - 1). \quad (X-9)$$

Пользуясь для этой цели решением (III—10), находим¹:

$$\begin{aligned} \sigma_y = \sigma_z &= \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CS^2}{6a} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2} \right) + \\ &+ \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CS^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \left(\frac{1}{\delta_l} - \cos \delta_l \frac{x}{S} \right) e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} = \\ &= \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CS^2}{a} \left[\frac{1}{6} \cdot \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2} \right) + f \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) \right]. \quad (X-10) \end{aligned}$$

¹ Здесь $\delta_l = \frac{2l-1}{2} \pi$.

Решение (X—10) можно выразить в виде:

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta C \tau} = \frac{1}{6} \cdot \frac{S^2}{a\tau} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2}\right) + \frac{S^2}{a\tau} f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right) \quad (\text{X—10a})$$

или

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta C \tau} = F\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right). \quad (\text{X—10б})$$

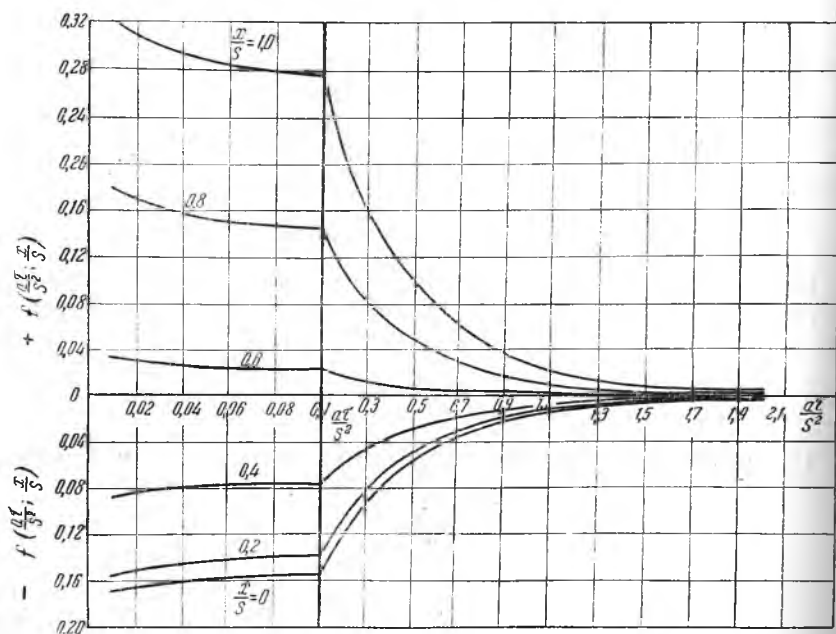


Рис. 82. Функции $f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$ для напряжений в пластине при линейном изменении температуры поверхности

Функции f в решении (X—10a) изображены графически на рис. 82.

Исследование полученного решения показывает, что распределение напряжений по сечению тела здесь такое же, как и в предыдущем случае, т. е. при нагреве на поверхности напряжения сжимающие, в середине — растягивающие.

С течением времени значение функций f уменьшается, и, следовательно, абсолютная величина напряжений увеличивается.

Наконец, при некотором достаточно большом промежутке времени τ , а именно при $\tau \geq \frac{S^2}{a}$ функции f принимают столь малое значение, что они могут быть отброшены.

В этом случае получаем максимальное значение напряжений, определяемое по формуле

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CS^2}{6a} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2}\right). \quad (\text{X—11})$$

Из этой формулы следует:

1) при $x = \pm S$, т. е. на поверхности пластины,

$$\sigma_y^{\text{II}} = \sigma_z^{\text{II}} = - \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CS^2}{3a}; \quad (\text{X—12})$$

2) при $x = 0$, т. е. в середине пластины,

$$\sigma_y^{\text{C}} = \sigma_z^{\text{C}} = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CS^2}{6a}, \quad (\text{X—13})$$

следовательно, в середине пластины абсолютная величина напряжений вдвое меньше, чем на поверхности;

3) нейтральное сечение (в котором $\sigma_y = \sigma_z = 0$) находится на расстоянии

$$\frac{x}{S} = 0,58$$

от середины, т. е. ближе к поверхности, так как при этом

$$1 - 3 \frac{x^2}{S^2} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{x}{S} = \sqrt{\frac{1}{3}};$$

4) так как¹

$$\Delta t = \frac{CS^2}{2a},$$

то выражения (X—11), (X—12) и (X—13) могут быть представлены в виде

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{\Delta t}{3} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2}\right); \quad (\text{X—11a})$$

$$\sigma_y^{\text{II}} = \sigma_z^{\text{II}} = - \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{2}{3} \Delta t; \quad (\text{X—12a})$$

$$\sigma_y^{\text{C}} = \sigma_z^{\text{C}} = + \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{1}{3} \Delta t. \quad (\text{X—13a})$$

Следовательно, абсолютная величина напряжений прямо пропорциональна разности температур по сечению Δt .

Пример 2. Стальная плита толщиной 300 мм нагревается в печи с двух сторон с равномерной скоростью 400° в час. Вычислить и построить изменение температурных напряжений в процессе нагрева, если в начальный момент никаких напряжений в теле не было.

¹ См. формулу (III-17).

Таблица 5

Результаты вычислений
(к примеру 2)

чис.	$\frac{X}{S} = 1$		$\frac{X}{S} = 0,8$		$\frac{X}{S} = 0,6$		$\frac{X}{S} = 0,4$		$\frac{X}{S} = 0,2$		$\frac{X}{S} = 0$	
	f	$\sigma_{\text{ке/мл}^2}$	f	$\sigma_{\text{ке/мл}^2}$	f	$\sigma_{\text{ке/мл}^2}$	f	$\sigma_{\text{ке/мл}^2}$	f	$\sigma_{\text{ке/мл}^2}$	f	$\sigma_{\text{ке/мл}^2}$
0,1	0,275	- 7,0	0,145	- 1,02	0,022	+1,11	- 0,08	+ 0,25	- 0,14	+ 0,89	- 0,155	+ 1,53
0,2	0,225	-13,7	0,115	- 4,82	0,018	+0,60	- 0,06	+ 2,8	- 0,10	+ 6,0	- 0,14	+ 3,53
0,3	0,18	-19,4	0,095	- 7,37	0,015	+0,22	- 0,055	+3,43	- 0,09	+ 7,25	- 0,015	+ 7,9
0,4	0,14	-24,4	0,065	-11,2	0,010	- 0,42	- 0,04	+5,46	- 0,07	+ 9,8	- 0,08	+11,0
0,5	0,11	-28,3	0,055	-12,5	0,008	- 0,67	- 0,030	+6,6	- 0,045	+13,0	- 0,06	+13,6
0,6	0,095	-30,9	0,01	-14,3	0,005	-1,05	- 0,025	+7,25	- 0,04	+13,6	- 0,055	+14,3
0,7	0,07	-32,8	0,033	-15,0	0,004	-1,17	- 0,02	+7,9	- 0,037	+14,0	- 0,045	+15,5
0,8	0,06	-34,6	0,028	-15,9	0,003	-1,31	- 0,018	+8,15	- 0,032	+14,6	- 0,035	+16,5
0,9	0,045	-36,6	0,023	-16,9	0,002	-1,43	- 0,015	+8,5	- 0,022	+15,9	- 0,025	+17,7
1,0	0,035	-37,8	0,015	-17,5	0,001	-1,56	- 0,01	+9,15	- 0,021	+16,0	- 0,02	+18,7

Решение. Имеем

$$S = 0,15 \text{ м}; C = 400^\circ \text{ в час}; a = 0,020 \text{ м}^2/\text{час};$$

$$\beta = 11 \cdot 10^{-6}, E = 18 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2, \nu = 0,3.$$

1) для времени $\tau = 0,1$ часа и поверхности $\left(\frac{x}{S} = 1\right)$ находим критерий

$$\frac{a\tau}{S^2} = \frac{0,02 \cdot 0,1}{0,15^2} = 0,089;$$

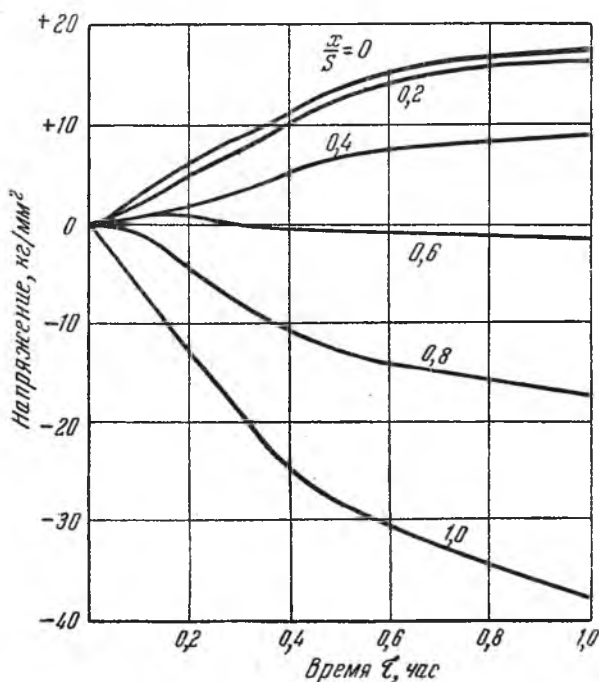


Рис. 83. Изменение температурных напряжений в пластине при линейном изменении температуры поверхности (к примеру 2, стр. 189)

2) функция $f(0,089; 1) = 0,275$ (по рис. 82);

3) напряжение

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{11 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^3}{1,0 - 0,3} \cdot \frac{400 \cdot 0,15^2}{0,020} \left[\frac{1}{6} \cdot (-2) + 0,275 \right] = -7,0 \text{ кг/мм}^2 \text{ [см. (X-10)]}.$$

Результаты расчетов для остальных промежутков времени и для других значений приведены в табл. 5 и на рис. 83.

Рассмотрим теперь второй вариант — линейное изменение температуры поверхности тела при наличии температурного градиента в начальный момент.

Пользуясь решением (III—22), находим:

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \left[\frac{CS^2}{6a} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2} \right) + \left(\frac{CS^2}{a} - 2\Delta t^\circ \right) f \left(\frac{ax}{S^2}; \frac{x}{S} \right) \right], \quad (\text{X—14})$$

где Δt° — начальная разность температур по сечению;

f — функция, определяемая из рис. 82.

Решение (X—14) может быть использовано для нахождения величины и распределения напряжений, а также изменения этого распределения во времени при любом изменении температуры поверхности тела. В этом случае температурную кривую поверхности разбивают на участки, близкие к прямолинейным, и для каждого участка определяют Δt° с помощью решения (III—27), а затем находят напряжения.

Пример 3. Стальная плита толщиной 400 мм нагревается так, что температура ее поверхности изменяется по графику, изображенному на рис. 84. Найти распределение напряжений по сечению плиты в момент времени, соответствующий точке c , если в начале нагрева температурный градиент отсутствует.

Решение. Принимаем

$$a = 0,025 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \beta = 11,6 \cdot 10^{-6}; \quad E = 17,5 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2; \\ \nu = 0,3; \quad \Delta t^\circ = 0.$$

Разбиваем температурную кривую на прямолинейные участки Oa , ab , bc и находим

$$1) \tau_1 = 0,5 \text{ часа}; \quad \tau_2 = 1 \text{ час}; \quad \tau_3 = 0,75 \text{ часа};$$

$$2) C_1 = \frac{150}{0,5} = 300^\circ \text{ в час}; \quad C_2 = \frac{200-150}{1,0} = 50^\circ \text{ в час};$$

$$C_3 = \frac{350-200}{0,75} = 200^\circ \text{ в час};$$

$$3) \frac{a\tau_1}{S^2} = \frac{0,025 \cdot 0,5}{0,2^2} = 0,31; \quad \frac{a\tau_2}{S^2} = 0,62; \quad \frac{a\tau_3}{S^2} = 0,47;$$

$$4) \Phi(0,31; 0) = 0,23; \quad \Phi(0,62; 0) = 0,12; \quad \Phi(0,47; 0) = 0,17 \quad (\text{по рис. 13})$$

5) разность температур:
в точке a

$$\Delta t_m = \frac{C_1 S^2}{2a} = \frac{300 \cdot 0,2^2}{2 \cdot 0,025} = 240^\circ [\text{см. (III—17)}];$$

$$\Delta t = \Delta t_m - 2(\Delta t_m - \Delta t^\circ) \Phi = 240 - 2 \cdot 240 \cdot 0,23 = 130^\circ [\text{см. (III—26)}];$$

в точке *b*

$$\Delta t_m = \frac{50 \cdot 0,2^2}{2 \cdot 0,025} = 40^\circ;$$

$$\Delta t = 40 - 2(40 - 130) \cdot 0,12 = 62^\circ;$$

последняя разность температур войдет в формулу (X-14), как Δt° ;

6) Для точки тела $\frac{x}{S} = 1$ и $\frac{a\tau}{S^2} = 0,47$

находим по рис. 82 функцию $f = 0,106$;

$$7) \sigma_y = \sigma_z = \frac{11,6 \cdot 10^{-6} \cdot 17,5 \cdot 10^3}{1,0 - 0,3} \cdot \left[\frac{200 \cdot 0,2^2}{6 \cdot 0,025} (1 - 3 \cdot 1^2) + \left(\frac{200 \cdot 0,2^2}{0,025} - 2 \cdot 62 \right) \cdot 0,106 \right] = -25,0 \text{ кг/мм}^2 \text{ [см. (X-14)]};$$

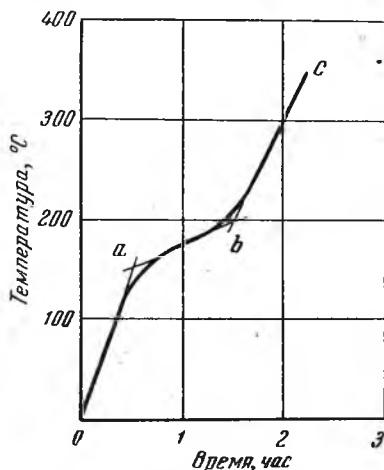


Рис. 84. График нагрева (к примеру 3, стр. 192)

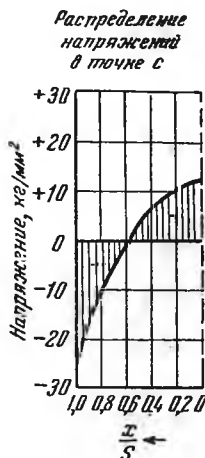


Рис. 85. Распределение температурных напряжений (к примеру 3, стр. 192)

8) аналогичным образом находим напряжения для остальных точек:

$$\frac{x}{S} = 0,8 \quad \sigma = -11,1 \text{ кг/мм}^2 \quad \frac{x}{S} = 0,2 \quad \sigma = +10,6 \text{ кг/мм}^2$$

$$\frac{x}{S} = 0,6 \quad \sigma = -0,78 \quad \frac{x}{S} = 0 \quad \sigma = +12,4$$

$$\frac{x}{S} = 0,4 \quad \sigma = +6,5$$

Полученные данные представлены графически на рис. 85.

Решение (X—14) будет также использовано для определения допускаемой скорости нагрева (см. стр. 269).

4. Нагрев при изменяющихся поверхностных условиях

Если пластина нагревается по многоступенчатому графику, состоящему из прямолинейных отрезков, то, используя решение (VII—12), находим:

$$\sigma_y = \sigma_z = \left[\frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{C_m S^2}{a} \cdot \frac{1}{6} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{S^2}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l^3} \left(\frac{1}{\delta_l} - \cos \delta_l \frac{x}{S} \right) \left[C_1 e^{-\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}} + \right. \right. \\ \left. \left. + (C_2 - C_1) e^{-\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1)} + (C_3 - C_2) e^{-\delta_l^2 \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1 - \tau_2)} + \dots \right] \right]$$

или

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{S^2}{a} \left\{ \frac{C_m}{6} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2} \right) + \right. \\ \left. + [C_1 \cdot f' + (C_2 - C_1) f'' + (C_3 - C_2) f''' + \dots] \right\}, \quad (X-15)$$

где суммы бесконечного ряда в зависимости от критериев $\frac{a\tau}{S^2}$ и $\frac{x}{S}$, обозначенные через f , определяются по рис. 82.

Этим решением следует пользоваться для вычисления напряжений в случае нагрева по многоступенчатому графику, а также нагрева по любой температурной кривой. В последнем случае температурная кривая разбивается на прямолинейные участки.

Пример 4. По данным примера 3 определить температурное напряжение на поверхности в момент нагрева, соответствующий точке с на рис. 84.

Решение.

$$1) \tau = 2,25; \quad \tau - \tau_1 = 1,75; \quad \tau - \tau_1 - \tau_2 = 0,75;$$

$$2) \frac{a\tau}{S^2} = 1,4; \quad \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1) = 1,1; \quad \frac{a}{S^2} (\tau - \tau_1 - \tau_2) = 0,47;$$

$$3) \text{ для } \frac{x}{S} = 1,0$$

$$f'(1,4) = 0,015; \quad f''(1,1) = 0,02; \quad f'''(0,47) = 0,106 \text{ (рис. 82);}$$

4) после подстановки в формулу (X-15) получаем:

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{11,6 \cdot 10^{-6} \cdot 17,5 \cdot 10^3}{1,0 - 0,3} \cdot \frac{0,2^2}{0,025} \cdot \left\{ \frac{200}{6} (-2) + \right. \\ \left. + [300 \cdot 0,015 + (50 - 300) \cdot 0,02 + (200 - 50) \cdot 0,106] \right\} = -24,3 \text{ кг/мм}^2.$$

При некотором достаточно большом промежутке времени, а именно $\tau_m \geq \frac{S^2}{a}$, функции f принимают весьма малое значение и величина напряжений может определяться по приближенным формулам, аналогичным формулам (X-11) и (X-11a).

5. Нагрев при постоянной температуре печи

Если начальная температура тела t° , а температура печи t_r , то, пользуясь решением (V-3), находим

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} (t^\circ - t_r) \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2 \sin \eta_l}{\eta_l + \sin \eta_l \cos \eta_l} \cdot \\ \cdot \left(\frac{1}{\eta_l} \sin \eta_l - \cos \eta_l \frac{x}{S} \right) e^{-\eta_l^2 \frac{a\tau}{S^2}}, \quad (\text{X-16})$$

где η_l — корни уравнения $\text{ctg } \eta_l = \frac{\eta_l}{hS}$.

Обозначив сумму бесконечного ряда через f , получаем

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} (t^\circ - t_r) f \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}; \frac{x}{S} \right). \quad (\text{X-17})$$

При наличии температурного градиента в начальный момент

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} (t^\circ - t_r - 0,70 \Delta t^\circ) f \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}; \frac{x}{S} \right) \quad (\text{X-18})$$

или

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta(t^\circ - t_r - 0,70 \Delta t^\circ)} = f \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}; \frac{x}{S} \right). \quad (\text{X-18a})$$

На рис. 86 представлены значения функций f при $\frac{aS}{\lambda} = 10$ в зависимости от критериев $\frac{a\tau}{S^2}$ и $\frac{x}{S}$, а на рис. 87 — значения функций f для поверхности (при $\frac{x}{S} = 1,0$) и для середины пластины (при $\frac{x}{S} = 0$), в зависимости от критериев $\frac{a\tau}{S^2}$ и $\frac{aS}{\lambda}$.

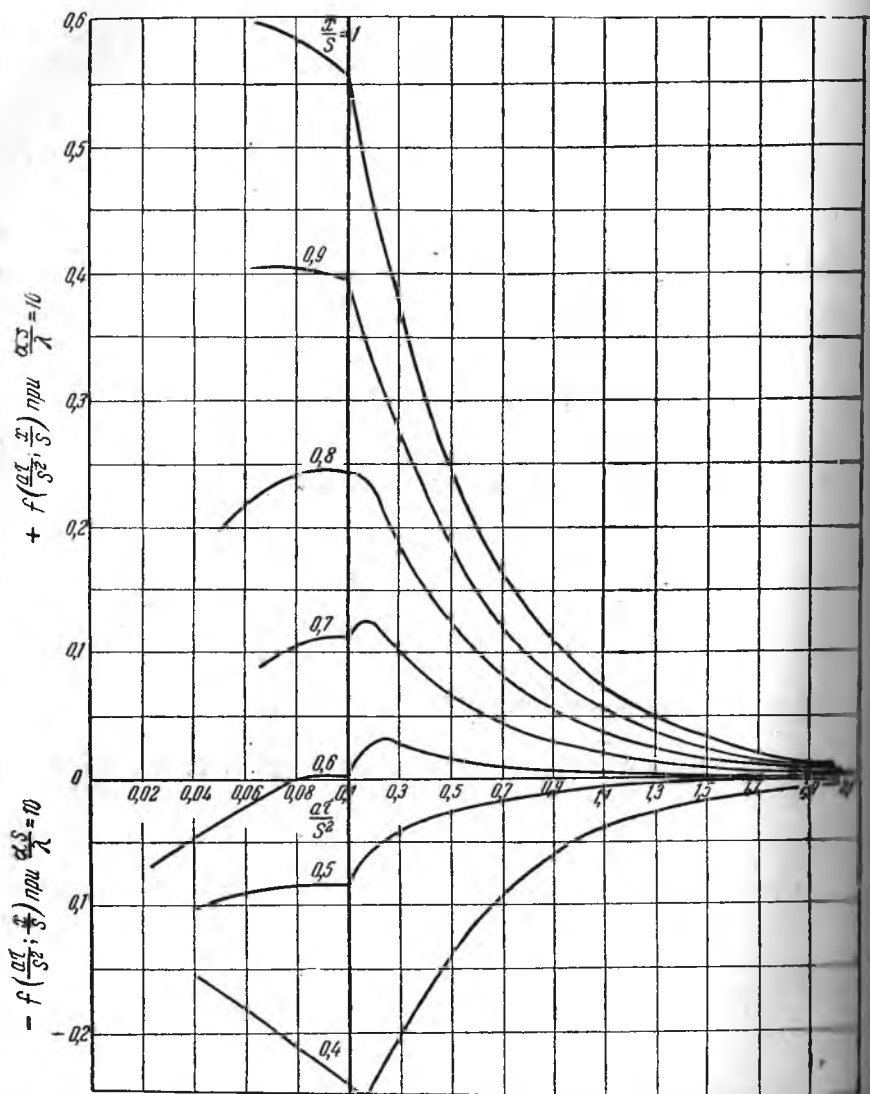


Рис. 86. Функции $f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$ для напряжений в пластине при постоянной температуре окружающей среды и при $\frac{aS}{\lambda} = 10$

Выведенными решениями и графиками можно пользоваться для вычисления температурных напряжений на поверхности и в середине пластины при заданной температуре печи. В случае переменной температуры печи последнюю разбивают на участки с усреднением температуры печи в каждом участке; при этом сперва определяют температуру тела в каждом участке.

Пример 5. Плита из среднеуглеродистой стали толщиной 250 мм погружена в печь при температуре последней 900°. Вычислить и построить кривые изменения температурных напряжений на поверхности и в середине плиты.

Решение. Имеем $S = 0,125$ м; $t^0 = 0^\circ$; $t_1 = 900^\circ$.

Принимаем $\lambda = 26$ кал/м · час · °С; $a = 0,025$ м²/час;

$\beta = 12 \cdot 10^{-6}$; $E = 18 \cdot 10^3$ кг/мм²; $\gamma = 0,3$; $\alpha = 105$ кал/м² час · °С.

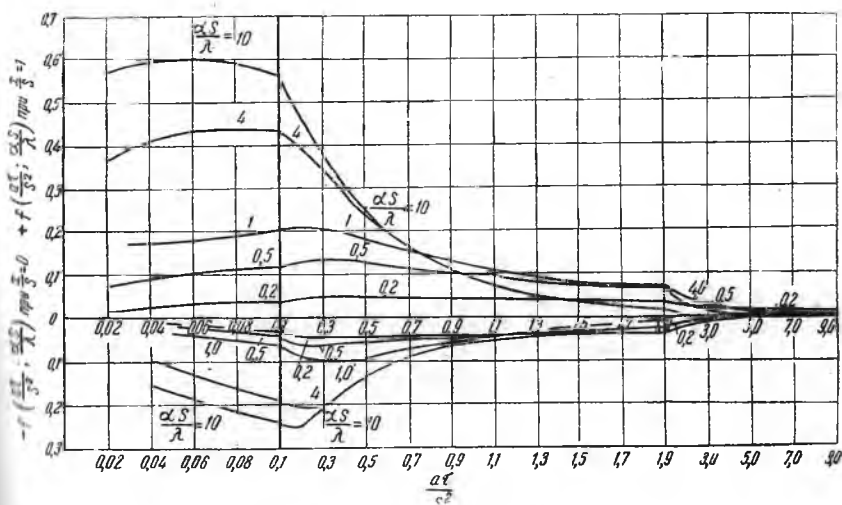


Рис. 87. Функции $f\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}\right)$ для напряжений в пластине при постоянной температуре окружающей среды

Вычисляем

$$1) \frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{105 \cdot 0,125}{26} = 0,50$$

$$2) \frac{\alpha\tau}{S^2} = \frac{0,025 \cdot 0,1}{0,125^2} = 0,16 \text{ (при } \tau = 0,1 \text{ часа);}$$

$$3) f(0,16; 0,50; 1) = +0,122 \text{ (по рис. 87),}$$

$$f_c(0,16; 0,50; 1) = -0,055 \text{ (по рис. 87).}$$

$$4) \sigma_y^{\Pi} = \sigma_z^{\Pi} = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^3}{1,0 - 0,3} (0 - 900) \cdot 0,122 = -33,9 \text{ кг/мм}^2; [\text{см. (X-17)}]$$

$$\sigma_y^c = \sigma_z^c = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^3}{1,0 - 0,3} (0 - 900) \cdot (-0,055) = +15,3 \text{ кг/мм}^2.$$

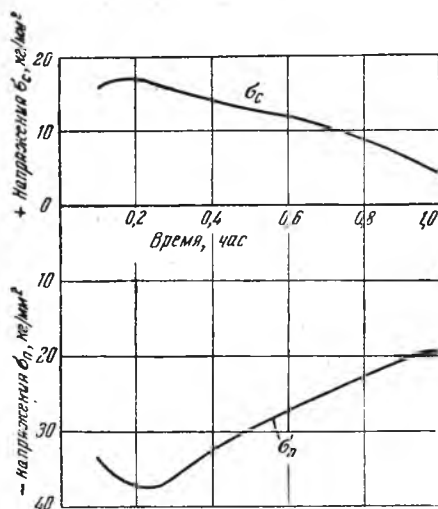


Рис. 88. Изменение температурных напряжений в пластине при постоянной температуре печи (к примеру 5 стр. 197): σ_n — напряжение на поверхности пластины; σ_c — напряжение в середине пластины

Таким же образом определяются напряжения для других промежутков времени. Результаты расчетов приведены на рис. 88.

Исследование полученных решений позволяет сделать следующие выводы;

1) при нагреве на поверхности пластины возникают сжимающие напряжения, в середине — растягивающие;

2) нейтральные слои расположены несколько ближе к поверхности;

3) наибольшее значение по абсолютной величине имеют напряжения на поверхности;

4) при постоянной температуре печи напряжения сперва резко возрастают, достигая максимального значения при $\frac{a\tau}{s^2} = 0,10$ —

—0,30, а затем постепенно падают.

Таким образом, изменение напряжений во времени при постоянной температуре печи аналогично изменению температурной разности.

Глава XI

Температурные напряжения в сплошном цилиндре

1. Вывод общих решений

Для сплошного цилиндра бесконечной длины радиуса R температурные напряжения определяются из следующих выражений¹:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R t r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r t r dr \right); \quad (\text{XI—1})$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} \left(-t + \frac{1}{R^2} \int_0^R t r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r t r dr \right); \quad (\text{XI—2})$$

$$\sigma_z = \varepsilon_z E + \frac{\beta E}{1-\nu} \left(-t + \frac{2\nu}{R^2} \int_0^R t r dr \right), \quad (\text{XI—3})$$

где σ_r , σ_θ , σ_z — соответственно радиальные, тангенциальные и осевые напряжения;

ε_z — осевая деформация, определяемая из условия, что равнодействующая нормальных усилий, действующих по площади поперечного сечения цилиндра, обращается в нуль;

t — температура, определяемая из соответствующих решений уравнения теплопроводности.

Выведенные нами решения уравнения теплопроводности, относящиеся к различным случаям нагрева сплошного цилиндра, могут быть приведены к следующему общему виду:

$$t = \varphi(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} N_n I_0 \left(\nu_n \frac{r}{R} \right), \quad (\text{XI—4})$$

где $\varphi(\tau)$ — температура поверхности цилиндра при поверхностных условиях первого рода или температура окружающей среды при условиях третьего рода; в том и другом случаях температура является заданной функцией времени;

N_n — сокращенное обозначение выражения, входящего в сумму бесконечного ряда и не содержащего переменного r .

¹ С. П. Тимошенко, Теория упругости, ОНТИ, 1937, с. 402—403.

После подстановки t из (XI—4) соответственно в выражения (XI—1), (XI—2) и (XI—3) и последующих интегрирований и преобразований получаем

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} N_n \frac{1}{\mu_n} \left[I_1(\mu_n) - \frac{R}{r} I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \right]; \quad (\text{XI—5})$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} N_n \frac{1}{\mu_n} \left[I_1(\mu_n) + \frac{R}{r} I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) - \mu_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \right]; \quad (\text{XI—6})$$

$$\sigma_z = \varepsilon_z E + \frac{\beta E}{1-\nu} \left[-\varphi(\tau) - \sum_{n=1}^{\infty} N_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) + \nu \varphi(\tau) + 2\nu \sum_{n=1}^{\infty} N_n \frac{1}{\mu_n} I_1(\mu_n) \right]. \quad (\text{XI—7})$$

Согласно вышеуказанным условиям, для определения ε_z составляем уравнение

$$2\pi \int_0^R \sigma_z r dr = 0$$

или, подставив значение σ_z из выражения (XI—7),

$$\int_0^R \varepsilon_z E r dr + \frac{\beta E}{1-\nu} \int_0^R \left[-\varphi(\tau) - \sum_{n=1}^{\infty} N_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) + \nu \varphi(\tau) + 2\nu \sum_{n=1}^{\infty} N_n \frac{1}{\mu_n} I_1(\mu_n) \right] r dr = 0,$$

откуда после интегрирования определяем

$$\varepsilon_z = -\frac{\beta}{1-\nu} \left[-\varphi(\tau) - \sum_{n=1}^{\infty} N_n \frac{2}{\mu_n} I_1(\mu_n) + \nu \varphi(\tau) + 2\nu \sum_{n=1}^{\infty} N_n \frac{1}{\mu_n} I_1(\mu_n) \right]. \quad (\text{XI—8})$$

Подставив найденное выражение для ε_z в (XI—7), после некоторых преобразований и приведения подобных членов получаем в окончательном виде:

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} N_n \frac{1}{\mu_n} \left[2I_1(\mu_n) - \mu_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \right]. \quad (\text{XI—9})$$

Формулами (XI—5), (XI—6) и (XI—9) мы будем пользоваться для определения температурных напряжений для разных случаев нагрева путем подстановки соответствующих значений N_n .

Исследование полученных решений. 1. При $r=R$, т. е. на поверхности цилиндра,

$$\sigma_r^n = 0;$$

$$\sigma_\theta^n = \sigma_z^n = \frac{\beta E}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} N_n \frac{1}{\mu_n} [2I_1(\mu_n) - \mu_n I_0(\mu_n)], \quad (\text{XI—10})$$

т. е. на поверхности тангенциальные и осевые напряжения равны между собой.

2. При $r=0$, т. е. по оси цилиндра,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^c = \sigma_\theta^c &= \frac{\beta E}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} N_n \frac{1}{\mu_n} \left[I_1(\mu_n) - \frac{1}{2} \mu_n \right]; \\ \sigma_z^c &= \frac{\beta E}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} N_n \frac{1}{\mu_n} [2I_1(\mu_n) - \mu_n], \end{aligned} \right\} \quad (\text{XI—11})$$

т. е. по оси цилиндра радиальные и тангенциальные напряжения равны между собой.

3. Сложив все три напряжения, получаем

$$\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} N_n \frac{1}{\mu_n} \left[4I_1(\mu_n) - 2\mu_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \right]$$

или

$$\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z = 2\sigma_z,$$

откуда

$$\sigma_r + \sigma_\theta = \sigma_z, \quad (\text{XI—12})$$

т. е. осевое напряжение равно сумме радиального и тангенциального. Отсюда понятно, почему на поверхности цилиндра тангенциальное и осевое напряжения равны между собою.

Перейдем теперь к определению напряжений для частных случаев.

2. Мгновенное изменение температуры поверхности

Если цилиндр, имеющий по всему сечению температуру t° , подвергается мгновенному изменению температуры на поверхности до значения ее $t_n = \text{const}$ (см. рис. 3, а), то, согласно решению (II—5),

$$N_n = (t^\circ - t_n) \frac{2}{\mu_n I_1(\mu_n)} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}.$$

Подставив это значение N_n в общие решения (XI—5), (XI—6) и (XI—9) и произведя соответствующие преобразования, получаем:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} (t^\circ - t_n) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2} \left[1 - \frac{R}{r} \frac{I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}; \quad (\text{XI—13})$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} (t^\circ - t_n) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2} \left[1 + \frac{R}{r} \cdot \frac{I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} - \mu_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \right] e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}; \quad (\text{XI—14})$$

$$\varepsilon_z = \frac{\beta E}{1-\nu} (t^\circ - t_n) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_n^2} \left[2 - \mu_n \frac{I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}. \quad (\text{XI—15})$$

В найденных решениях суммы бесконечного ряда могут быть представлены как функции критериев $\frac{a\tau}{R^2}$ и $\frac{r}{R}$.

Обозначив эти функции через f , данные решения можно выразить в виде

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta(t^\circ - t_n)} = f\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right). \quad (\text{XI—16})$$

Значения функций f для осевых напряжений приведены в виде графиков на рис. 89. Этими графиками и выражением

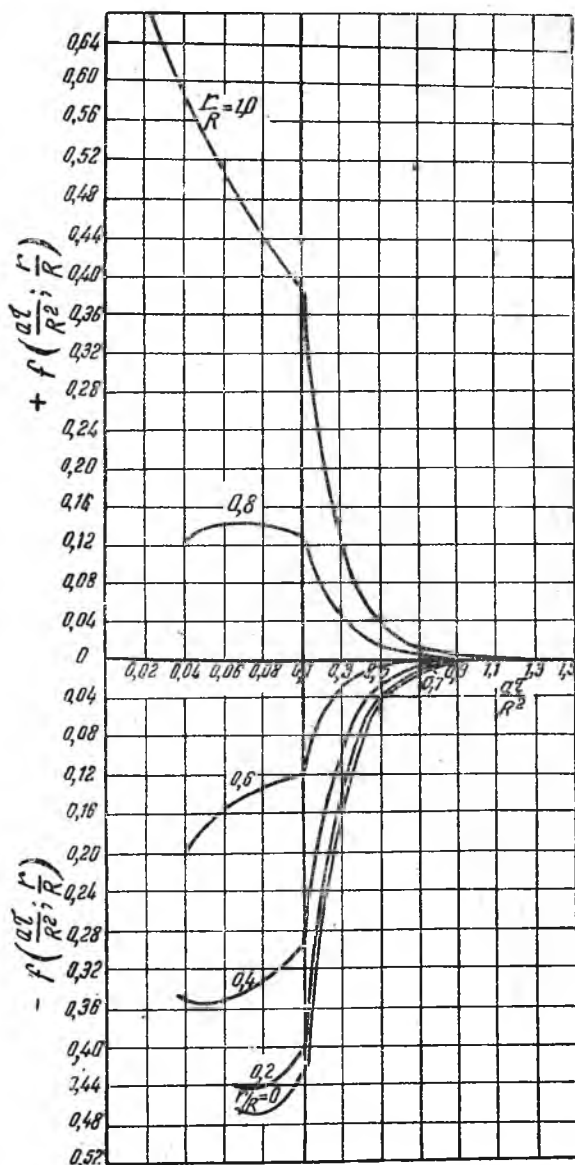


Рис. 89. Функции $f\left(\frac{a}{R^2}; \frac{r}{R}\right)$ для осевых напряжений в цилиндре при мгновенном изменении температуры поверхности

(XI—16) следует пользоваться для определения величины и распределения напряжений по диаметру цилиндра и их изменения во времени при мгновенном изменении температуры поверхности цилиндра, в частности при закалке или при погружении изделия в свинцовую или соляную ванну (без учета напряжений от структурных превращений).

Для иллюстрации на рис. 90 представлено распределение температурных напряжений в цилиндре по радиусу и изменение

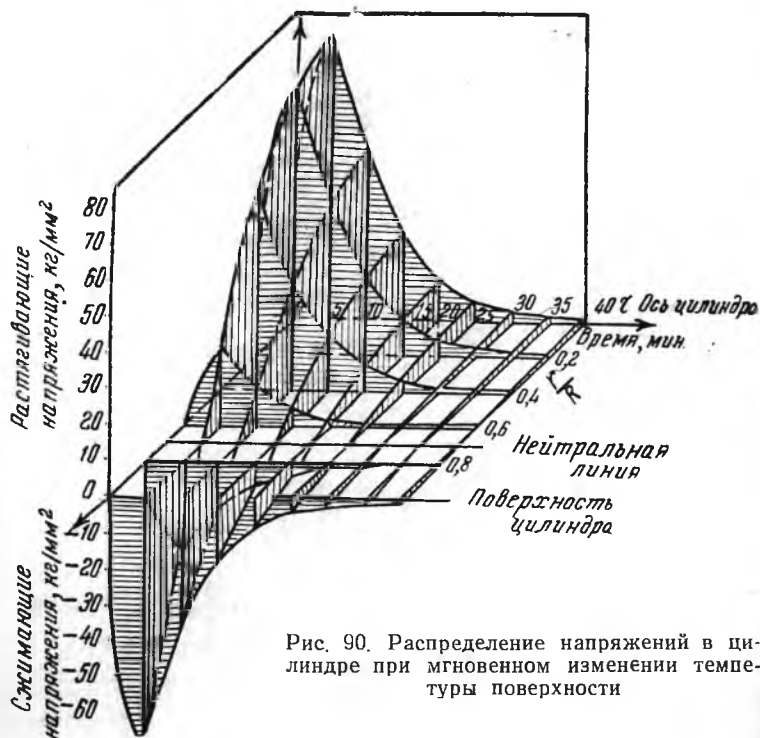


Рис. 90. Распределение напряжений в цилиндре при мгновенном изменении температуры поверхности

напряжений во времени при мгновенном изменении температуры поверхности.

Можно предложить и другой вариант. При наличии температурного градиента в начальный момент и при постоянной температуре на поверхности t_n (см. рис. 3, б) в решениях (XI—13), (XI—14) и (XI—15) в сумме бесконечного ряда вместо множителя $\frac{2}{\mu_n}$ должно быть $\frac{8}{\mu_n}$.

В этом случае, введя символическое обозначение суммы бесконечного ряда, будем иметь:

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta(t^{\circ}-t_{\Pi})} = f_1\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right), \quad (\text{XI-17})$$

где функция f_1 определяется из рис. 91.

Наконец, если цилиндр с начальной разностью температур по сечению Δt° подвергается мгновенному изменению температуры на поверхности (см. стр. 40 и рис. 3,б), то осевое температур-напряжение

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \left[(t_{\Pi}^{\circ} - t_{\Pi}) f\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right) - \Delta t^{\circ} f_1\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right) \right], \quad (\text{XI-18})$$

где t_{Π}° — начальная температура поверхности тела; функция f определяется по рис. 89; f_1 — по рис. 91

Пример 1. Стальной цилиндр диаметром 400 мм, имея в начальный момент на поверхности 50° , в середине 100° , помещен в ванную печь при температуре 500° . Найти распределение температурных напряжений по сечению цилиндра через 12 мин. после начала нагрева.

Решение. Имеем

радиус цилиндра $R = 0,2$ м; начальная температура поверхности $t_{\Pi}^{\circ} = 50^{\circ}$; начальная температура оси $t_c^{\circ} = 100^{\circ}$; начальная разность температур $\Delta t^{\circ} = -50^{\circ}$; конечная температура поверхности $t_{\Pi} = 500^{\circ}$; время $\tau = 0,2$ часа.

Принимаем

$$a = 0,02 \text{ м}^2/\text{час}, \quad \beta = 12 \cdot 10^{-6}, \quad E = 18 \cdot 10^8 \text{ кг/мм}^2.$$

Находим для поверхности $\left(\frac{r}{R} = 1,0\right)$:

$$1) \frac{a\tau}{R^2} = \frac{0,02 \cdot 0,2}{0,2^2} = 0,1;$$

$$2) f(0,1; 1,0) = 0,38; \text{ (по рис. 89);}$$

$$3) f_1(0,1; 1,0) = 0,27 \text{ (по рис. 91);}$$

$$4) \sigma_z = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^8}{1,0-0,3} [(50-500) \cdot 0,38 - (-50) \cdot 0,27] = -49,0 \text{ кг/мм}^2$$

[см. (XI-18)];

$$\text{для } \frac{r}{R} = 0,8; \quad 0,6; \quad 0,4; \quad 0,2; \quad 0;$$

$$f = +0,123; \quad -0,12; \quad -0,30; \quad +0,40; \quad -0,433;$$

$$f_1 = +0,10; \quad -0,067; \quad -0,212; \quad -0,32; \quad -0,34;$$

$$\sigma_z = -15,40; \quad +15,7; \quad +38,6; \quad +50,08; \quad +55,0 \text{ кг/мм}^2.$$

Нейтральный слой находится на расстоянии 0,3 радиуса от поверхности цилиндра $\left(\frac{r}{R} = 0,71\right)$.

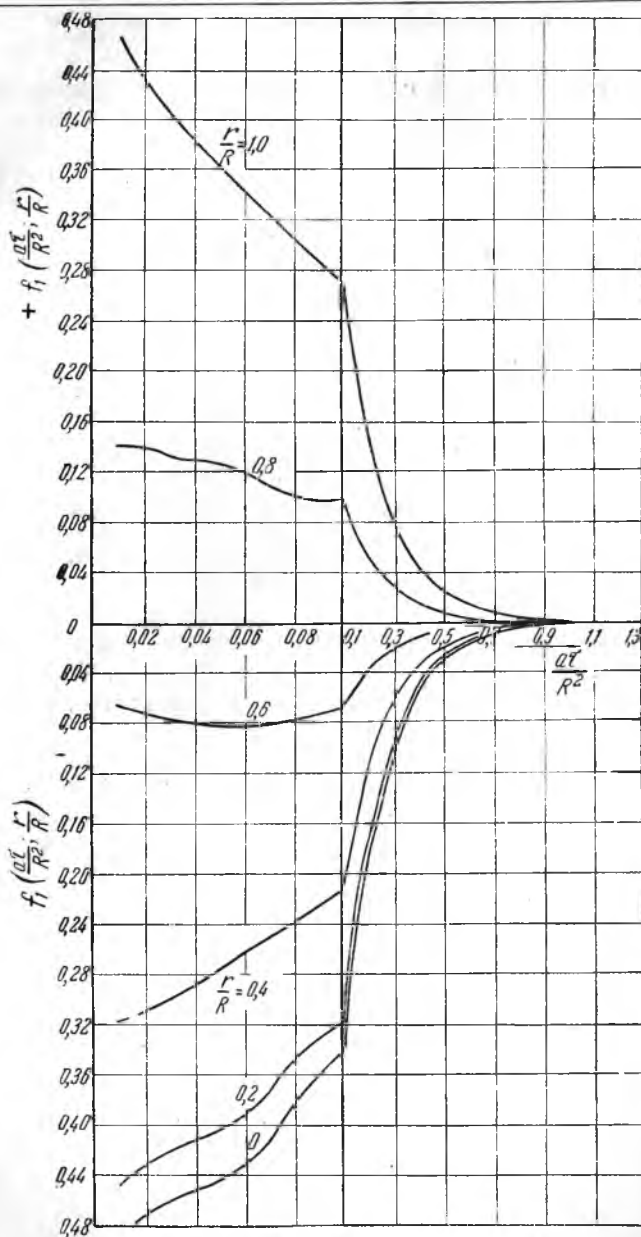


Рис. 91. Функции $f_1\left(\frac{a}{r}; \frac{r}{R}\right)$ для осевых напряжений в цилиндре при постоянной температуре на поверхности (вариант «б»)

Анализ приведенных формул и графиков позволяет сделать следующие выводы:

1) абсолютная величина напряжений прямо пропорциональна первоначальной разности температур ($t^0 - t_n$), модулю упругости и коэффициенту расширения;

2) абсолютная величина напряжений увеличивается с увеличением радиуса цилиндра и с уменьшением температуропроводности;

3) при нагреве на поверхности цилиндра напряжения сжимающие, по оси — растягивающие; при охлаждении напряжения имеют обратные знаки;

4) изменение напряжений во времени происходит идентично изменению температурной разности по сечению цилиндра.

3. Линейное изменение температуры поверхности

Если цилиндр, имеющий по всему сечению температуру t^0 , нагревается с равномерной скоростью $C^\circ/\text{час}$, то, пользуясь решением (III—11) и подставляя его в выражения (XI—5), (XI—6) и (XI—9), получаем:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{16a} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) + \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^4} \left[1 - \frac{R}{r} \cdot \frac{I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}; \quad (\text{XI—19})$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} \frac{CR^2}{16a} \left(1 - 3 \frac{r^2}{R^2} \right) + \frac{\beta E}{1-\nu} \frac{CR^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^4} \left[1 + \frac{R}{r} \cdot \frac{I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} - \mu_n \frac{I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}; \quad (\text{XI—20})$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \frac{CR^2}{a} \left\{ \frac{1}{8} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^4} \left[2 - \mu_n \frac{I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \right\} = \frac{\beta E}{1-\nu} \frac{CR^2}{a} \left[\frac{1}{8} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2} \right) + f \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R} \right) \right] \quad (\text{XI—21})$$

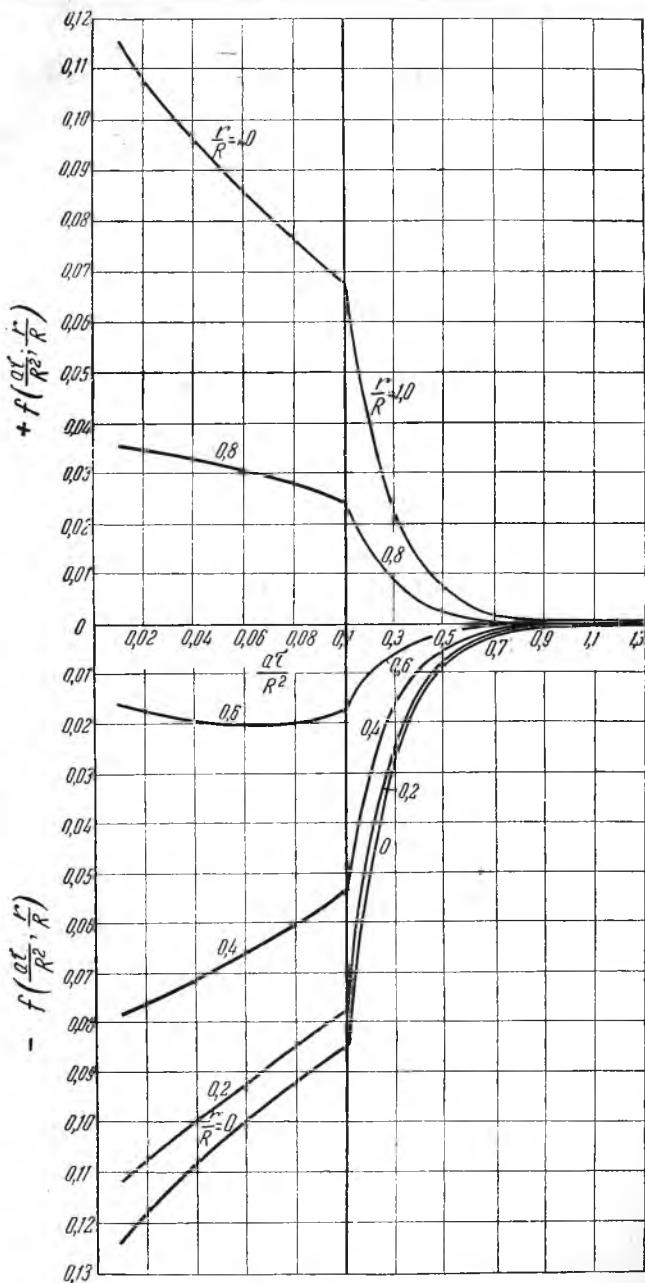


Рис. 92. Функции $f\left(\frac{\sigma r}{R^2}; \frac{r}{R}\right)$ для осевых напряжений в цилиндре при линейном изменении температуры поверхности

или

$$\frac{\sigma_z(1-\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta C\tau} = \frac{R^2}{a\tau} \left[\frac{1}{8} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2} \right) + f \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R} \right) \right]; \quad (\text{XI-21a})$$

где значения функций f для осевых напряжений приведены на рис. 92. Выражение (XI-21a) может быть также представлено в виде

$$\frac{\sigma_z(1-\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta C\tau} = F \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R} \right). \quad (\text{XI-21б})$$

Из рис. 92 можно видеть, что при достаточно большом значении τ , а именно, при $\tau > 0,5 \frac{R^2}{a}$, функции f (т. е. суммы бесконечного ряда) могут быть отброшены. Так как, согласно формуле (III-17),

$$\Delta t_m = \frac{CR^2}{4a},$$

то приближенные формулы приобретают вид:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{16a} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{\Delta t_m}{4} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right); \quad (\text{XI-22})$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{16a} \left(1 - 3 \frac{r^2}{R^2} \right) = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{\Delta t_m}{4} \left(1 - 3 \frac{r^2}{R^2} \right); \quad (\text{XI-23})$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{8a} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2} \right) = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{\Delta t_m}{2} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (\text{XI-24})$$

При $r=R$, т. е. на поверхности цилиндра,

$$\sigma_r^R = 0; \quad \sigma_\theta^R = \sigma_z^R = - \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{8a} = - \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{\Delta t_m}{2}. \quad (\text{XI-25})$$

При $r=0$, т. е. по оси цилиндра,

$$\sigma_r^0 = \sigma_\theta^0 = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{16a} = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{\Delta t_m}{4}; \quad (\text{XI-26})$$

$$\sigma_z^0 = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{8a} = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{\Delta t_m}{2}, \quad (\text{XI-27})$$

т. е. при установившемся состоянии абсолютная величина напряжений прямо пропорциональна максимальной разности температур поверхности и оси цилиндра.

Пример 2. Стальной вал диаметром 500 мм нагревается в печи с равномерной скоростью 150° в час. Найти изменение температурных напряжений на поверхности и по оси вала, если в начальный момент напряжения отсутствуют.

Решение. Имеем

$$R = 0,25 \text{ м}; \quad t^{\circ} = 0^{\circ}; \quad C = 150^{\circ} \text{ в час.}$$

Принимаем

$$\alpha = 0,025 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \beta = 12 \cdot 10^{-6}; \quad E = 20 \cdot 10^8 \text{ кг/мм}^2.$$

Определяем

для $\frac{r}{R} = 1,0$ и $\tau = 0,1$ часа;

$$1) \frac{\alpha \tau}{R^2} = \frac{0,025 \cdot 0,1}{0,25^2} = 0,04;$$

$$2) f(0,04; 1,0) = 0,097 \text{ (по рис. 92);}$$

$$3) \sigma_z^{\text{п}} = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^8}{1,0 - 0,3} \cdot \frac{150 \cdot 0,25^2}{0,025} \left[\frac{1}{8} (-1) + 0,097 \right] =$$

$$= -3,7 \text{ кг/мм}^2 \text{ [см. (XI-21)]};$$

$$4) \text{ для оси цилиндра } \left(\frac{r}{R} = 0 \right) \sigma_z^{\text{с}} = 3,0 \text{ кг/мм}^2;$$

5) для остальных промежутков времени:

$$\tau = 0,2; \quad 0,3; \quad 0,5; \quad 0,7; \quad 1,0; \quad 1,5; \quad 2,0 \text{ часа};$$

$$\sigma_z^{\text{п}} = -6,2; \quad -8,4; \quad -11,0; \quad -13,0; \quad -14,5; \quad -15,6; \quad -16,0 \text{ кг/мм}^2;$$

$$\sigma_z^{\text{с}} = +4,2; \quad +5,8; \quad +9,7; \quad +12,3; \quad +14,3; \quad +15,2; \quad +16,0 \text{ кг/мм}^2.$$

Для характеристики распределения напряжений при линейном изменении температуры поверхности на рис. 93 представлена пространственная диаграмма, иллюстрирующая изменение напряжений по радиусу цилиндра и во времени.

Из приведенных формул и графиков вытекают следующие выводы:

1) абсолютная величина напряжений прямо пропорциональна модулю упругости, коэффициенту расширения, скорости нагрева и увеличивается с увеличением радиуса цилиндра и с уменьшением температуропроводности;

2) радиальные напряжения имеют везде знак плюс, тангенциальные и осевые напряжения имеют на поверхности минус, по оси плюс, причем по абсолютной величине тангенциальные напряжения на поверхности больше, чем в центре; осевые напряжения имеют одинаковые значения;

3) нейтральные слои находятся на следующих расстояниях от центра: для радиальных напряжений при $\frac{r}{R} = 1,0$, для тангенциальных при $\frac{r}{R} = 0,68$, для осевых при $\frac{r}{R} = 0,71$;

4) изменение напряжений во времени происходит идентично изменению температурной разности по сечению тела, т. е. напряжения постепенно увеличиваются и, достигнув максимального

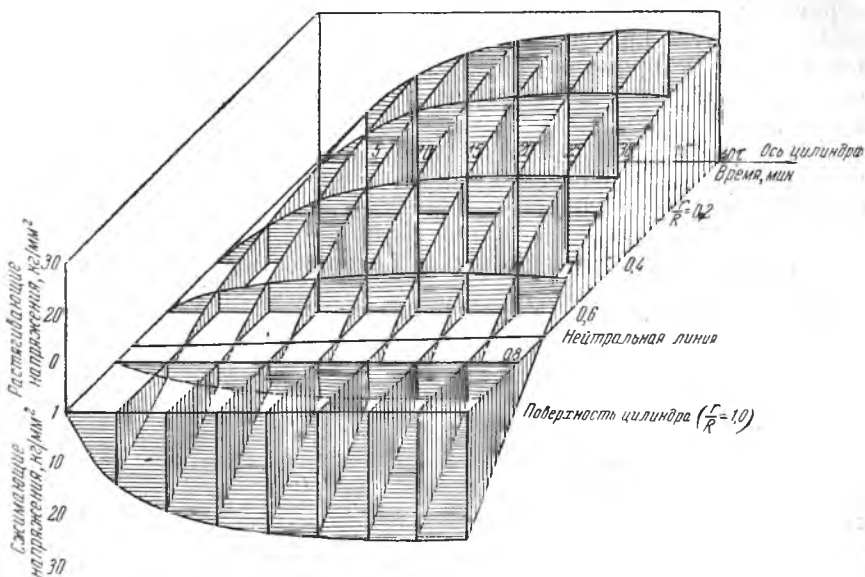


Рис. 93. Распределение напряжений в цилиндре при линейном изменении температуры поверхности

значения, сохраняют его постоянным при условии постоянства величин: β ; E ; a .

4. Линейное изменение температуры поверхности при наличии температурного градиента в начальный момент

Пользуясь решением (III—23), получаем:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{16a} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) + \frac{\beta E}{1-\nu} \left(\frac{CR^2}{a} - 4 \Delta t^\circ \right) f_r; \\ \sigma_\theta &= \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{16a} \left(1 - 3 \frac{r^2}{R^2} \right) + \frac{\beta E}{1-\nu} \left(\frac{CR^2}{a} - 4 \Delta t^\circ \right) f_\theta; \\ \sigma_z &= \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{8a} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2} \right) + \frac{\beta E}{1-\nu} \left(\frac{CR^2}{a} - 4 \Delta t^\circ \right) f_z, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XI—28})$$

где значения функций f_z для осевых напряжений определяются по рис. 92;

Δt° — начальная разность температур по сечению цилиндра.

Решения (XI—28) могут быть использованы для нахождения величины и распределения напряжений, а также изменения этого распределения во времени при изменении температуры поверхности цилиндра по произвольной кривой. В этом случае температурную кривую поверхности тела разбивают на участки, близкие к прямолинейным, и для каждого участка сперва определяют Δt° с помощью решения (III—28), а затем напряжения.

Решения (XI—28) были использованы для разработки методики определения допускаемой скорости нагрева по допускаемым напряжениям (стр. 266).

5. Нагрев при изменяющихся поверхностных условиях

Используя решение (VII—18), находим:

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{C_m R^2}{8a} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2}\right) + \\ + \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{R^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^4} \left[2 - \mu_n \frac{I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] A_n,$$

где

$$A_n = C_1 e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} + (C_2 - C_1) e^{-\mu_n^2 \frac{a}{R^2} (\tau - \tau_1)} + \dots$$

или

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{R^2}{a} \left\{ \frac{C_m}{8} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2}\right) + \right. \\ \left. + [C_1 f' + (C_2 - C_1) f'' + (C_3 - C_2) f''' + \dots] \right\}. \quad (\text{XI—29})$$

Значения f для осевых напряжений в зависимости от критериев $\frac{a\tau}{R^2}$ и $\frac{r}{R}$ определяются по рис. 92.

С помощью решения (XI—29) могут быть вычислены напряжения в любом интервале нагрева, если последний совершается по многоступенчатому графику, состоящему из прямолинейных участков; эти же решения могут быть использованы, если нагрев производится по заданной температурной кривой (см. выше).

Пример 3. Прокатный валок диаметром 800 мм нагревается по следующему графику:
от 20 до 200° со скоростью $C_1 = 60^{\circ}$ в час

$$\left(\text{т. е. за } \tau_1 = \frac{200 - 20}{60} = 3 \text{ часа} \right);$$

от 200 до 300° со скоростью $C_2 = 50^\circ$ в час

$$\left(\text{т. е. за } \tau_2 = \frac{300 - 200}{50} = 2 \text{ часа} \right);$$

от 300 до 500° со скоростью $C_3 = 80^\circ$ в час

$$\left(\text{т. е. за } \tau_3 = \frac{500 - 300}{80} = 2,5 \text{ часа} \right).$$

Найти величину осевых напряжений на глубине 40 мм от поверхности вала в момент достижения 500°, если

$$\lambda = 20 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad a = 0,015 \text{ м}^2/\text{час};$$

$$\beta = 12 \cdot 10^{-6}; \quad E = 18 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2.$$

Решение

$$\gamma = 0,9; \quad \frac{r}{R} = 0,9;$$

$$2) \quad \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 3,0 + 2,0 + 2,5 = 7,5 \text{ час.};$$

$$3) \quad \frac{a\tau}{R^2} = \frac{0,015 \cdot 7,5}{0,4^2} = 0,70; \quad \frac{a(\tau - \tau_1)}{R^2} = \frac{0,015 \cdot 4,5}{0,4^2} = 0,42;$$

$$\frac{a(\tau - \tau_1 - \tau_2)}{R^2} = 0,23;$$

$$4) \quad f'(0,70; 0,9) = 0,002; \quad f''(0,42; 0,9) = 0,009; \quad f'''(0,23; 0,9) = 0,023 \quad (\text{рис. 92});$$

$$5) \quad \sigma_z = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^3}{1,0 - 0,3} \cdot \frac{0,4^2}{0,015} \cdot \frac{80}{8} (1 - 2 \cdot 0,9^2) + [60 \cdot 0,002 + (50 - 60) \cdot 0,009 + (80 - 50) \cdot 0,023] = -17,6 \text{ кг/мм}^2 \text{ [см. (XI-29)]}.$$

Как указано было выше, если в каком-либо участке нагрева продолжительность $\tau_n \geq 0,5 \frac{R^2}{a}$, то суммы бесконечного ряда в формуле (XI-29) делаются достаточно малыми, и тогда без большой погрешности можно для расчетов пользоваться приближенными формулами вида (XI-22), (XI-23), (XI-24), (XI-26), (XI-27).

6. Нагрев при постоянной температуре печи

Если начальная температура тела t° , а температура окружающей среды t_r , то согласно решению (V-5).

$$N_n = (t^\circ - t_r) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n} \cdot \frac{I_1(\mu_n)}{I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}.$$

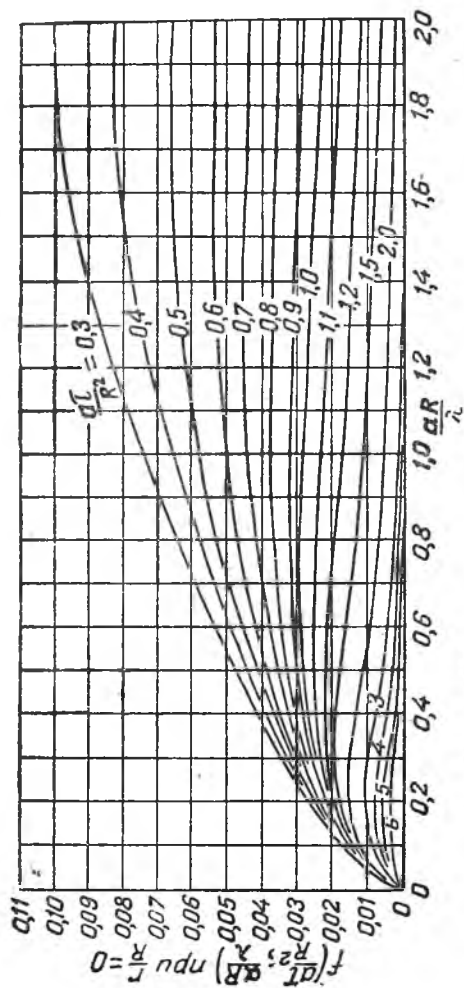


Рис. 94. Функции $f\left(\frac{aT}{R^2}; \frac{aR}{\lambda}\right)$ для радиальных напряжений в цилиндре при постоянной температуре окружающей среды

Подставляя это значение N_n в общие решения (XI—5), (XI—6) и (XI—9), получаем:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} (t^0 - t_r) \sum_{n=1}^{\infty} G_n \left[I_1(\nu_n) - \frac{R}{r} I_1\left(\nu_n \frac{r}{R}\right) \right] \cdot e^{-\nu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}, \quad (\text{XI—30})$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} (t^0 - t_r) \sum_{n=1}^{\infty} G_n \left[I_1(\nu_n) + \frac{R}{r} I_1\left(\nu_n \frac{r}{R}\right) - \nu_n I_0\left(\nu_n \frac{r}{R}\right) \right] e^{-\nu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}, \quad (\text{XI—31})$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} (t^0 - t_r) \sum_{n=1}^{\infty} G_n \left[2 I_1(\nu_n) - \nu_n I_0\left(\nu_n \frac{r}{R}\right) \right] e^{-\nu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}, \quad (\text{XI—32})$$

где

$$G_n = \frac{2}{\nu_n^2} \cdot \frac{I_1(\nu_n)}{I_0^2(\nu_n) + I_1^2(\nu_n)},$$

ν_n определяется как корни уравнения:

$$\nu_n I_1(\nu_n) = h R I_0(\nu_n).$$

В формулах (XI—30), (XI—31) и (XI—32) суммы бесконечного ряда можно рассматривать как функции критериев: $\frac{a\tau}{R^2}$;

$$\frac{aR}{\lambda} \text{ и } \frac{r}{R}.$$

Обозначив эти функции через f , получим

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta(t_r - t^0)} = f\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{aR}{\lambda}; \frac{r}{R}\right). \quad (\text{XI—33})$$

На рис. 95, б представлены значения функций f для тангенциальных напряжений в зависимости от критериев $\frac{a\tau}{R^2}$ и $\frac{r}{R}$, но при определенном значении критерия $\frac{aR}{\lambda}$, равном 0,6.

На рис. 94, 95, а и 96 в графическом виде даны значения функций f для радиальных, тангенциальных и осевых напряжений в зависимости от критериев $\frac{a\tau}{R^2}$ и $\frac{aR}{\lambda}$ при $\frac{r}{R} = 1$ и $\frac{r}{R} = 0$.

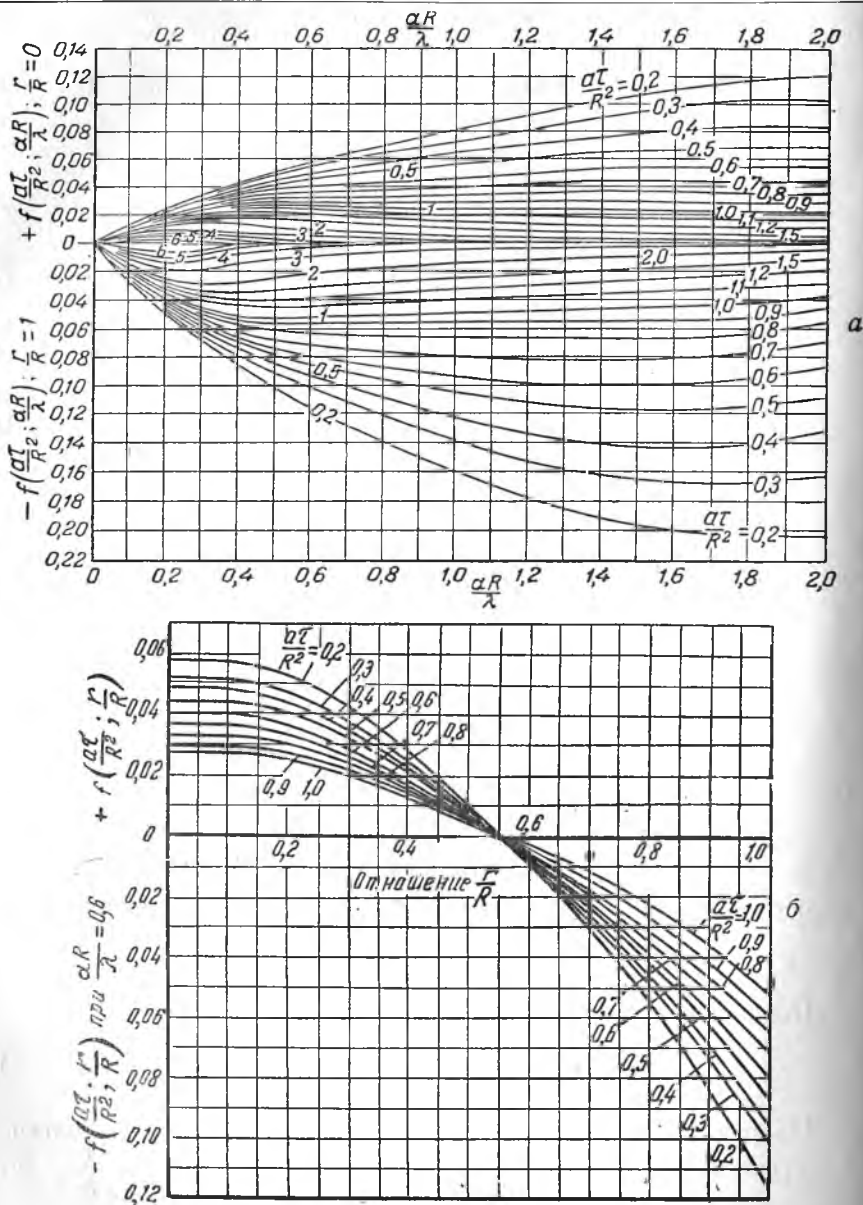


Рис. 95. Функции $f\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$ для тангенциальных напряжений в цилиндра при постоянной температуре окружающей среды:
а — функции для поверхности и оси цилиндра; б — распределение напряжений по сечению

Из приведенных формул и графиков вытекают следующие выводы:

1) максимальные напряжения по абсолютной величине получаются на поверхности, либо на оси цилиндра:

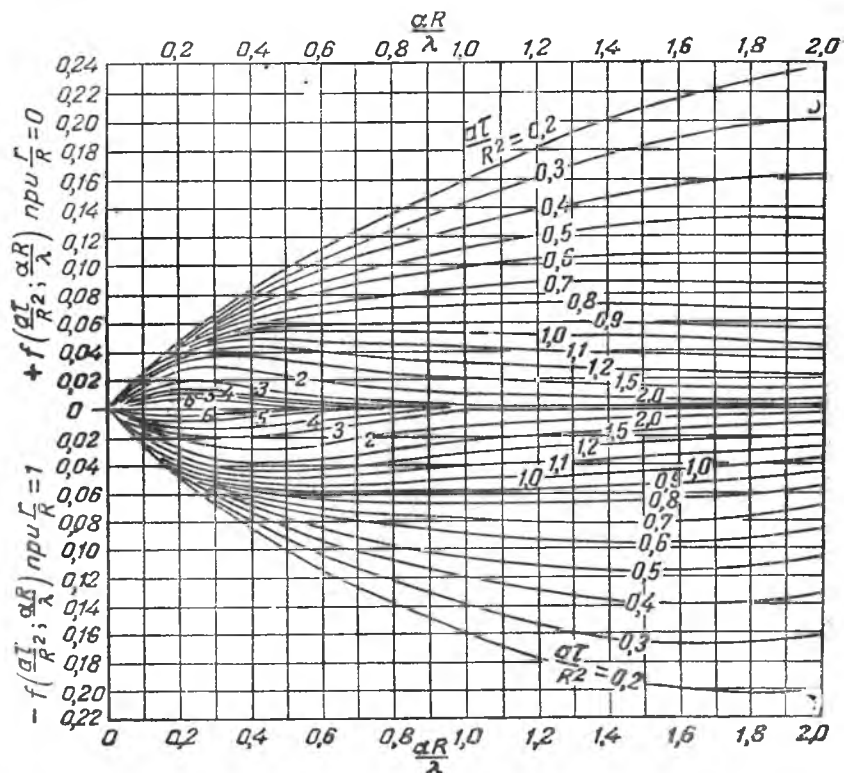


Рис. 96. Функции $f\left(\frac{\sigma_r}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$ для осевых напряжений в цилиндре при постоянной температуре окружающей среды

2) при нагреве радиальные напряжения на поверхности равны нулю, по оси имеют положительное значение и, следовательно, по всему сечению имеют знаки плюс;

3) тангенциальные и осевые напряжения при нагреве имеют на поверхности знак минус, по оси — плюс. Нейтральные слои для тангенциальных напряжений расположены ближе к оси, чем для осевых;

4) абсолютная величина напряжений с течением времени сперва увеличивается до максимума, а затем постепенно падает (см. рис. 97).

Из изложенного следует, что для решения практических вопросов, связанных с нагревом металла, достаточно знать напряжения на поверхности и по оси цилиндра.

Пример 4. Холодный слиток круглого сечения диаметром 400 мм посажен в печь при температуре 800° . Определить температурные напряже-

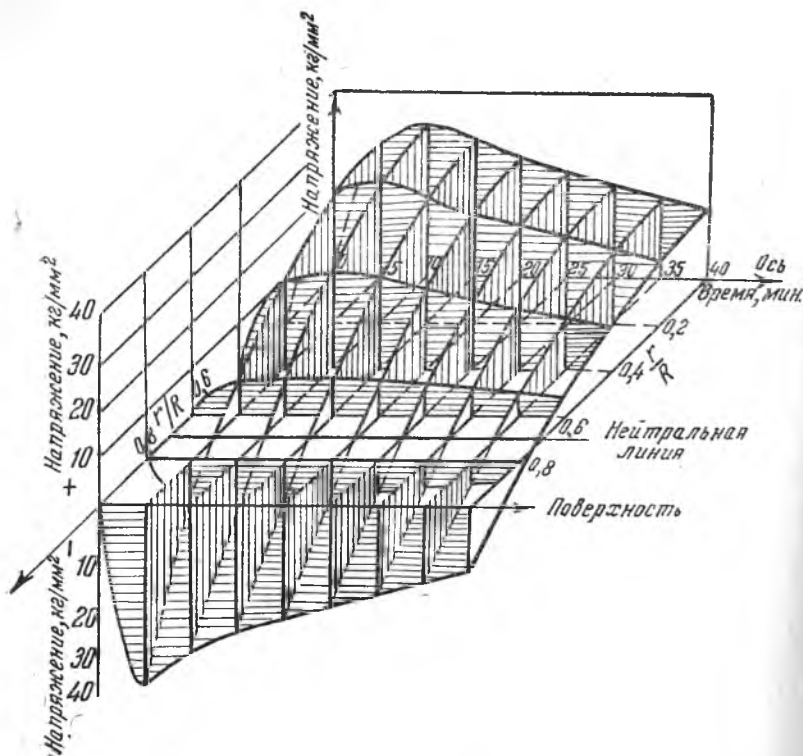


Рис. 97. Распределение напряжений в цилиндре при постоянной температуре печи

ния на поверхности и по оси слитка в момент достижения 400° на поверхности.

Решение. Имеем

радиус цилиндра $R = 0,2$ м; температура печи $t_p = 800^{\circ}$; начальная температура металла $t^{\circ} = 20^{\circ}$; конечная температура металла $t_n = 400^{\circ}$.

Принимаем

$$\lambda = 26 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{С}, \quad a = 0,022 \text{ м}^2/\text{час}, \quad \beta = 11,5 \cdot 10^{-6},$$

$$E = 18 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2, \quad \alpha = 90 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{С}.$$

Находим

1) Критерий

$$\frac{\alpha R}{\lambda} = \frac{90 \cdot 0,2}{26} = 0,69.$$

2) Функция (для поверхности цилиндра)

$$\Phi_{\Pi} = \frac{t_{\Pi} - t_{\Gamma}}{t^{\circ} - t_{\Gamma}} = \frac{400 - 800}{20 - 800} = 0,51.$$

3) По рис. 35 значениям $\frac{\alpha R}{\lambda} = 0,69$ и $\Phi = 0,51$ соответствует

$$\frac{\alpha \tau}{R^2} = 0,45.$$

4) Функции f при $\frac{\alpha \tau}{R^2} = 0,45$ и $\frac{\alpha R}{\lambda} = 0,69$

(по рис. 94—96):

а) для поверхности

$$f_r = 0; \quad f_{\theta} = -0,098; \quad f_z = -0,082;$$

б) для оси

$$f_r = +0,05; \quad f_{\theta} = +0,052; \quad f_z = +0,09.$$

5) Напряжения [см. (XI—33)]:

а) на поверхности

$$\begin{aligned} \sigma_r = 0; \quad \sigma_{\theta} &= \frac{11,5 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^3}{1,0 - 0,3} (800 - 20) \cdot (-0,098) = \\ &= -22,6 \text{ кг/мм}^2; \\ \sigma_z &= -19,0 \text{ кг/мм}^2; \end{aligned}$$

б) по оси

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{11,5 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^3}{1,0 - 0,3} (800 - 20) \cdot 0,05 = +11,5 \text{ кг/мм}^2; \\ \sigma_{\theta} &= +12,0 \text{ кг/мм}^2; \\ \sigma_z &= +23,1 \text{ кг/мм}^2. \end{aligned}$$

На рис. 97 представлено распределение напряжений по радиусу цилиндра и изменение этого распределения во времени при заданной постоянной температуре печи.

Выведенные решения послужили основанием для разработки методики определения допускаемой температуры печи при нагреве тел в форме кругового цилиндра (см. ниже стр. 273).

Если в начальный момент в теле имеется температурный градиент Δt° , то согласно решению (V—32), напряжения в этом случае определяются из выражения:

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\beta(t_{\Gamma} - t_{\Pi}^{\circ} + 0,6 \Delta t^{\circ})} = f \left(\frac{\alpha \tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}; \frac{r}{R} \right). \quad (\text{XI—34})$$

Для вычисления функций f в решении (XI—34) могут быть использованы рис. 94—96.

Пользуясь формулой (XI—34), можно вычислить напряжения при переменной температуре печи, для чего рассматриваемый период нагрева разбивается на участки с усреднением температуры печи в каждом участке и с учетом начальной разности температур.

Сопоставление рис. 90, 93 и 97, показывающих распределение температурных напряжений при трех различных способах нагрева, — при мгновенном изменении температуры поверхности, при

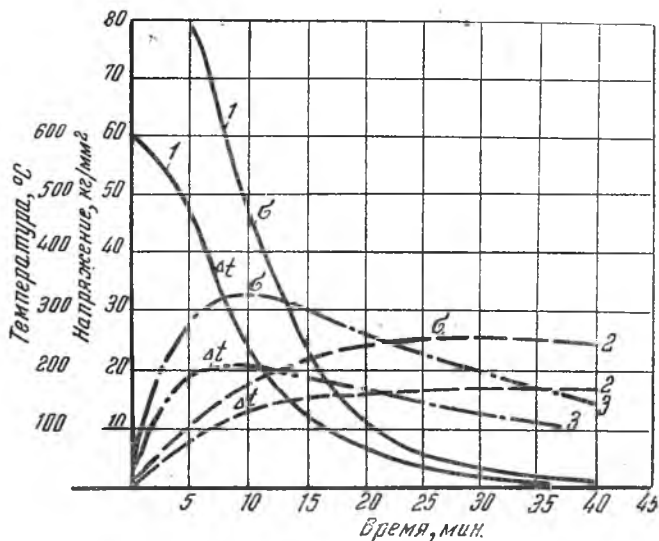


Рис. 98. Сопоставление разности температур и температурных напряжений при разных способах нагрева:

σ — напряжение; Δt — разность температур поверхности и середины; 1 — мгновенное повышение температуры поверхности; 2 — равномерная скорость нагрева; 3 — нагрев при постоянной температуре печи

равномерной скорости нагрева и при постоянной температуре печи, — позволяет сравнить характер изменения температурных напряжений во времени при этих способах нагрева.

На рис. 98 показано изменение температурных напряжений и разности температур поверхности и оси цилиндра при этих же способах нагрева.

Рассмотрение этих рисунков еще раз убеждает, что характер изменения температурных напряжений во времени аналогичен изменению температурной разности по сечению тела.

Данное положение может быть использовано для вычисления напряжений при более сложных случаях нагрева и, в частности, для несимметричного нагрева.

Надо полагать, что при несимметричном нагреве эпюра напряжений будет сдвинута относительно геометрической оси цилиндра аналогично смещению кривой распределения температур по сечению (стр. 159).

Таким образом, вычисление напряжений при несимметричном нагреве может быть сделано с помощью коэффициента неравномерности μ . Предположение это, однако, требует экспериментального подтверждения.

Глава XII

Температурные напряжения в полом цилиндра

1. Линейное изменение температуры поверхности при двухстороннем нагреве

Для определения температурных напряжений в полом цилиндра были использованы данные из теории упругости и соответствующие решения уравнения теплопроводности из главы VI.

Если полый цилиндр, имеющий в начальный момент одинаковую по всему сечению температуру, нагревается с равномерной скоростью $C^\circ/\text{час}$ при двухстороннем подводе тепла, то, отбрасывая суммы бесконечного ряда, получаем:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{Cb^2}{a} \left[\frac{1}{16} \left(K^2 - \frac{r^2}{b^2} \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{b^2}{r^2} K^2 - 1 \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{8} (K^2 - 1) \frac{\ln \frac{r}{bK}}{\ln \frac{1}{K}} \right] \quad (\text{XII}-1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{Cb^2}{a} \left[\frac{1}{16} \left(K^2 + \frac{r^2}{b^2} \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{8} (K^2 - 1) \frac{\ln \frac{r}{bK}}{\ln \frac{1}{K}} - \frac{1}{4} \frac{r^2}{b^2} \right]; \quad (\text{XII}-2)$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{r C b^2}{a} \left[\frac{1}{8} K^2 \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{K^2 b^2}{r^2} - 1 \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{4} (K^2 - 1) \frac{\ln \frac{r}{bK}}{\ln \frac{1}{K}} - \frac{1}{4} \frac{r^2}{b^2} \right], \quad (\text{XII-3})$$

где R — наружный радиус, цилиндра;

b — внутренний радиус;

$$K = \frac{R}{b}.$$

В общем виде эти же решения можно выразить следующим образом:

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \cdot \frac{a}{\beta C b^2} = f\left(\frac{r}{b}; K\right). \quad (\text{XII-4})$$

Функции f (см. XII—4) для осевых напряжений представлены графически на рис. 99 в зависимости от $\frac{r}{b}$ и при разных значениях отношения K . Этими графиками следует пользоваться для вычисления температурных напряжений.

Пример 1. Полый цилиндр из стали марки ОХМ диаметром 180 мм с толщиной стенки 40 мм нагревается со скоростью 1200° в час; найти распределение температурных напряжений по сечению цилиндра.

Решение. Имеем наружный радиус цилиндра $R = 0,09$ м; внутренний

радиус $b = 0,05$ м; отношение $K = \frac{0,09}{0,05} = 1,8$;

скорость нагрева $C = 1200^\circ$ в час.

Принимаем

$$a = 0,025 \text{ м}^2/\text{час}; \quad \beta = 14 \cdot 10^{-6}; \quad E = 20 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2.$$

Определяем:

1) для осевых напряжений

при $\frac{r}{b} = 1,0$; $f(1; 1,8) = -0,055$ (по рис. 99);

$$2) \quad \sigma_z = \frac{14 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3}{1,0 - 0,3} \cdot \frac{1200 \cdot 0,05^2}{0,025} (-0,055) = -2,64 \text{ кг/мм}^2$$

[см. (XII—4)];

3) аналогичным образом находим:

при $\frac{r}{b} = 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8$
 $f = -0,014; +0,01; +0,023; +0,026; +0,023; +0,01; -0,014; -0,055$
 $\sigma_z \text{ кг/мм}^2 = -0,67; +0,48; +1,10; +1,25; +1,10; +0,48; -0,67; -2,64$

Результаты вычислений представлены на рис. 101.



Рис. 99. Осевые напряжения в полом цилиндре при двухстороннем нагреве с равномерной скоростью

Из приведенных формул и графиков, вытекают следующие выводы:

1. При $r = R$, т. е. на наружной поверхности цилиндра,

$$\sigma_r^H = 0; \quad \sigma_\theta^H = \sigma_z^H, \quad (\text{XII—5})$$

т. е. на наружной поверхности цилиндра радиальные напряжения равны нулю, а тангенциальные и осевые напряжения равны между собой.

2. При $r = b$, т. е. на внутренней поверхности цилиндра,

$$\sigma_r^H = 0; \quad \sigma_\theta^H = \sigma_z^H, \quad (\text{XII—6})$$

т. е. на внутренней поверхности цилиндра радиальные напряжения также равны нулю, а тангенциальные и осевые напряжения равны между собой.

3. Сложив все три напряжения, получаем:

$$\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z = 2\sigma_z,$$

или

$$\sigma_r + \sigma_\theta = \sigma_z, \quad (\text{XII-7})$$

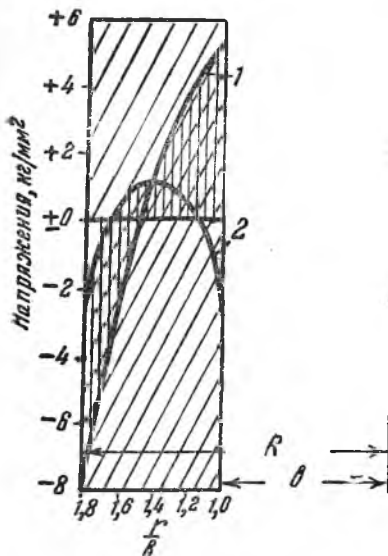


Рис. 100. Распределение температурных напряжений в полой цилиндрической стенке при двухстороннем и одностороннем нагреве (к примерам 1—2, стр. 222 и 225):

1 — напряжения при одностороннем нагреве; 2 — напряжения при двухстороннем нагреве

г. е. осевое напряжение в полой цилиндрической стенке равно сумме радиального и тангенциального. Отсюда понятны также выводы о равенстве осевых и тангенциальных напряжений на наружной и внутренней поверхностях цилиндра.

4. При двухстороннем симметричном нагреве напряжения распределены симметрично.

5. При нагреве на наружной и внутренней поверхностях цилиндра осевые и тангенциальные напряжения имеют знак минус и наибольшие по абсолютной величине значения.

6. Наибольшее растягивающее напряжение совпадает с серединой толщины стенки. Наибольшее сжимающее напряжение превышает по абсолютной величине наибольшее растягивающее. При охлаждении получается обратное соотношение.

7. Нейтральные слои расположены ближе к поверхностям, чем к середине.

8. С увеличением отношения $\frac{R}{\psi}$ абсолютная величина напряжений увеличивается.

9. Абсолютная величина напряжений прямо пропорциональна скорости нагрева и при установившемся состоянии прямо пропорциональна квадрату внутреннего радиуса цилиндра и обратно пропорциональна температуропроводности.

2. Линейное изменение температуры поверхности при одностороннем нагреве

Если полый цилиндр, имеющий по всему сечению одинаковую температуру t^0 , нагревается при одностороннем подводе тепла со стороны наружной поверхности с равномерной скоростью $C^\circ/\text{час}$, то после отбрасывания сумм бесконечного ряда решения получаются в виде:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{Cb^2}{a} \left[\frac{1}{16} \left(K^2 - \frac{r^2}{b^2} \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) + \frac{1}{4} \frac{\frac{b^2}{r^2} K^2 - 1}{K^2 - 1} \ln K - \frac{1}{4} \ln \frac{b}{r} K \right]; \quad (\text{XII-8})$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{Cb^2}{a} \left[\frac{1}{16} \left(K^2 + \frac{r^2}{b^2} \right) \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) - \frac{1}{4} \frac{\frac{b^2}{r^2} K^2 + 1}{K^2 + 1} \ln K - \frac{1}{4} \ln \frac{b}{r} K + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{r^2}{b^2} \right) \right]; \quad (\text{XII-9})$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{Cb^2}{a} \left[\frac{1}{8} (K^2 + 1) - \frac{1}{2} \frac{\ln K}{K^2 - 1} - \frac{1}{2} \ln \frac{b}{r} K + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{r^2}{b^2} \right) \right]. \quad (\text{XII-10})$$

или в общем виде:

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \cdot \frac{a}{\beta C b^2} = f \left(\frac{r}{b}; K \right), \quad (\text{XII-11})$$

где функции f для радиальных напряжений изображены графически на рис. 101 в виде зависимости от значений $\frac{r}{b}$ и K , а для осевых напряжений — на рис. 102. Графики эти облегчают вычисление температурных напряжений в полom цилиндре для рассматриваемого случая нагрева.

Пример 2. Полый цилиндр из стали марки ОХМ диаметром 180 мм, с толщиной стенки 40 мм нагревается со скоростью 1200° в час при одностороннем подводе тепла. Найти распределение температурных напряжений по сечению цилиндра.

Решение. Имеем

$$R = 0,09 \text{ м}; \quad b = 0,05 \text{ м}; \quad K = \frac{R}{b} = 1,8; \quad C = 1200^\circ/\text{час}.$$

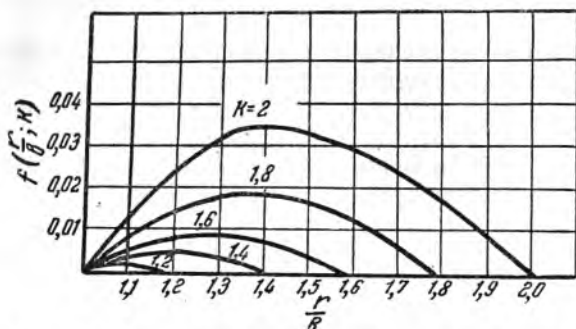


Рис. 101. Радиальные напряжения в полном цилиндре при одностороннем нагреве с равномерной скоростью

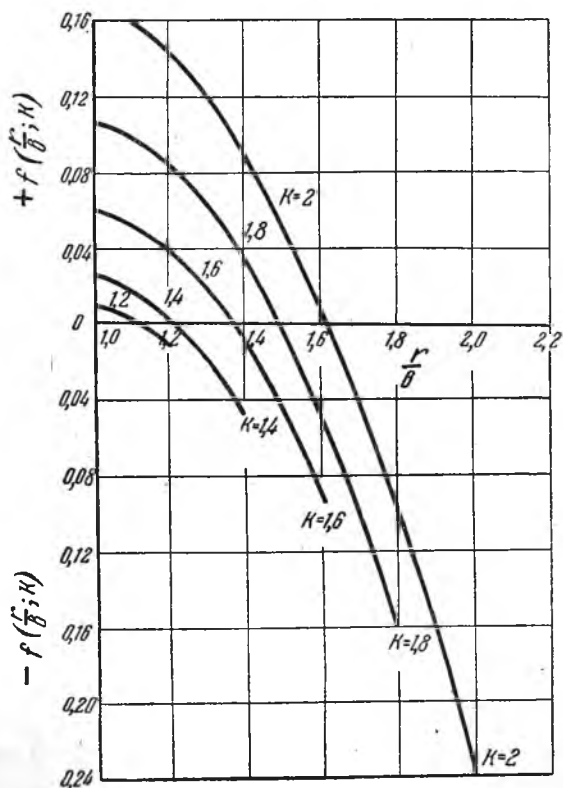


Рис. 102. Осевые напряжения в полном цилиндре при одностороннем нагреве

Принимаем

$$\alpha = 0,025 \text{ м}^2/\text{час.}; \quad \beta = 14 \cdot 10^{-6}; \quad E = 20 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2.$$

Определяем

при $\frac{r}{b} = 1; \quad f(1; 1,8) = +0,108 \text{ (рис. 102);}$

$$\sigma_z = \frac{14 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3}{1,0 - 0,3} \cdot \frac{1200 \cdot 0,05^2}{0,025} \cdot 0,108 = +5,18 \text{ кг/мм}^2$$

[см. (XII—11)].

Аналогичным образом находим:

при $\frac{r}{b} = 1,2; \quad 1,4; \quad 1,6; \quad 1,8$

$$f = +0,085; \quad +0,04; \quad -0,048; \quad -0,16$$

$$\sigma_z = +4,08; \quad +1,92; \quad -2,31; \quad -7,67 \text{ кг/мм}^2.$$

Результаты вычислений представлены на рис. 100.

Анализ выведенных формул и графиков позволяет сделать следующие выводы:

1. Как и в других аналогичных случаях нагрева, температурные напряжения по абсолютной величине прямо пропорциональны коэффициенту расширения, модулю упругости, скорости нагрева.

2. При установившемся состоянии напряжения прямо пропорциональны квадрату внутреннего радиуса цилиндра, обратно пропорциональны температуропроводности и увеличиваются с увеличением отношения наружного радиуса к внутреннему (K).

3. При нагреве на внутренней поверхности цилиндра осевые и тангенциальные напряжения имеют положительное значение, на наружной поверхности — отрицательное значение, при охлаждении — знаки меняются на обратные. Нейтральный слой находится несколько ближе к наружной поверхности.

4. Осевые и тангенциальные напряжения имеют наибольшее значение по абсолютной величине на наружной поверхности.

5. Радиальные напряжения везде имеют знак плюс. Наибольшее значение по абсолютной величине имеют радиальные напряжения по середине толщины стенки, несколько ближе к внутренней поверхности. На наружной и внутренней поверхностях радиальные напряжения равны нулю.

НАГРЕВ СЛИТКОВ И ЗАГОТОВОК В ПЕЧАХ РАЗНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Общие соображения

Печи для нагрева металла можно классифицировать по ряду признаков; из них наиболее существенными являются: 1) назначение печи; 2) форма, размеры и расположение нагреваемого металла; 3) распределение температур в рабочем пространстве печи; 4) способ посадки, перемещения и выдачи металла.

Классификация печей по назначению прежде всего определяется технологическим процессом, для которого предназначена печь. С этой точки зрения различают печи прокатные, кузнечные и термические. Процессы нагрева в каждой из этих категорий печей имеют свои специфические особенности, связанные с требованиями, которые предъявляются к нагреваемому объекту.

Для указанных групп печей существует и дальнейшее подразделение их по назначению, но оно скорее обусловлено формой, размерами и отчасти расположением нагреваемого металла в печи.

Так, например, к прокатным печам относятся колодцы, предназначенные для нагрева крупных слитков при вертикальном их расположении, методические перекатные печи для круглых слитков или заготовок, методические «толкательные» печи для слитков и заготовок квадратного и прямоугольного сечения и т. п.

С точки зрения распределения температур существуют печи: 1) с постоянной температурой в пространстве и во времени; 2) с постоянной температурой в пространстве, но переменной во времени; 3) с постоянной температурой во времени, но переменной в пространстве (по длине); 4) с переменной температурой во времени и в пространстве.

Наконец, по способу посадки и выдачи различаются печи периодические и непрерывные.

Огромное разнообразие конструкций нагревательных печей предопределяется не только указанными признаками, но и многими другими (например, род и способ сжигания топлива, наличие подогревателей воздуха и газа и т. п.).

При решении практических вопросов нагрева должны учитываться все особенности перечисленных категорий печей.

Если известна температура печи, то в условиях производства приходится решать следующие задачи: определять температуру

металла по заданному времени нагрева, либо определять время нагрева (или охлаждения) по заданной температуре металла.

Более важен для работы предприятий, в особенности для заводов качественной металлургии, выбор или установление режима нагрева. Вопросы эти могут возникнуть в следующих случаях: 1) при освоении нагрева сталей новых марок и размеров в существующих печах; 2) при проектировании или вводе в эксплуатацию новых печных агрегатов; 3) при пересмотре существующих графиков нагрева и инструкций с целью увеличения производительности, достижения экономии топлива или улучшения качества продукции.

Для решения поставленных здесь вопросов будем пользоваться теорией нагрева, рассмотренной в предыдущих частях работы, экспериментальными исследованиями процесса нагрева, а также данными заводской практики.

Глава XIII

Теплообмен в рабочем пространстве нагревательных печей

1. Основные расчетные формулы

Процесс нагрева характеризуется тем, что тепло из окружающей среды, т. е. из рабочего пространства печи, передается на поверхность тела, а с поверхности распространяется внутрь тела. При охлаждении эти же явления происходят в обратном направлении. Таким образом, как при нагреве, так и при охлаждении имеют место внешний и внутренний теплообмен, взаимно связанные между собой.

В настоящей главе мы вкратце на основе литературных данных рассмотрим внешний теплообмен, так как расчет режима нагрева и его обеспечение в заводских условиях невозможны без учета внутреннего теплообмена с внешним.

С точки зрения теплообмена рабочее пространство нагревательной печи представляет собою систему, состоящую из кладки, металла и газов.

Основным носителем тепловой энергии являются газы, от которых тепло передается кладке и металлу излучением и конвекцией. Тепло от кладки, в свою очередь, переходит на металл излучением через слой газов и частично теряется во внешнюю среду.

Основная задача заключается в определении количества тепла, воспринимаемого металлом в процессе нагрева. Для этого необходимо проанализировать весь ход процесса, который представляет собою исключительно сложное явление.

Теоретическому исследованию теплообмена в замкнутом пространстве посвящено много работ. Имеются также экспериментальные работы в этой области; наиболее обстоятельные работы выполнены советскими учеными и, в частности, В. Н. Тимофеевым, Г. Л. Поляком и др.

Вопросами теплообмена в печах занимались М. А. Глинок, И. М. Рафалович, Б. И. Китаев.

Ниже излагается методика расчета теплообмена, предложенная В. Н. Тимофеевым¹.

При рассмотрении данного вопроса приняты следующие допущения, упрощающие выводы:

1) одинаковая температура газов по всему рабочему пространству;

2) одинаковая температура поверхности металла, воспринимающей тепло;

3) одинаковая во всех направлениях поглотительная способность газов;

4) равномерное по всей поверхности кладки отражение лучистых потоков;

5) поверхность металла — плоская и по величине совпадает с площадью пода печи.

Принимаем следующие обозначения:

t_g — температура газов в абсолютной шкале, °К;

T_m — температура металла в абсолютной шкале, °К;

F_m — лучевоспринимающая поверхность металла, m^2 ;

F_k — лучевоспринимающая поверхность кладки, m^2 ;

F_p — площадь пода печи, m^2 ;

ε_g — степень черноты газов;

$$\sigma_g = \varepsilon_g \cdot 4,96$$

ε_m — степень черноты металла;

φ — угловой коэффициент²;

O^k — полное излучение кладки;

Q^m — полное излучение металла;

q_k — тепло, передаваемое кладке конвекцией, $кал/м^2 \cdot час$;

$q_{вн}$ — тепло, теряемое кладкой во внешнюю среду, $кал/м^2 \cdot час$.

¹ В. Н. Тимофеев, Сборник научно-исследовательских работ УОВТИ, 1940, в. 5.

² Нижний и верхний индексы, стоящие рядом с символом углового коэффициента, обозначают соответственно поверхности, посылающую и получающую тепловое излучение.

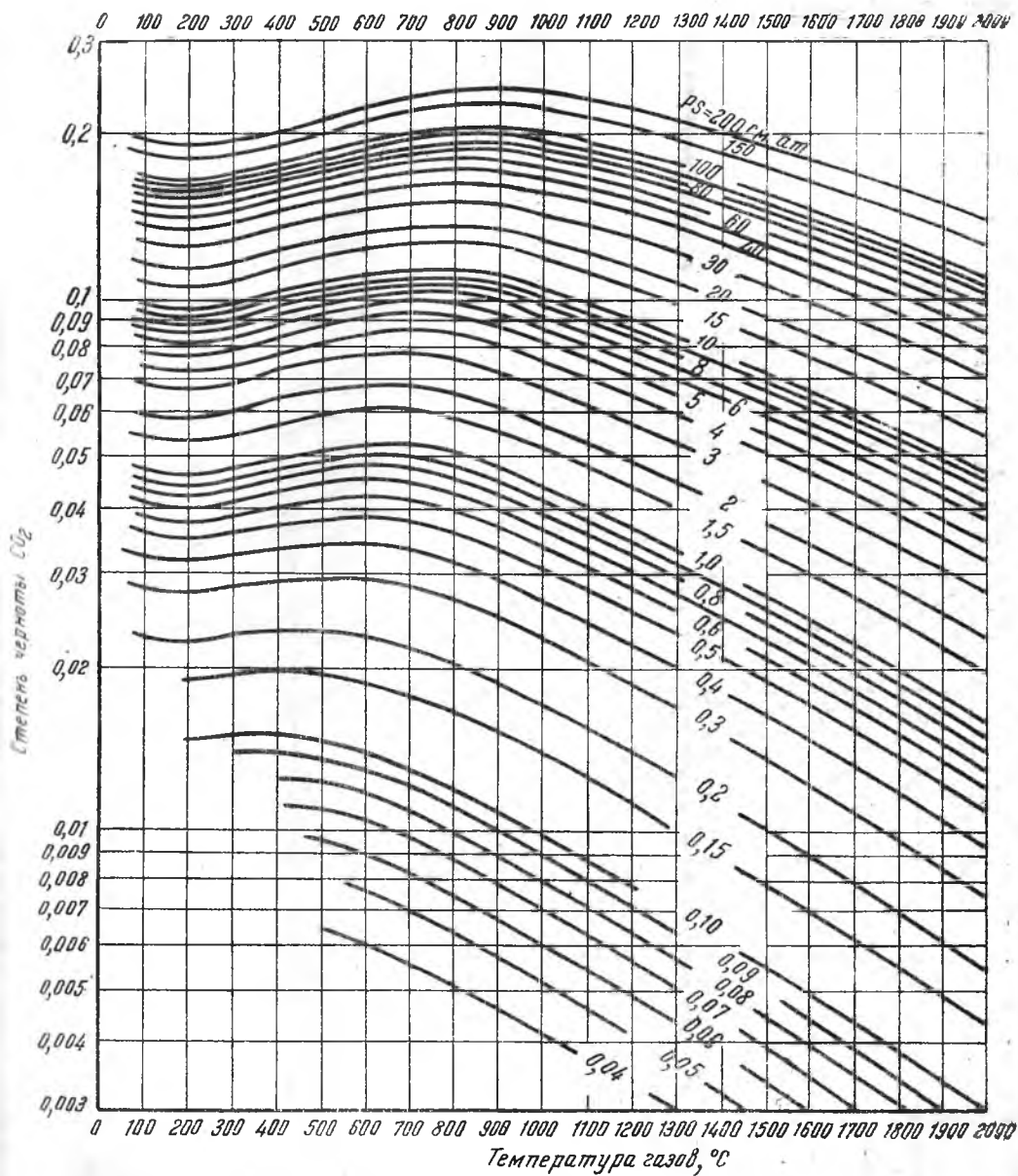
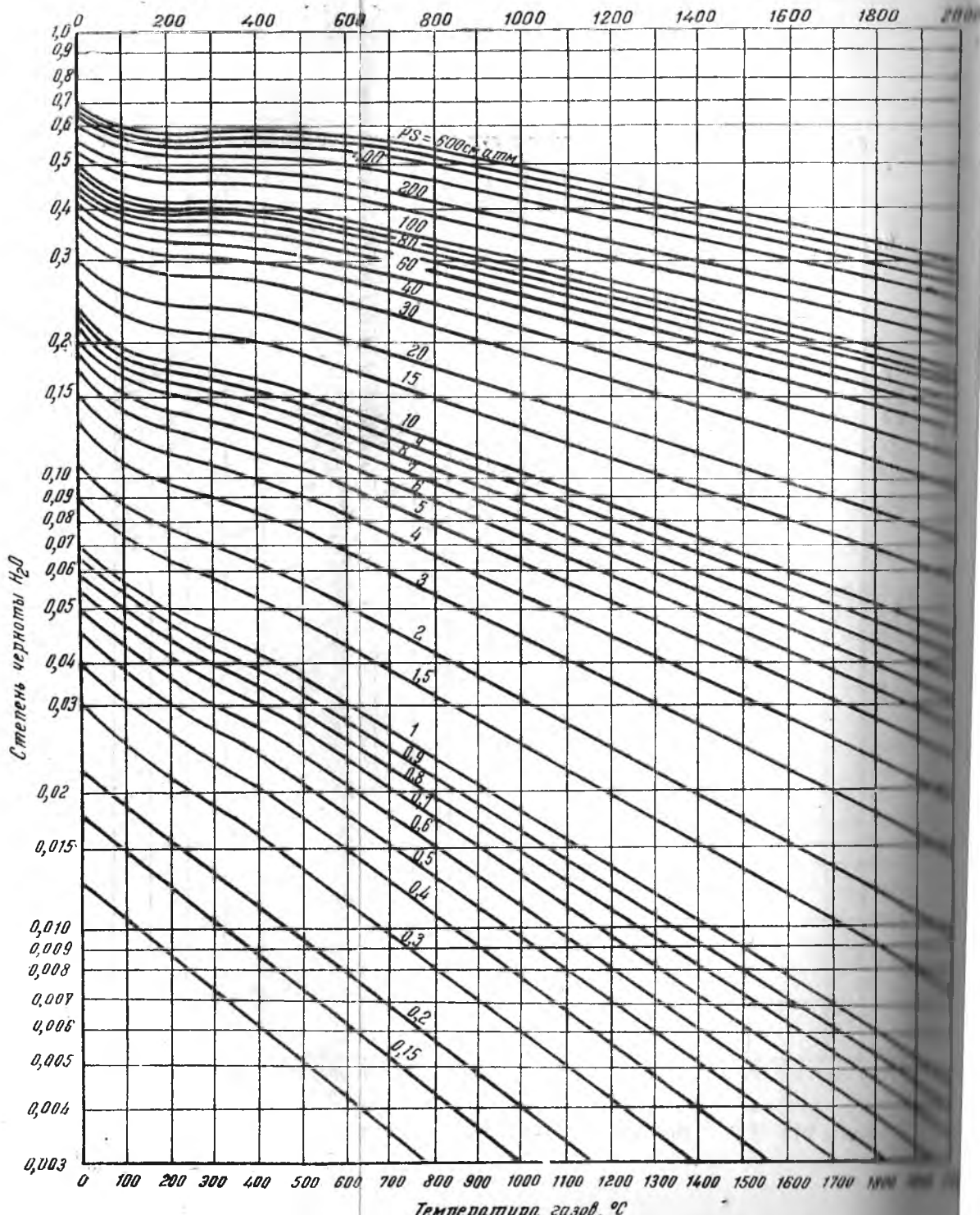


Рис. 103. Степень черноты слоев CO_2



Составляя балансы тепла: 1) воспринимаемого металлом Q , 2) посылаемого кладкой Q^K и 3) излучаемого поверхностью металла Q^M , после соответствующих подстановок получаем выражение для количества тепла¹, воспринимаемого металлом:

$$Q = \sigma_{\Gamma} \varepsilon_M \frac{[\varphi_K^M (1 - \varepsilon_{\Gamma}) + 1] - \frac{(q_{\text{вн}} - q_K)(1 - \varepsilon_{\Gamma})}{\sigma_{\Gamma}(T_{\Gamma}^4 - T_M^4) 10^{-8}}}{\varphi_K^M (1 - \varepsilon_{\Gamma}) [\varepsilon_M + \varepsilon_{\Gamma}(1 - \varepsilon_M)] + \varepsilon_{\Gamma}} F_M (T_{\Gamma}^4 - T_M^4) 10^{-8}. \quad (\text{XIII}-1)$$

В виду сложности формулы (XIII — I) для практических расчетов сделаем допущение, что тепло, передаваемое от газов кладке конвекцией, приблизительно равно потере тепла во внешнюю среду, или $q_K = q_{\text{вн}}$.

Тогда

$$Q = \sigma_{\Gamma} \varepsilon_M \frac{\varphi_K^M (1 - \varepsilon_{\Gamma}) + 1}{\varphi_K^M (1 - \varepsilon_{\Gamma}) [\varepsilon_M + \varepsilon_{\Gamma}(1 - \varepsilon_M)] + \varepsilon_{\Gamma}} F_M (T_{\Gamma}^4 - T_M^4) 10^{-8} \quad (\text{XIII}-2)$$

или, введя соответствующие обозначения,

$$Q = \sigma_{\text{в}} F_M \left[\left(\frac{T_{\Gamma}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_M}{100} \right)^4 \right], \quad (\text{XIII}-3)$$

где

$$\sigma_{\text{в}} = 4,96 \cdot \varepsilon_{\Gamma} \varepsilon_M \frac{\varphi_K^M (1 - \varepsilon_{\Gamma}) + 1}{\varphi_K^M (1 - \varepsilon_{\Gamma}) [\varepsilon_M + \varepsilon_{\Gamma}(1 - \varepsilon_M)] + \varepsilon_{\Gamma}}. \quad (\text{XIII}-4)$$

Величину $\sigma_{\text{в}}$ называют видимым коэффициентом излучения². Входящую в выражение (XIII—4) степень черноты газов (несветящегося пламени) ε_{Γ} можно определить из рис. 103 и 104, в зависимости от температуры газов и произведений $(ps)_{\text{CO}}$ и $(ps)_{\text{H}_2\text{O}}$, в которых p — парциальные давления углекислоты и водяного пара в *ата*, а s — средняя эффективная длина луча в *см*.

Перед вычислением степени черноты несветящегося пламени вводится поправка, зависящая от парциального давления $p_{\text{H}_2\text{O}}$ и $(ps)_{\text{H}_2\text{O}}$.

Суммарная степень черноты светящегося пламени определяется по экспериментальным данным и достигает 0,60 в зависимости от рода топлива и способа его сжигания³.

¹ Тепло, передаваемое конвекцией газов на металл, здесь не учитывается.

² По В. Н. Тимофееву, в видимый коэффициент излучения $\sigma_{\text{в}}$ входит множитель 10^{-8} , но для наших расчетов удобнее 10^{-8} перенести в температурный фактор, что и было сделано в выражениях (XIII-3) и (XIII-4).

³ И. М. Рафалович, Тепловые расчеты пламенных печей, 1949.

Степень черноты металла ϵ_m принимается по справочным данным, имеющимся во всех учебниках по теплопередаче и многих курсах по металлургическим печам.

Для определения углового коэффициента φ_K^M существует несколько методов, в том числе метод Г. Л. Поляка¹. Угловой коэффициент вычисляется по формулам или номограммам, в зависимости от геометрической конфигурации излучающих поверхностей.

Для ряда практических случаев можно считать, что величина углового коэффициента от кладки к металлу φ_K^M приблизительно равна отношению эффективной поверхности металла, воспринимающей тепло, к поверхности кладки, иначе говоря:

$$\varphi_K^M = \frac{F_M}{F_K}. \quad (\text{XIII—5})$$

В выведенных формулах предполагается, что под печи полностью покрыт металлом и что поверхность металла плоская.

Таблица 6

Отношение $\frac{F'_M}{F_M}$ (по Г. Л. Поляку)¹

Форма поперечного сечения слитка или заготовки	Отношение ширины промежутков к толщине заготовки										
	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
Квадратная . . .	1,00	0,99	0,98	0,95	0,91	0,82	0,74	0,67	0,61	0,56	0,52
Круглая	1,00	0,98	0,97	0,93	0,89	0,79	0,71	0,65	0,60	0,55	0,51

¹ Таблица составлена Д. В. Будриним.

В тех случаях, когда поверхность металла не плоская и не заполняет всю площадь пода (например, при нагреве квадратных заготовок, расположенных с зазорами, или при нагреве цилиндрических заготовок), в приведенных формулах вместо F'_M вводится расчетная или эффективная поверхность металла F'_M .

Величину F'_M можно определить по табл. 6, показывающей отношение F'_M к F_M .

¹ См., например, Котельные установки, т. I, 1941, и т. II, 1946.

Одновременно с заменой F_m на F'_m в формуле (XIII—3) вместо степени черноты металла ϵ_m в формулу (XIII—4) должна быть введена эффективная степень черноты

$$\epsilon'_m = \frac{\epsilon_m}{1 - (1 - \epsilon_m) \varphi_m^M}, \quad (\text{XIII—6})$$

где φ_m^M — угловой коэффициент металла самого на себя. Можно принять, что $\varphi_m^M = \frac{F'_m}{F_m}$.

Температура внутренней поверхности кладки, которая не входит в приведенные выше формулы, по В. Н. Тимофееву может быть определена из выражения:

$$T_K^4 = T_M^4 + \frac{\epsilon_r [1 + (1 - \epsilon_r) \varphi (1 - \epsilon_m)]}{\varphi (1 - \epsilon_r) [\epsilon_m + \epsilon_r (1 - \epsilon_m)] + \epsilon_r} \cdot (T_r^4 - T_M^4). \quad (\text{XIII—7})$$

В формуле (XIII—3) теплоотдача конвекцией от газов к металлу не принималась во внимание.

С учетом этого конвективного теплообмена формула (XIII—3) принимает следующий вид:

$$Q = \sigma_v F_m \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right] + \alpha_K F_m (T_r - T_m), \quad (\text{XIII—8})$$

где α_K — коэффициент теплоотдачи за счет конвекции.

Так как согласно экспериментальным данным конвективная теплоотдача в нагревательных печах составляет около 8—10% от всего количества тепла, получаемого металлом¹, то по В. Н. Тимофееву, вместо добавочного члена в формулу для излучения вводится коэффициент m_K , учитывающий конвекцию, а также факторы, ухудшающие теплоотдачу лучеиспусканием.

Таким образом, формула теплообмена (XIII—8) приобретает вид:

$$Q = \sigma_v F_m m_K \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right]. \quad (\text{XIII—9})$$

Из выражения (XIII—9) можно найти коэффициент теплоотдачи, отнесенный к разности первых степеней температур T_r и T_m :

$$\alpha = \frac{Q}{F_m (T_r - T_m)} = \sigma_v m_K \cdot 10^{-8} (T_r^3 + T_r^2 T_m + T_r T_m^2 + T_m^3). \quad (\text{XIII—10})$$

¹ При больших скоростях газов, например, в печах для скоростного нагрева изделий, конвективная теплоотдача заметно увеличивается, достигая 20% от общего количества тепла, воспринимаемого металлом.

При черном излучении $\sigma_B = 4,96$ и коэффициент теплоотдачи черного излучения

$$\alpha_s = 4,96 \cdot 10^{-8} (T_\Gamma^3 + T_\Gamma^2 T_M + T_\Gamma T_M^2 + T_M^3). \quad (\text{XIII}-11)$$

Тогда выражение (XIII-10) преобразуется таким образом:

$$\alpha = \frac{\sigma_B}{4,96} \alpha_s m_K. \quad (\text{XIII}-12)$$

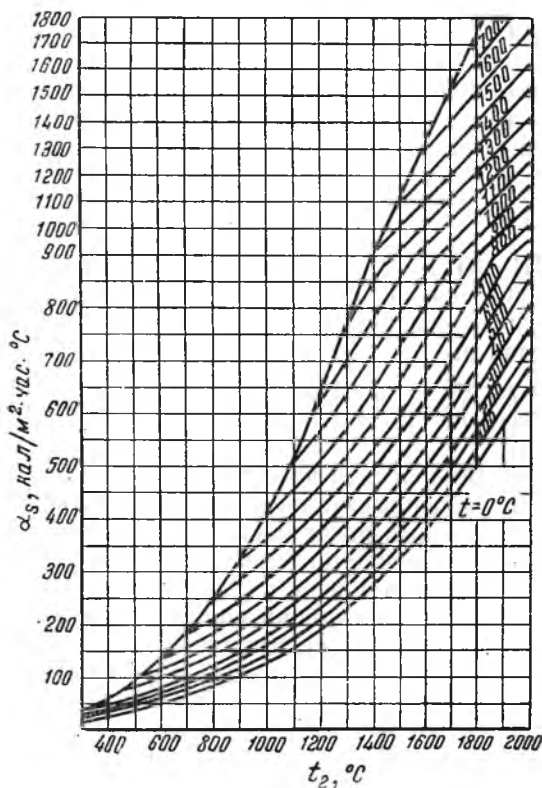


Рис. 105. Коэффициент теплоотдачи черного излучения

Значения α_s в зависимости от t_Γ и t_M представлены графически на рис. 105¹.

В производственных условиях обычно вводится понятие о температуре печи, под которой имеется в виду температура, измеренная термопарой. Температура, фиксируемая горячим спаем термопары, дает промежуточное значение между температурами газов, кладки и металла.

¹ Значениями α_s , полученными по верхней пограничной кривой, пользоваться не следует. Ред.

Показания термопар, естественно, зависят от расположения горячего спая: чем он ближе к металлу и чем холоднее металл, тем эти показания ниже.

Д. В. Будрин рекомендует изолировать горячий спай термопары от металла экраном и тогда связь температуры, указываемой термопарой ($T_{\text{печи}}$), с температурами газов и кладки выражается формулой:

$$\left(\frac{T_{\text{печи}}}{100}\right)^4 \approx \varepsilon_r \left(\frac{T_r}{100}\right)^4 + (1 + \varepsilon_r) \left(\frac{T_k}{100}\right)^4. \quad (\text{XIII—13})$$

Следует, однако, сказать, что в заводских печах обычно термопары устанавливаются без экранов.

Исследования нагрева металла в методических печах и колодцах, произведенные кафедрой металлургических печей Днепропетровского металлургического института и лабораторией нагрева НИТИ¹, показали, что если температуры рабочего пространства измерять обычными термопарами, устанавливаемыми через свод печи, приблизительно на 1/3 высоты от свода, то видимый коэффициент излучения σ_v приобретает значения от 3,5—3,8 до 3,0—2,8, уменьшаясь по мере повышения температуры металла².

Принимая эти значения σ_v из практических данных, мы в дальнейшем под t_r имеем в виду температуру печи, которую показывает термопара.

2. Прочие случаи теплообмена

Важно также определение коэффициента теплоотдачи при охлаждении тела на воздухе.

На основе известных данных из теории теплопередачи при охлаждении металла на воздухе коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = 4,96\varepsilon_m 10^{-8} (T_m^3 + T_m^2 T_v + T_m T_v^2 + T_v^3) + \alpha_k \quad (\text{XIII—14})$$

или

$$\alpha = \varepsilon_m \cdot \alpha_s + \alpha_k, \quad (\text{XIII—14a})$$

где ε_m — степень черноты металла;

α_s — определяется по рис. 105;

T_v — температура окружающего воздуха ($^{\circ}\text{K}$).

Степень черноты ε_m можно принять в среднем равной 0,8, а коэффициент теплоотдачи конвекцией определять по формуле

$$\alpha_k = A \sqrt[4]{T_m - T_v}, \quad (\text{XIII—15})$$

где значения коэффициента A находят по табл. 7.

¹ НИТИ — Научно-исследовательский трубный институт М. М. П.

² Значение σ_v , подсчитанное подобным образом, превышает величину σ_v , определяемую единственно правильным путем, т. е. исходя из теоретической температуры сгорания топлива при данных условиях (и не из температуры печи). *Ред.*

Таблица 7

Значения коэффициента A

Для поверхности плиты				Для горизонтального цилиндра					
	верти- кальной	горизон- тальной, обращен- ной вверх	горизон- тальной, обращен- ной вниз	d мм	5	10	50	100	200
A	2,2	2,8	1,13	A	4,85	3,53	1,94	1,80	1,73

На рис. 106 представлена диаграмма для определения коэффициента теплоотдачи α в зависимости от температуры поверхности тела¹.

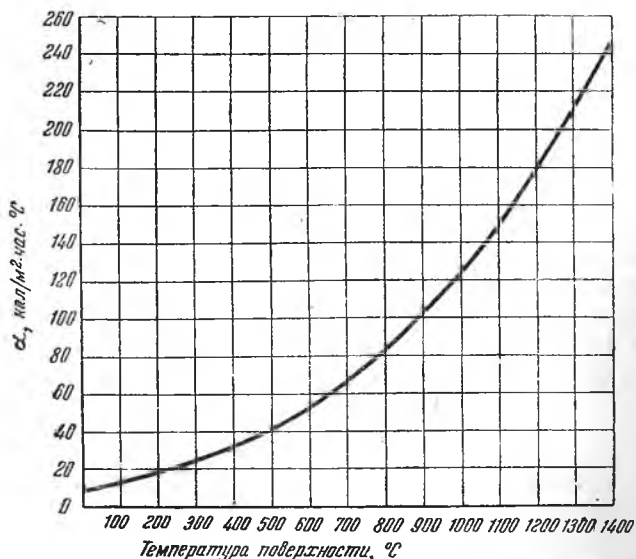


Рис. 106. Коэффициент теплоотдачи при охлаждении

При нагреве изделия в ваннах принимаем, что поверхность изделия доводится до температуры жидкой ванны почти мгновенно. В частности, для свинца, разогретого до 600—800°, для BaCl_2 — до 1200° и NaCl — до 940° коэффициент теплоотдачи будет примерно такой же, как и при температуре пламенной печи 1450°.

¹ При расчете коэффициента теплоотдачи α принималась форма тела квадратного сечения.

Для соли, состоящей из 50% KNO_3 и 50% NaNO_3 , разогретой до 600° , коэффициент теплоотдачи равен коэффициенту, который получается при температуре печи 1200° . Наконец, для свинца,

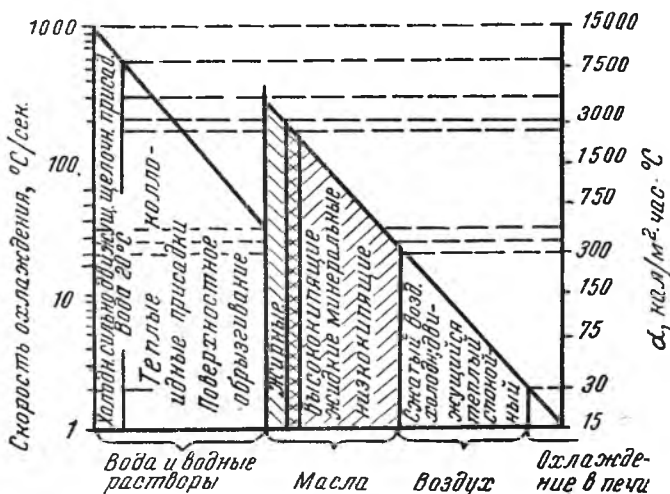


Рис. 107. Диаграмма для определения коэффициента теплоотдачи при закалке

находящегося в ванне при температуре 400° , и для NaCl при 785° коэффициент теплоотдачи получается такой же, как и при температуре печи 1000° .

В случае закалки изделий коэффициент теплоотдачи может быть определен по рис. 107.

Глава XIV

Свойства стали

Вследствие изменения температуры в нагреваемом металле происходят следующие явления:

- 1) изменения физических и механических свойств;
- 2) объемные изменения, связанные с термическим расширением;
- 3) структурные изменения и фазовые превращения;
- 4) физико-химические явления, к которым относятся окисление и обезуглероживание.

Эти явления протекают по-разному для разных марок сталей и зависят от условий нагрева. При исследовании нагрева необхо-

можно иметь полное представление о структуре и свойствах нагреваемого металла в исходном состоянии и обо всех изменениях структуры и свойств, которые претерпевает металл в процессе нагрева.

В понятие структуры обычно включают следующие данные:

- 1) величина, форма и расположение кристаллитов;
- 2) структурные составляющие;
- 3) посторонние примеси в металле в виде включений, пузырей и прочих признаков неоднородности.

Исходная структура зависит как от химического состава стали, так и от условий ее получения, формы, размеров, условий охлаждения слитка и прочих факторов. Не вдаваясь в изучение этих вопросов, займемся только рассмотрением физических констант и механических свойств сталей, т. е. тех свойств, которые прямо или косвенно влияют на процесс нагрева сталей перед обработкой их давлением.

1. Теплопроводность сталей

По теплопроводности чистое железо среди других чистых металлов, занимает среднее место.

Теплопроводность чистого железа по данным различных авторов, колеблется от 48,3 до 81,3 $\text{кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$ (последнее значение — для идеально чистого железа). Объяснение заключается в том, что примеси оказывают значительное влияние на теплопроводность железа даже при малых их концентрациях.

Теплопроводность стали зависит от химического состава, температуры, структуры и степени загрязнения, а также от условий обработки.

С увеличением содержания углерода теплопроводность падает, причем наибольшее влияние сказывается при малых содержаниях углерода (до 0,2%). Прочие примеси (Mn; Si; P; S) также уменьшают теплопроводность углеродистой стали.

Теплопроводность углеродистой стали может определяться по следующей эмпирической формуле:

$$\lambda = 60 - 8,7C - 14,4Mn - 29,0Si, \quad (\text{XIV—1})$$

где C, Mn, Si — содержание углерода, марганца и кремния в %.

Формула эта действительна для 0° при содержании C до 1,5%, Mn и Si — до 0,5%. Коэффициент теплопроводности чугуна также понижается с увеличением содержания примесей. При 0° теплопроводность чугуна составляет 35—40 $\text{кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$.

Коэффициент теплопроводности жидкой стали, составляя около половины коэффициента теплопроводности твердой стали перед точкой плавления, равен $\lambda = 20 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$.

С повышением температуры теплопроводность углеродистых сталей уменьшается в тем большей степени, чем выше теплопроводность при комнатной температуре (или чем ниже содержание в них углерода).

Следовательно, при более высоких температурах наблюдается меньшее расхождение в теплопроводности углеродистых сталей с разным содержанием углерода, чем при низких температурах. При температуре выше 720° теплопроводность снова возрастает, что объясняется появлением в структуре аустенита. Хотя аустенитные стали имеют более низкую теплопроводность, чем перлитные, но с повышением температуры их теплопроводность увеличивается.

Теплопроводность углеродистой стали с повышением температуры может быть определена по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{200} = 0,95 \lambda_0 \\ \lambda_{400} = 0,85 \lambda_0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{600} = 0,75 \lambda_0 \\ \lambda_{800} = 0,68 \lambda_0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{1000} = 0,68 \lambda_0 \\ \lambda_{1200} = 0,73 \lambda_0 \end{array} \right\} \quad (\text{XIV—2})$$

В табл. 8 приводятся данные по теплопроводности углеродистых сталей с разным содержанием углерода в зависимости от температуры.

Таблица 8

Теплопроводность железа и углеродистых сталей

Состав, %		Теплопроводность, кал/м · час · °С при				
С	Мп	100°	200°	300°	400°	500°
Электролитическое железо		57,7	51,1	43,6	37,2	33,3
0,065	0,40	53,6	45,8	38,9	34,1	30,3
0,29	0,84	50,0	42,7	34,7	29,2	25,2
0,52	0,63	45,0	36,6	30,2	23,6	20,8
0,85	0,65	44,4	33,9	28,3	24,3	19,3
1,10	0,55	43,3	33,1	27,8	22,2	18,1
1,40	0,53	42,2	33,1	26,6	21,1	16,7

Легирующие элементы понижают теплопроводность стали тем больше, чем сложнее сталь, что подтверждает рис. 108.

По имеющимся данным трудно установить какую-либо закономерную связь между теплопроводностью легирующего элемента и степенью влияния этого элемента на теплопроводность стали,

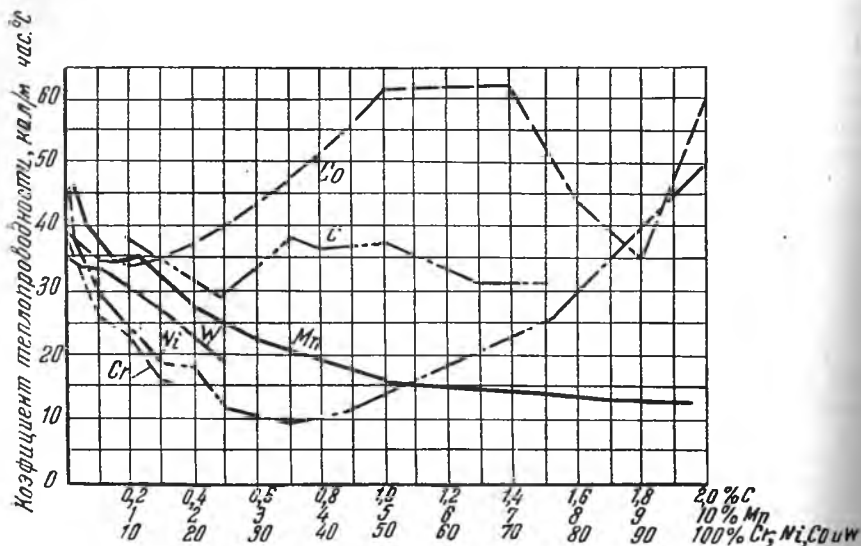


Рис. 108. Влияние различных элементов на теплопроводность сталей

в которую он входит. Можно лишь сказать, что наименьшее влияние оказывает Co, наибольшее Cr, Ni.

Влияние двух и более легирующих элементов в различном сочетании мало исследовано.

В литературе приводятся данные о теплопроводности различных марок легированных сталей при разных температурах, причем температуры, до которых производилось определение теплопроводности, редко превышают 900°. В таблице 9 приведены данные о теплопроводности легированных сталей при разных температурах, полученные в лаборатории А. С. Предводителена. В табл. 9 приложений собраны данные о теплопроводности различных марок сталей по литературным источникам.

Анализируя эти данные, а также руководствуясь соображениями различных исследователей, необходимо прежде всего констатировать, что теплопроводность падает при переходе от перлитных сталей к мартенситным, причем аустенитные стали имеют наименьшую теплопроводность.

Таблица 9

Коэффициент теплопроводности легированных сталей при различных температурах

Сталь	Предшествующая термообработка	Температура (верхние числа), соответствующая ей теплопроводность кал/м. час. °С (нижние числа)					
ЭУЗ	Без термообработки	48	201	522	754	903	—
		38,4	36,4	27,8	20,6	20,6	—
ЭУ13	Отжиг	46	210	526	750	906	—
		33,7	31,0	20,2	20,0	18,5	—
ЭР	То же	44	77	222	488	726	919
		19,5	21,6	22,6	22,4	21,9	21,2
ЭР	Нормализация	48	102	244	544	750	895
		18,3	18,7	20,9	22,2	20,5	22,3
ЭХ12	Отжиг	33	180	205	481	727	926
		25,6	29,0	27,9	24,3	21,3	20,1
ЭХ12	Нормализация	102	154	245	535	900	—
		17,0	20,0	18,7	23,1	20,0	—
Э6	Без термообработки	39	202	507	733	838	—
		34,6	31,0	28,5	23,4	21,6	—
Э16	То же	42	153	524	773	905	—
		20,6	20,2	24,7	22,0	24,9	—
Э16	Нормализация	67	230	531	752	897	—
		22,0	23,1	25,5	21,2	22,1	—
Э14	Без термообработки	71	216	498	735	898	—
		29,6	29,2	25,8	21,8	21,3	—

Продолжение табл. 9

Сталь	Предшествующая термообработка	Температура (верхние числа), соответствующая ей теплопроводность кал/м. час. °С (нижние числа)					
		40	200	494	945	904	—
Э18	Без термообработки	25,0	24,0	23,1	20,9	19,6	—
ЭНЕРЖ1	То же	29	277	662	765	913	—
		20,9	20,0	22,2	20,7	24,2	—
ЭВ2	То же	53	205	487	771	873	—
		31,6	31,0	25,4	18,3	19,2	—
ЭХЗВ8	То же	43	226	464	706	854	—
		18,7	20,4	18,9	24,6	23,3	—
ЭХЗВ8	Нормализация	78	238	749	892	—	—
		17,2	19,3	20,9	19,6	—	—
Э4ХВС	Высокий отпуск	55	207	494	773	893	—
		29,5	30,5	23,5	21,1	19,8	—
Э5ХВС	То же	56	209	499	767	892	—
		21,8	28,1	27,1	23,8	22,0	—
Э1	Без термообработки	34	126	231	479	760	908
		19,3	25,6	26,1	28,1	22,1	21,1
Э5	Высокий отпуск	57	502	747	910	—	—
		28,3	23,3	19,2	16,7	—	—
ЭСХ8	То же	70	243	481	—	—	—
		13,8	16,2	17,2	—	—	—
ЭСХ8	Нормализация	133	255	563	764	908	—
		14,0	17,1	19,2	19,2	20,4	—

Продолжение табл. 9

Сталь	Предшествующая термообработка	Температура (верхние числа), соответствующая ей теплопроводность, кал/м. час. °С (нижние числа)					
		37	285	534	646	764	914
ЭНЕРЖ6	Без термообработки	14,0	16,2	18,8	19,5	20,2	22,4
ЭНЕРЖ7	То же	113	205	572	694	864	—
		13,8	15,6	21,6	24,2	32,8	—
ЭЕВ	То же	66	222	506	744	800	—
		25,4	26,4	19,9	18,9	19,1	—
ЭН36	То же	47	150	286	584	787	903
		12,0	13,7	13,8	14,8	15,9	18,2
ЭН25	То же	98	269	548	778	912	—
		12,7	14,5	17,1	18,7	23,8	—

Хромистые стали имеют более низкую теплопроводность, чем другие марки сталей с аналогичным содержанием легирующих элементов; в то же время высокохромистые стали более теплопроводны, чем хромоникелевые аустенитные.

С увеличением содержания хрома теплопроводность уменьшается; углерод также несколько понижает теплопроводность хромистых сталей.

При небольших содержаниях хрома (менее 10%) теплопроводность с повышением температуры падает или почти не изменяется, при высоком содержании хрома теплопроводность с повышением температуры повышается.

Теплопроводность низколегированных хромистых сталей, а также этих же сталей с незначительным содержанием других легирующих элементов находится на уровне 30 кал/м · час · °С при комнатной температуре и с повышением температуры падает.

Хромоникелевые стали, как сказано выше, менее теплопроводны. Повышение содержания Ni в аустенитных сталях приводит к понижению теплопроводности. Добавление других элементов (W, Ti) незначительно уменьшает теплопроводность. С по-

вышением температуры теплопроводность аустенитных сталей заметно увеличивается.

Вольфраmistые стали более теплопроводны, чем хромистые и хромоникелевые. С повышением содержания углерода теплопроводность их падает.

Хромоникельвольфрамовые, а также хромовольфрамовые стали имеют низкую теплопроводность, повышающуюся с повышением температуры.

Закалка быстрорежущей стали понижает ее теплопроводность. Повышение температуры штамповки значительно увеличивает теплопроводность быстрорежущей стали.

Хром-кобальтовые стали более теплопроводны, чем хромистые, причем с повышением содержания хрома теплопроводность их падает. С повышением температуры теплопроводность этих сталей уменьшается.

Кроме того, литературные данные показывают, что отжиг увеличивает теплопроводность, а закалка уменьшает, и чем выше температура закалки, тем ниже теплопроводность.

Кованая сталь имеет более высокую теплопроводность, чем литая, причем с увеличением температуры обработки теплопроводность увеличивается.

С повышением температуры теплопроводность низколегированных сталей может определяться по следующим эмпирическим формулам:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{200} &= (1,07 - 0,0032 \lambda_{10}) \cdot \lambda_{10} \\ \lambda_{400} &= (1,22 - 0,010 \lambda_{10}) \cdot \lambda_{10} \\ \lambda_{600} &= (1,36 - 0,017 \lambda_{10}) \cdot \lambda_{10} \\ \lambda_{800} &= (1,46 - 0,021 \lambda_{10}) \cdot \lambda_{10} \\ \lambda_{1200} &= (1,37 - 0,017 \lambda_{10}) \cdot \lambda_{10} \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIV—3})$$

На основании анализа всех имеющихся данных можно сделать следующие выводы:

1. С увеличением содержания примесей в стали теплопроводность падает; поэтому теплопроводность легированных сталей, как правило, меньше теплопроводности углеродистых, а высоколегированные стали имеют более низкую теплопроводность, чем низколегированные. С повышением содержания углерода теплопроводность понижается.

2. Коэффициенты теплопроводности различных марок легированных сталей при комнатной температуре изменяются в пределах от 10 до 37 кал/м · час · °С. Минимальную теплопроводность имеют стали аустенитного класса.

3. С повышением температуры теплопроводность углеродистых сталей уменьшается в тем большей степени, чем выше теплопроводность при комнатной температуре.

4. Теплопроводность легированных сталей с повышением температуры почти не изменяется, если при комнатной температуре $\lambda = 20-22$, и увеличивается, если $\lambda < 20$.

5. При высоких температурах теплопроводность сталей различных марок выравнивается: для легированных сталей λ при высоких температурах изменяется в пределах от 20 до 26 кал/м · час · °С.

2. Теплоемкость и теплосодержание сталей

По теплоемкости при комнатной температуре железо среди других металлов занимает первое место после алюминия ($Al=0,21$; $Fe=0,12-0,14$ кал/кг · °С). Минимальную теплоемкость имеют платина (0,032), золото (0,031), свинец (0,031).

Известно, что теплоемкость стали, как и всякого другого сплава, зависит от химического состава, температуры и структуры, причем железо относится к группе металлов, изменение теплоемкости которых в зависимости от температуры не отличается правильной закономерностью для всех интервалов температур. К этой же группе, кроме Fe относятся Sn, Ni, Co, Cr и Mn¹.

Исследованием теплоемкости железа занимались многие авторы, однако результаты этих исследований не всегда совпадают.

Средние теплоемкости углеродистых сталей при разном содержании углерода в зависимости от температуры показаны на рис. 109.

Данные о теплосодержании сталей приведены в табл. 10 приложений.

Теплоемкость углеродистых сталей (для интервала температур от 17 до 100°) может быть определена также по формуле

$$C_p = 0,11134 + 0,00455 C, \quad (\text{XIV-4})$$

где C — весовое содержание углерода в %.

Тепловые эффекты превращений в зависимости от содержания углерода в стали составляют:

Содержание	$C, \%$	0,04	0,115	0,27	0,35	0,77
Для точки	Ac_1 кал/кг	0,67	2,40	4,70	6,00	13,60
,	Ac_2 кал/кг	—	—	3,80	3,00	3,63
,	Ac_3 кал/кг	5,35	5,00	4,48	3,06	0,80

¹ А. П. Виноградов, Теплоемкость и температура плавления металлов, 1915.

Теплоемкость легированных сталей по литературным данным приведена в табл. 11 приложений.

Анализируя имеющиеся данные о теплоемкости, необходимо сделать следующие выводы:

- 1) химический состав стали незначительно влияет на теплоемкость;
- 2) с повышением температуры теплоемкость как углеродистых, так и легированных сталей заметно увеличивается;

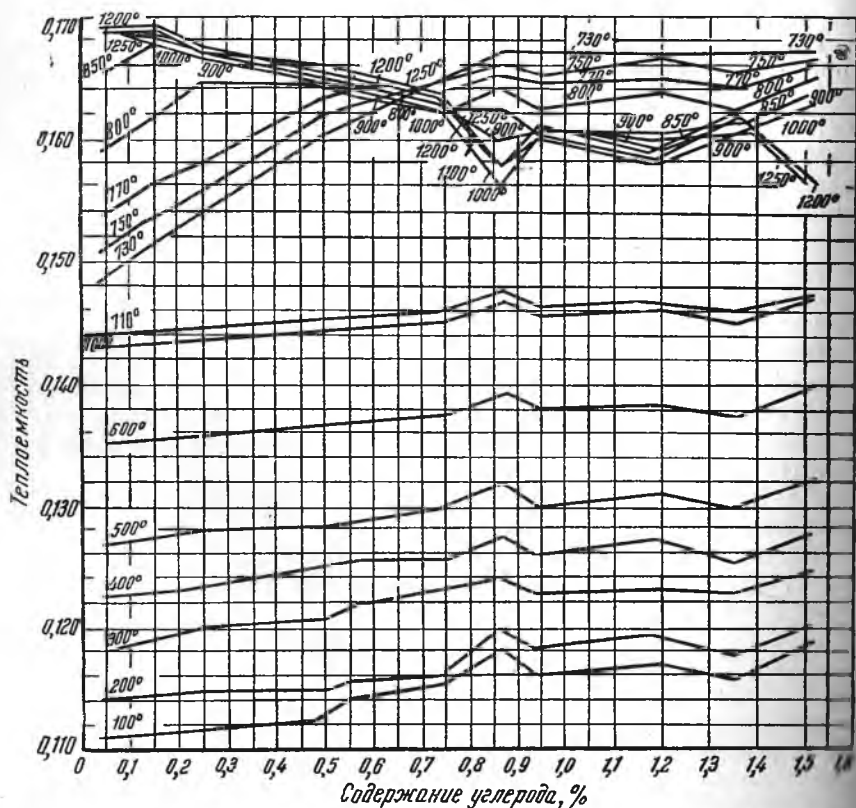


Рис. 109. Средние теплоемкости углеродистых сталей

- 3) значительные колебания теплоемкости происходят в критическом интервале температур. Истинные теплоемкости углеродистых сталей (с учетом теплот превращений) в критическом интервале температур значительно увеличиваются.

3. Удельный вес и коэффициент расширения сталей

Удельный вес сталей при комнатной температуре, определяется по формуле

$$\gamma = 7,88 + \Delta\gamma x, \text{ т/м}^3, \quad (\text{XIV—5})$$

где x — весовое содержание примесей, %;

$\Delta\gamma$ — приращение удельного веса на 1% примеси, определяемое по табл. 10.

Как можно видеть из табл. 10, влияние отдельных элементов на изменение удельного веса стали соответствует удельным весам этих элементов. Поэтому наибольшее увеличение удельного веса дает W, уменьшающее влияние оказывают Al, C, Si.

В табл. 12 приложений приведены данные об удельных весах некоторых специальных сталей.

Удельный вес сталей зависит не только от химического состава, но также от структуры. Наибольший удельный вес имеют аустенитные стали.

Все структуры по удельному весу можно расположить в следующем порядке:
аустенит > перлит > сорбит > троостит > мартенсит.

По литературным данным сталь с содержанием 0,83% C имеет следующий удельный вес:

В закаленном состоянии	7,7999 т/м ³
В отожженном состоянии	7,835 »
После отпуска до 300° (троостит)	7,828 »
» » до 450° (осмондит)	7,844 »

С повышением температуры удельный вес падает в соответствии с коэффициентом расширения, к рассмотрению которого мы и перейдем.

Таблица 10¹

Изменение удельного веса на 1% примеси

Элемент	$\Delta\gamma$	Применимо при содержании данного элемента не более %
C	—0,040	1,55
P	—0,117	1,1
S	—0,164	0,2
Cu	+0,011	1,0
Mn	—0,016	1,5
Ni	+0,004	5,0
Cr	+0,001	1,2
W	+0,095	1,5
Si	—0,073	4,0
Al	—0,120	2,0
As	+0,160	0,15

¹ Б. Г. Лившиц, Физические свойства сплавов, 1946.

Термическое расширение. Если l_1 и l_2 — длины стержня при температурах t_1 и t_2 , то средний для данного интервала температур коэффициент линейного расширения

$$\beta'_{l_1} = \frac{l_2 - l_1}{l_1(t_2 - t_1)}.$$

Если же V_1 и V_2 — объемы тела при температурах t_1 и t_2 , то средний коэффициент объемного расширения

$$A'_{V_1} = \frac{V_2 - V_1}{V_1(t_2 - t_1)}.$$

Истинные коэффициенты линейного и объемного расширения

$$\beta_t = \frac{1}{l} \cdot \frac{dl}{dt} \quad \text{и} \quad A_t = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dt}.$$

Известно также, что коэффициент объемного расширения равен утроенному коэффициенту линейного.

Железо среди других металлов по коэффициенту расширения занимает среднее место. Наибольший коэффициент расширения имеют Pb, Al, Zn, наименьший W, Mo.

Данные о коэффициентах линейного расширения сталей по различным литературным источникам собраны в табл. 13 приложений.

Данные таблицы показывают, что коэффициент расширения углеродистых сталей мало изменяется с изменением содержания углерода. С повышением температуры коэффициент расширения значительно возрастает до начала структурных превращений, а затем начинает падать, так как структурные превращения сопровождаются сокращением объема.

Из легирующих элементов Ni и Cr понижают коэффициент расширения, влияние остальных элементов незначительно. Fe₃C также понижает коэффициент расширения. Карбиды легирующих элементов повышают средний коэффициент расширения.

Аустенитные стали имеют более высокий коэффициент расширения, что подтверждается нашими определениями¹, а также литературными данными, согласно которым коэффициент расширения этих сталей составляет от 16 до 20 · 10⁻⁶. С повышением температуры средний коэффициент расширения легированных сталей также увеличивается.

4. Температуропроводность сталей

Приведенные выше данные об изменении коэффициентов теплопроводности, теплоемкости и удельного веса сталей являются основанием для установления пределов и характера изменения температуропроводности.

¹ Н. Ю. Тайц, Домез, 1935, № I, с. 41—61.

При комнатной температуре физические свойства различных марок стали изменяются в следующих пределах: коэффициент теплопроводности λ от 10 до 52 кал/час·°С; теплоемкость c_p — от 0,11 до 0,12 кал/кг·°С; удельный вес γ от 7700 до 8700 кг/м³.

Таким образом, наибольшие изменения претерпевает теплопроводность, которая и оказывает решающее влияние на температуропроводность.

Принимая для мягкой стали $\lambda = 52$, $c_p = 0,11$ и $\gamma = 7800$, находим:

$$a = 0,06 \text{ м}^2/\text{час.}$$

С другой стороны, для высоколегированной стали (например, с содержанием 24% Cr, 20% Ni) температуропроводность $a = 0,012$ м²/час.

Для углеродистых сталей температуропроводность при комнатной температуре изменяется в пределах от 0,04 до 0,06; для легированных сталей — от 0,04 и ниже. Таковы крайние пределы изменения температуропроводности при комнатной температуре.

С повышением температуры до 1200° теплопроводность углеродистых сталей падает на 27%, теплоемкость увеличивается на 40—50%, удельный вес уменьшается приблизительно на 5%. Отсюда температуропроводность мягких сталей уменьшается почти вдвое, получая значение $a_{1200} = 0,03$. Температуропроводность твердых сталей приобретает значение $a_{1200} = 0,022$, т. е. также уменьшается.

Наименьший коэффициент теплопроводности имеют углеродистые стали при 800°, при этой же температуре теплоемкость принимает максимальное значение. Так, в интервале температур 700—900°, теплопроводность уменьшается на 30%, а средняя теплоемкость увеличивается почти вдвое; поэтому температуропроводность углеродистых сталей при этих температурах до-

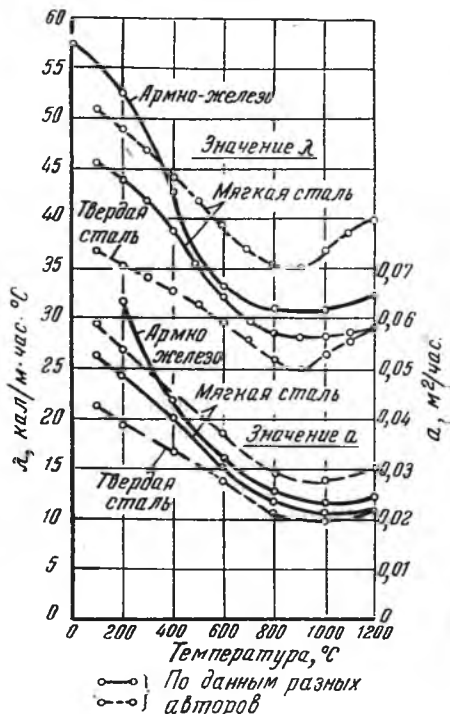


Рис. 110. Изменение коэффициентов теплопроводности и температуропроводности в зависимости от температуры

стигает около 30% от температуропроводности при комнатной температуре.

Более наглядное представление о характере изменения температуропроводности дает рис. 110, где показано изменение коэффициентов теплопроводности и температуропроводности с повышением температуры для мягких и твердых сталей.

Для легированных сталей, коэффициент теплопроводности которых при комнатной температуре изменяется от 22 до 37, температуропроводность при 1200° уменьшается соответственно на 30—90%.

Наконец, для высоколегированных сталей, теплопроводность которых увеличивается с повышением температуры, температуропроводность при 1200° изменяется незначительно: на 8—10%.

Таким образом, если при комнатной температуре температуропроводность различных марок сталей колеблется от 0,01 до 0,06, то при 1200° пределы изменения температуропроводности составляют от 0,014 до 0,03, т. е. с повышением температуры происходит значительное выравнивание температуропроводности сталей различных марок.

5. Механические свойства сталей

Механические свойства сталей, кроме химического состава и температуры, зависят от структуры, что, в свою очередь, связано с условиями выплавки и обработки стали.

Упругие свойства. К упругим свойствам стали, которые должны учитываться при определении температурных напряжений, относятся модуль упругости при растяжении E и пуассоново отношение ν . Эти данные достаточны для характеристики упругих свойств материала, так как модуль упругости при сдвиге, модуль объемного расширения, а также некоторые другие физические константы могут определяться с помощью этих упругих констант.

Модуль упругости зависит от химического состава: с увеличением содержания углерода модуль упругости уменьшается по линейному закону. Углеродистые и малолегированные стали имеют близкие значения модуля упругости.

Из легирующих элементов наиболее сильное влияние оказывает никель; так, при 37% Ni модуль упругости доходит до $14,6 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2$. Значения модуля упругости для сталей некоторых марок, собранные по литературным данным, приведены в табл. 14 приложений, судя по которой модуль упругости различных марок сталей при комнатной температуре колеблется от $18 \cdot 10^3$ до $22 \cdot 10^3$ (не считая сталей с высоким содержанием Ni).

С повышением температуры модуль упругости падает: при 500° он уменьшается на 30%.

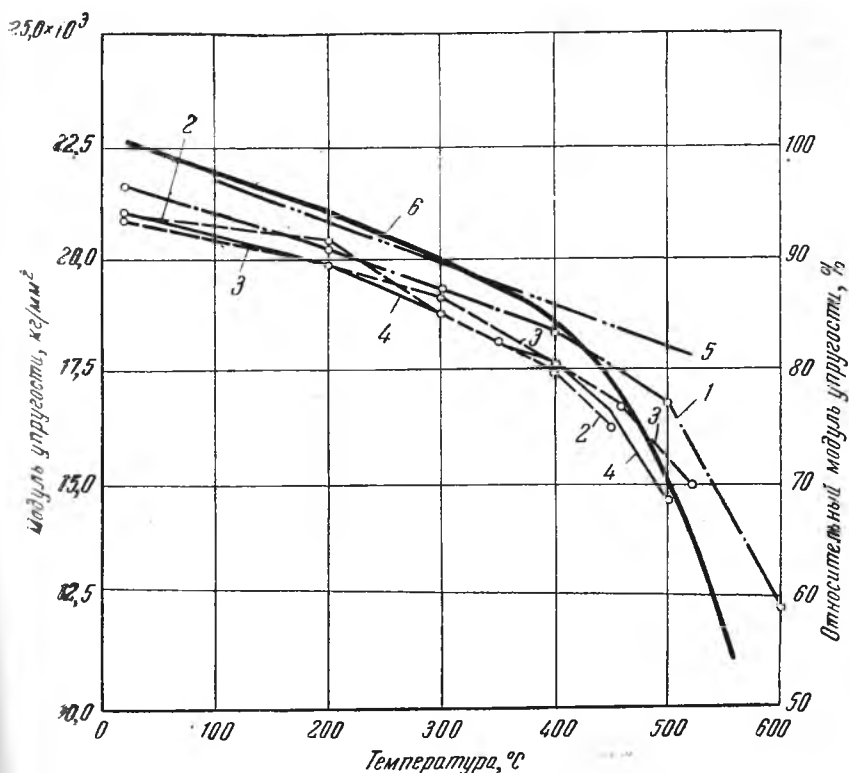


Рис. 111. Модуль упругости углеродистых и легированных сталей

Обозначение	Сталь	Химический состав, %						
		C	Mn	Si	P	Cr	Mo	V
1	А	0,10	0,42	0,13	0,024	—	—	—
2	Б	0,11	0,15	0,15	0,024	—	—	—
3	В	0,45	0,31	0,31	0,012	1,39	0,67	0,21
4	Г	0,20	0,24	0,24	0,022	—	0,33	—
5	Низколегированная	—	—	—	—	—	—	—
6		—	—	—	—	—	—	—

Относительный модуль упругости

На рис. 111 показано изменение модуля упругости углеродистых и низколегированных сталей в зависимости от температуры.

Пуассоново отношение для различных металлов колеблется от 0,28 до 0,45. Для стали пуассоново отношение можно принять равным 0,3.

Известно, что показателями пластических свойств сталей являются относительное удлинение и поперечное сужение. Некоторые авторы рекомендуют пластичность сталей определять по полусумме удлинения и поперечного сужения.

По более точным определениям Я. Б. Фридмана¹, пластичность металлов определяется из следующего выражения:

$$\delta = \frac{S_K - \sigma_K}{D},$$

где δ — пластичность,

S_K — разрушающее напряжение,

σ_K — предел текучести,

D — коэффициент упрочнения или модуль пластичности.

Согласно литературным данным, добавление примесей повышает сопротивление разрыву, предел текучести и понижает относительное удлинение и поперечное сужение. В пределах 1—2% наиболее сильно понижают пластичность С, Р, S, Мо.

Сравнивая между собой данные о механических свойствах по литературным источникам, можно сделать следующее заключение.

1. С точки зрения пластичности стали можно разделить на три группы:

а) стали с пониженной пластичностью, у которых удлинение не превосходит 15% (например, высокоуглеродистые, сильхром, хромистые), среди этой группы наиболее хрупкими являются стали быстрорежущая и ЭИ59, удлинение которых при комнатной температуре составляет 1,0—1,5%;

б) стали средней пластичности с удлинением, равным 15—25% (например, конструкционные легированные стали);

в) стали, отличающиеся высокой пластичностью (например, малоуглеродистые, 18—8).

2. С повышением температуры относительные удлинения и сужения сперва падают, а временное сопротивление разрыву и предел текучести увеличиваются. Исключение составляют стали, удлинение которых равно 1—2% (например, быстрорежущая).

3. После достижения некоторого минимума, более или менее ярко выраженного, который для сталей различных марок находится в пределах от 200 до 600°, вновь начинается возрастание удлинения вплоть до конечных температур нагрева. Временное сопротивление и предел текучести, начиная с температур 300—500°, падают.

4. Понижение пластичности в интервале температур 200—300° соответствует явлению синеломкости. Кроме того, пониже-

¹ Я. Б. Фридман, Деформация и разрушение металлов при статических и ударных нагрузках, 1946, Оборонгиз.

ние пластичности иногда происходит в интервалах критических температур, а также в интервалах выпадения дисперсных фаз.

5. Общий характер изменения предела текучести с повышением температуры идентичен изменению предела прочности. Между временным сопротивлением σ_B и пределом текучести σ_s существует¹ зависимость:

$$\sigma_B = K \sigma_s, \quad (\text{XIV—6})$$

причем для мягкой стали K уменьшается с температурой:

t°	300	350	400	450	500
K	0,38	0,36	0,35	0,33	0,25

тогда как для легированной стали коэффициенты K увеличиваются.

6. Размеры, форма и расположение металла в печи

Как указано выше, кроме физических свойств на нагрев и охлаждение оказывают влияние геометрические факторы, т. е. формы, размеры и расположение нагреваемого металла. В печах разного назначения нагреваются слитки, заготовки и изделия, причем размеры, а следовательно, и вес нагреваемого тела колеблются в чрезвычайно широких пределах. Так, например, наибольший вес поковок, нагреваемых в кузнечных печах, достигает 250 т.

В колодцах нагреваются слитки квадратного или прямоугольного сечения, начиная с 410×410 мм и кончая 780×700 мм (по большему основанию), вес этих слитков колеблется от 1,5 до 8 т. Для слэббинга применяются слитки прямоугольного сечения от 625×700 мм до 750×1600 мм, весом от 4,5 до 15 т.

На трубoproкатных станах прокатываются слитки круглого сечения, диаметр которых достигает 700 мм.

Наконец, в колесном и бандажном производствах применяются слитки многогранного сечения.

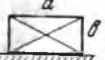
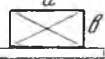
Крупные слитки квадратного или прямоугольного сечения часто отливаются с волнистой поверхностью для уменьшения напряжений, возникающих при остывании слитков.

На листовых станах прокатываются слитки прямоугольного сечения самых разнообразных размеров и веса: на среднелистовых станах вес слитков доходит до 900 кг, для толстолистовых употребляются слитки весом до 4,5—5 т.

Размеры блумсов колеблются от 150×150 до 250×250 мм, толщина слэбов изменяется от 65 до 300 мм, ширина — от 350 до 1500 мм, длина — от 1000 до 4500 мм, вес — от 750 до 10000 кг. Круглая заготовка, нагреваемая в перекатных печах, употребляется диаметром от 80 до 300 мм.

¹ И. А. Одинг, Прочность металлов, ОНТИ, 1937.

Таблица 11

1a	 $\mu = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{3}{a} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{4}{d} + \frac{2}{l}$		 $\mu = \frac{4d}{d^2 d_l^2} + \frac{2}{l}$
1б	 $\mu = \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{4}{a} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{4}{d} + \frac{2}{l}$		
2	 $\mu = \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{l}$	 $\mu = \frac{4}{a} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{4}{a} + \frac{1}{l}$		
3a	 $\mu = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{4}{a} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{4}{d} + \frac{2}{l}$		
3б	 $\mu = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{4}{a} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{4}{d} + \frac{2}{l}$		
4a	 $\mu = \frac{1}{b} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{1}{a} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{2}{d} + \frac{2}{l}$		
4б	 $\mu = \frac{2}{b} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{2}{a} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{4}{d} + \frac{2}{l}$		
5	 $\mu = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{4}{a} + \frac{2}{l}$	 $\mu = \frac{4}{d} + \frac{2}{l}$		

 μ - отношение поверхности нагрева к объему

Кроме слитков и заготовок, в печах нагреваются изделия: сутунки, пакеты листов, штрипсы, трубы, различные детали.

Расположение металла в печах может быть различным в зависимости от конструкции, назначения печи, формы и размеров гела, способов посадки, перемещения и выдачи.

Во всех случаях расположение должно быть таким, чтобы отношение поверхности нагрева, т. е. поверхности, омываемой газами, к весу было возможно большим, и чтобы нагрев был симметричным.

В заводской практике встречаются следующие случаи расположения металла в печах (табл. 11).

1. Горизонтальное расположение отдельных слитков или заготовок: прямоугольного, квадратного, круглого, многогранного или кольцевого сечения непосредственно на поду (1а), либо на подставках (1б). Такой способ нагрева встречается в камерных печах — кузнечных или термических.

2. Вертикальное расположение отдельных слитков в нагревательных колодцах. Существуют также вертикальные термические печи, в которых обрабатываемое изделие, например, сплошной либо полый вал, располагается вертикально.

3. Горизонтальное расположение нескольких слитков или заготовок различного сечения с зазорами непосредственно на поду (3а), либо на подставках с нижним подогревом (3б). Этот способ нагрева встречается в печах камерного типа.

4. Горизонтальное расположение ряда слитков или заготовок в методических печах. Существуют методические толкательные печи, где нагреваются слитки или заготовки квадратного или прямоугольного сечения, и перекатные печи для нагрева круглых слитков или заготовок. Наконец, имеются печи для нагрева труб, располагаемых горизонтально. Расположение слитков и заготовок также может быть либо непосредственно на поду (4а), либо на глассажных шинах или подставках с нижним подогревом (4б).

5. Сутунки можно укладывать в печь по одному из следующих трех вариантов (5):

а) в методических печах вертикально (на ребро), так что образуется сплошной ряд по всей длине печи;

б) в камерных печах горизонтально, пакетами;

в) применяется одиночное расположение в новейших механизированных печах.

6. Кроме указанных случаев, следует отметить расположение труб в виде пакетов, расположение мелких изделий в печах для термической обработки и т. п.

В табл. 11 приводятся эскизы всех перечисленных случаев с указанием отношения поверхности нагрева к объему (μ).

Глава XV

Основы правильной технологии нагрева

1. Уточнение некоторых понятий

Прежде чем перейти к изложению поставленного в данной главе вопроса, необходимо уточнить понятия о температуре нагрева, скорости, режиме нагрева и т. п.

Под температурой нагрева (или температурой выдачи) имеется в виду конечная температура металла, при которой он может быть выдан из печи.

Равномерность нагрева должна определяться перепадом температур не только по сечению слитка, заготовки или изделия, но и по длине и по периметру нагреваемого тела.

В условиях заводской практики продолжительность нагрева определяют по времени, потребному на единицу толщины тела (например, в минутах на 1 см толщины), либо по толщине тела, нагреваемой за единицу времени.

Под скоростью нагрева понимается изменение температуры тела в единицу времени (в час или в минуту); скорость нагрева обычно определяется по изменению температуры поверхности металла, чаще всего она не является постоянной величиной на протяжении всего процесса нагрева. Поэтому следует различать истинную скорость нагрева и среднюю скорость за какой-либо интервал нагрева.

Кроме того, существует скорость нагрева допускаемая, технически возможная и действительная. Под допускаемой скоростью нагрева надо понимать ту максимальную скорость, которая может быть допущена для металла заданного качества (по химическому составу, структуре, свойствам, форме и размерам) и для заданного способа укладки его в печи, характеризующегося отношением поверхности нагрева к объему.

Технически возможная скорость — это скорость, которая может быть достигнута в печи определенной конструкции при нормальных условиях ее эксплуатации.

Действительная скорость нагрева вследствие одних только колебаний в темпах работы прокатного стана или производственных неполадок меньше технической возможности. Отсюда понятно, что по действительному времени пребывания металла в печи нельзя судить о пропускной способности печи.

В заводской практике часто употребляется термин «режим нагрева», под которым имеется в виду температурный и тепловой график нагрева металла во времени.

Практически режим нагрева определяется по следующим данным:

- 1) конечная температура нагрева (или температура выдачи);
- 2) количество интервалов нагрева, температуры и продолжительность (или скорость нагрева) в каждом интервале, а также продолжительность выдержки;
- 3) полная продолжительность нагрева;
- 4) температурный и тепловой режим печи.

Кроме того, должны быть указаны условия, обеспечивающие выполнение заданного режима нагрева: режим работы сжигаемых устройств, характер атмосферы печи (восстановительный, окислительный), необходимость в кантовании слитков и пр.

При установлении режима нагрева необходимо исходить из следующих положений: нагрев должен совершаться с наибольшей допустимой скоростью, с получением требуемого качества продукции и с минимальной затратой тепловой энергии.

Под качеством нагрева понимается получение определенной температуры и равномерности нагрева при полном отсутствии порчи металла вследствие неправильного нагрева.

Как известно, неправильный нагрев может вызвать следующие пороки в обрабатываемом металле:

трещины и рванины вследствие резких изменений температуры, недостаточной температуры нагрева или неравномерного нагрева;

перегрев, пережог, усиленное окисление, обезуглероживание, а иногда науглероживание¹ стали, как результат одновременного воздействия температуры и печной атмосферы;

вскрытие подкорковых 'пузырей', приводящее к образованию волосовин, плен и других поверхностных пороков;

загрязнение поверхности металла посторонними включениями (частицами золы, топлива, кирпича);

внутренние плены на трубах, вследствие чрезмерно высокой или недостаточной температуры нагрева;

разностенность труб поперечная и продольная как результат неравномерного нагрева труб.

Неправильно считать, что качественный нагрев может быть достигнут только удлинением времени нагрева. Вопрос заключается в том, какова должна быть скорость нагрева в тех или иных интервалах, каковы должны быть температурный и тепловой режимы печи для обеспечения выбранной скорости и требуемого качества нагрева.

¹ Явление науглероживания может происходить при нагреве стали ЭА1Т

Таким образом, в практических условиях задача сводится не только к определению минимального времени, потребного для достижения качественного нагрева, но и к нахождению температурного и теплового режимов печи, обеспечивающих нагрев за это время. Установление правильного режима нагрева углеродистых и легированных сталей базируется на теории нагрева, изложенной в предыдущих частях работы.

Основное отличие предлагаемых методов состоит в том, что выбор технологии нагрева, помимо основных физических констант, основывается на температурном перепаде по сечению нагреваемого тела.

Вторая отличительная особенность заключается в соответствующем использовании свойств, которые являются общими для различных марок сталей, несмотря на разнообразие их состава.

2. Температура нагрева сталей

Конечная температура нагрева стали зависит от ряда факторов и, в первую очередь, от рода обработки и свойств стали.

При термообработке конечная температура нагрева (или температура выдержки) определяется в соответствии с критическими точками стали.

При горячей обработке металла давлением температура нагрева при прочих равных условиях определяется характером деформации. Так, например, прокатка обычно ведется при более высокой температуре, нежели ковка.

В тех случаях, когда высокая температура вредит качеству изделия вследствие окисления или других явлений и, когда характер деформации позволяет, обработка металла ведется при более низких температурах (800—1000°). К этим случаям относятся: прокатка жести, горячее волочение труб, редуцирование труб, операции загибки и т. п.

С другой стороны, возможны случаи горячей обработки при температурах, превышающих обычные температуры прокатки (например, печная сварка труб).

Следует сказать, что температура нагрева стали в процессе горячей обработки давлением не менее важна, чем скорость нагрева. Чем больше примесей содержит сталь, чем более она легирована, тем большее значение приобретает выбор правильной температуры нагрева по сравнению со скоростью нагрева. Как показывают данные заводской практики, при обработке высоколегированных сталей брак продукции чаще вызывается неправильным выбором температуры нагрева, нежели скоростью нагрева.

Во всех случаях нижний предел температуры нагрева определяют, исходя из допускаемой температуры в кон-

це обработки, с учетом охлаждения металла вследствие излучения и конвекции с одной стороны и тепловыделения в результате пластической деформации с другой; следует также иметь в виду, что конечная температура обработки металла давлением влияет на механические свойства стали.

Вообще говоря, повышение температуры металла благоприятно отражается на процессе его обработки, так как оно ведет к уменьшению сопротивления деформации, расхода энергии, позволяет увеличивать обжатия, уменьшает вероятность поломки валков и других деталей прокатного оборудования. С другой стороны, повышение температуры нагрева лимитируется ростом зерна, явлениями перегрева и пережога, а также окислением металла. Этими явлениями определяется высший предел температуры нагрева.

Для установления высшего предела следует руководствоваться кривой солидуса на диаграмме равновесия железо-углеродистых сплавов, так как наиболее опасное явление — перегог металла — связано с началом плавления его.

Наличие ликвационных выделений, неметаллических включений и других признаков неоднородности способствует понижению температуры плавления.

Поэтому максимальная температура нагрева должна быть на 100—150° ниже кривой солидуса (или теоретической температуры пережога). Это указание согласуется с табл. 12, в которой приводятся данные о температурах нагрева и пережога стали.

Таблица 12

Теоретическая температура пережога и максимальная температура нагрева

Сталь		Температура нагрева °С	Температура пережога °С
Углеродистая	1,5% С	1050	1140
»	1,1% С	1080	1180
»	0,9% С	1120	1220
»	0,7% С	1180	1280
»	0,5% С	1250	1350
»	0,2% С	1320	1470
»	0,1% С	1350	1490
Кремнемарганцевая	пружинная	1250	1350
»	низколегированная	1250	1370
»	низколегированная хромоникелевая	1250	1370
»	низколегированная никелевая для цементации	1270	1450
»	хромованадиевая	1250	1350
»	быстрорежущая	1280	1380
»	аустенитовая хромоникелевая	1300	1420

Так как кривая солидуса в основном определяется содержанием углерода в стали, то максимальная температура нагрева углеродистых и легированных сталей зависит от содержания углерода в них.

Подтверждением сказанного являются данные о температурах нагрева сталей различных марок, собранные нами на одном из крупнейших металлургических заводов. Эти данные после соответствующей обработки методами математической статистики представлены на рис. 112 в виде зависимости условных средних значений температур от содержания углерода в стали.

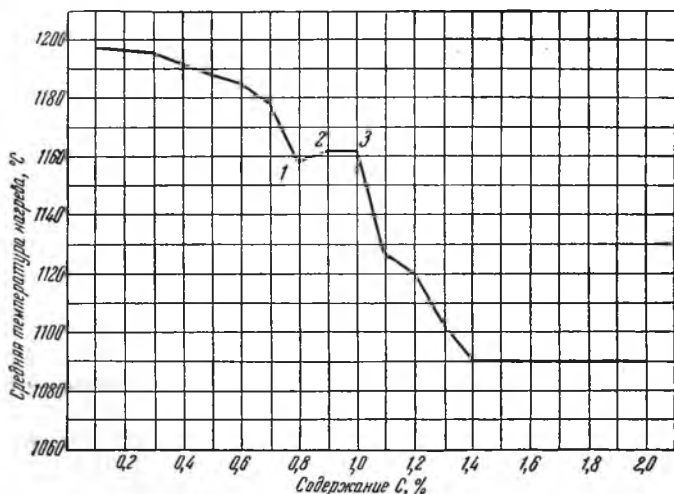


Рис. 112. Средние температуры нагрева различных марок сталей

Это построение, во-первых, подтверждает наличие нелинейной корреляционной связи между этими величинами, во-вторых, указывает на необходимость корректировки температуры нагрева в точках 1, 2, 3, где имеются отступления от указанной закономерности.

Зависимость температуры нагрева углеродистых и легированных сталей от содержания углерода в них подтверждается также литературными данными. На рис. 113 приведена эта зависимость, построенная на основании обработки практических данных.

В отдельных случаях максимальная температура нагрева определяется другими явлениями, вызывающими брак продукции. Например, при прошивке бесшовных труб из сталей, обладающих большим сопротивлением деформации, повышение тем

температуры металла за счет деформации иногда может быть столь значительным, что оно достигает температуры солидуса и может вызвать образование внутренних плен. Такой случай, например, имел место на одном из трубопрокатных заводов при производстве труб 219×8 мм из заготовок диаметром 222 мм. Понижение температуры прошивки привело к уменьшению внутренних плен.

Понижение температуры горячей обработки давлением часто вызывается необходимостью окончания обработки при достаточно низкой температуре с целью придания стали определенных

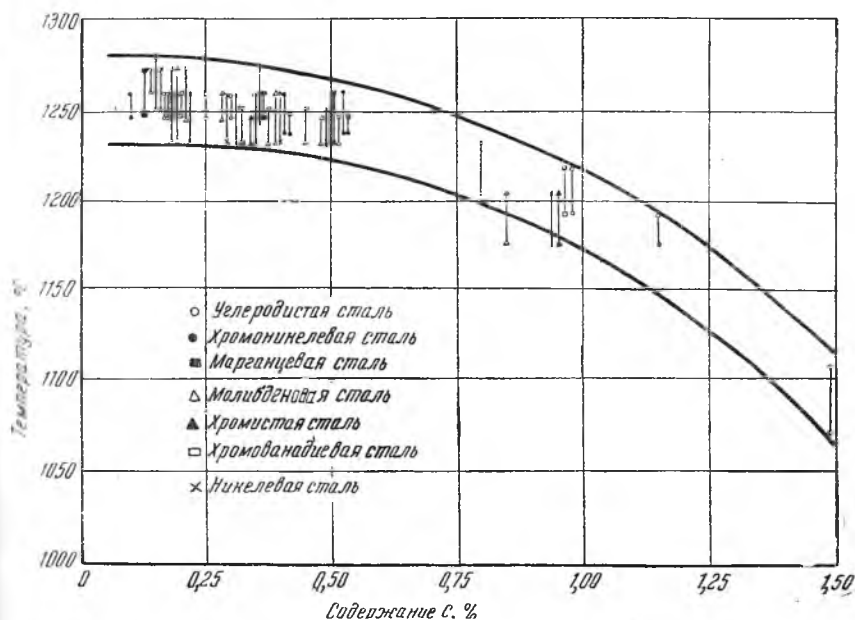


Рис. 113. Температуры нагрева углеродистых и легированных сталей в зависимости от содержания углерода

механических свойств. Так, например, прошивка стали Ж27 производится при 1100°.

Стали некоторых марок склонны к образованию особого вида брака, так называемого камневидного излома, сопровождающегося понижением ударной вязкости.

Исследования, произведенные на одном из трубопрокатных заводов, показали, что появлению этого вида брака способствует повышенная температура горячей обработки. Камневидный излом был обнаружен на трубах, прокатываемых из стали мар-

ки 38ХМЮА. Некоторое понижение температуры прошивки привело к снижению брака.

С другой стороны, в последнее время наблюдаются тенденции к повышению температуры нагрева. На одном из заводов были проведены опыты¹ прокатки легированных и высоколегированных сталей при повышенных температурах и интенсивных обжатиях.

Таблица 13

Опытный температурный режим прокатки легированных и высоколегированных сталей

Марка стали	Температура слитка в печи в последнем окне °С	Температура слитка после 2-го пропуска °С	Температура конца прокатки °С
Я1Т	1270—1300	1220—1250	1100—1150
ЕХ3А	1240—1260	1210—1240	1100—1160
У8—У9	1240—1260	1210—1240	1080—1140
30ХГСА	1330—1360	—	1170—1200

Как видно из табл. 13, температура нагрева превышает установленные температуры для этих сталей на других заводах, что позволило увеличить обжатия, а следовательно и скорости прокатки; при этом никаких изменений в выходе годного не наблюдалось.

На некоторых иностранных заводах также производилась проверка влияния повышенных температур нагрева слитков в колодцах на состояние поверхности заготовки. Наблюдения показали, что при повышенных температурах обдирка снизилась на 34% для низкоуглеродистых сталей и на 17% для среднеуглеродистых; длительность прокатки уменьшилась на 20%.

Переход на более высокие температуры нагрева возможен в печах современных конструкций, где более высокие скорости нагрева и более благоприятная печная атмосфера создают условия для уменьшения образования окалины, перегрева и пережога.

Выбор оптимальных температур горячей обработки давлением может производиться путем испытания образцов стали на скручивание при высоких температурах.

¹ А. Д. Гольдман и Б. С. Шапиро, *Сталь*, 1944, № 1—2.

По числу оборотов образца до его разрушения, по величине крутящего момента, а также по металлографическим испытаниям образцов можно судить о пластических свойствах стали, а следовательно, и об оптимальной температуре прокатки или прошивки. Результаты испытаний имеют относительное значение для сталей различных марок при данном виде обработки давлением.

Эта методика была применена лабораторией нагрева научно-исследовательского Трубного института¹; здесь были произведены испытания сталей ряда марок, употребляемых в трубном производстве, и на основе этого была разработана методика и составлена инструкция для проведения подобных испытаний.

Как указано выше, при определении высшего предела температуры нагрева необходимо учитывать выделение теплоты за счет деформации, что может быть сделано по формуле:

$$t = \frac{0,239 A \tau}{V \gamma c_p}, \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{XV}-1)$$

где t — среднее повышение температуры прокатываемого тела, $^\circ\text{C}$;

A — мощность, расходуемая на деформацию, kBT ;

τ — продолжительность прокатки или прошивки, сек;

V — объем прокатываемого металла, м^3 ;

γ — удельный вес металла, кг/м^3 ;

c_p — теплоемкость металла, $\text{кал/кг} \cdot ^\circ\text{C}$.

Кроме температуры нагрева, при установлении режима нагрева необходимо знать наибольшую разность температур по сечению тела в момент выдачи его печи либо степень прогрева P , т. е. отношение этой разности к толщине слитка, $^\circ\text{C/м}$.

При выборе степени прогрева необходимо учитывать охлаждение поверхности слитка после выдачи его из печи.

В последующих расчетах степень прогрева слитка будем принимать от 100 до 300° на 1 м толщины в зависимости от температуры нагрева, характера деформации, сопротивления деформации и поведения металла при прокатке, причем для слитков с более низкой температурой нагрева и с более высоким сопротивлением деформации разность температур должна быть меньше. Процессы прошивки требуют наибольшей равномерности нагрева, а следовательно и наименьшей разности температур.

¹ Прибор для испытания на горячее скручивание был сконструирован Н. В. Рулла.

3. Допускаемая скорость нагрева

Вопрос о допускаемой скорости нагрева металла возникает в связи с появлением температурных напряжений. Как было указано, температурные напряжения образуются в теле в процессе нагрева или охлаждения при наличии в нем температурного градиента.

Напряжения, возникающие в стали, должны учитываться в определенном температурном интервале нагрева, а именно от 0 до 500—550°, так как выше этих температур напряжения исчезают благодаря возникающей пластической деформации.

Исследования, проведенные лабораторией нагрева НИТИ, показали, что температура перехода из упругого в пластическое состояние лежит даже ниже 500° и для сталей испытанных марок достигает 400°.

В интервале фазовых превращений сталь также обладает достаточно высокой пластичностью. Поэтому при нагреве металла перед горячей обработкой давлением в этом интервале нет необходимости в каких-либо отступлениях от установленной скорости нагрева. Эти соображения не относятся к случаям нагрева металла при термообработке, когда замедление или даже полная остановка нагрева производится в критическом интервале для завершения процессов превращений и распространения их по всему объему обрабатываемого металла.

Из изложенного следует, что вопрос об определении допускаемой скорости нагрева относится только к температурному интервалу от 0 до 500°. Для мягкой стали, обладающей высокой пластичностью, скорость нагрева не ограничивается и при температурах ниже 500°. Точно так же скорость нагрева не лимитируется и для углеродистой и легированной стали, если нагреваемое тело имеет столь ограниченные размеры сечения, что возникающие напряжения не представляют опасности.

Прежде чем перейти к изложению методов определения допускаемой скорости нагрева, необходимо уточнить вопрос о допускаемых напряжениях при нагреве.

При расчетах конструкций за допускаемое напряжение принимается предел текучести с определенным запасом прочности.

Если в нагреваемом теле величина температурных напряжений превзойдет предел текучести, то это не вызовет разрушения тела, произойдет только пластическая деформация в соответствующей части, которая будет сопровождаться наклепом. Очевидно, разрушение может произойти в том случае, если напряжение достигнет величины временного сопротивления разрыву.

В упругом состоянии тела образование трещин или других видов разрушений возможно при резком повышении температуры. В этом случае в связи с увеличенной скоростью деформации ра-

рушение может произойти без пластической деформации, т. е. разрушение путем отрыва. Это тем более вероятно, что при нагреве в слитке получается объемное напряженное состояние, а по мнению некоторых специалистов объемное напряженное состояние скорее может вызвать хрупкое разрушение. Наконец, когда ставится вопрос о возможности разрушения стали под влиянием температурных напряжений, то обычно имеются в виду стали, склонные к хрупкому разрушению.

В силу изложенного можно предположить, что за допускаемое напряжение следует принимать истинное сопротивление разрыву, так как этой характеристикой учитывается и прочность и, до известной степени, пластичность металла¹.

Во всех случаях при выборе допускаемого напряжения необходимо принимать во внимание также остаточные напряжения, получающиеся в теле в результате его охлаждения, предшествующего процессу нагрева, так как эти напряжения имеют знаки, одинаковые с напряжениями при нагреве. Для выбора допускаемой скорости нагрева по допускаемым напряжениям воспользуемся формулами, приведенными во второй части книги.

Наибольшие по абсолютной величине напряжения, наблюдающиеся на поверхности тела, определяются (при $\nu = 0,3$) по формулам (XI—27) и (X—12):

$$\sigma = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CR^2}{8a} = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{\Delta t_m}{2} = 0,72 \beta E \Delta t_m^{*2} \quad \text{для цилиндра;} \quad (\text{XV—2})$$

$$\sigma = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{CS^2}{3a} = \frac{\beta E}{1-\nu} \cdot \frac{2}{3} \Delta t_m = 0,95 \beta E \Delta t_m^{*2} \quad \text{для пластины.} \quad (\text{XV—3})$$

Если в этих формулах σ_d будет означать допускаемое напряжение, то допускаемая скорость нагрева для стали определяется из выражений:

$$C = \frac{5,6a\sigma_d}{\beta ER^2} \quad \text{для цилиндра;} \quad (\text{XV—4})$$

$$C = \frac{2,1a\sigma_d}{\beta ES^2} \quad \text{для пластины,} \quad (\text{XV—5})$$

т. е. допускаемая скорость нагрева прямо пропорциональна температуропроводности, допускаемому напряжению и обратно пропорциональна квадрату толщины (диаметра) тела, коэффициенту линейного расширения и модулю упругости.

¹ Ввиду сложности вопроса о разрушениях стали в связи с тепловыми напряжениями это положение требует экспериментальной проверки.

* ² Для стали пуассоново отношение ν принято равным 0,3.

Допускаемая скорость нагрева для цилиндра при прочих равных условиях в $2\frac{2}{3}$ раза больше, чем для пластины.

Допускаемая разность температур, как вытекает из формул (XV—2) и (XV—3)

$$\Delta t_d = \frac{1,4\tau_d}{\beta E} \text{ для цилиндра;} \quad (\text{XV—6})$$

$$\Delta t_d = \frac{1,05\tau_d}{\beta E} \text{ для пластины.} \quad (\text{XV—7})$$

Из полученных формул следует, что *допускаемая разность температур не зависит от размеров тела и температуропроводности*. Размеры тела оказывают косвенное влияние на Δt_d , обусловленное тем, что начальные напряжения, вызванные охлаждением, предшествующим процессу нагрева, в телах большего размера, больше, отсюда и допускаемое напряжение при прочих равных условиях должно быть меньше. Форма тела оказывает влияние, что определяется коэффициентами 1,4 и 1,05.

Следует иметь в виду, что предложенные методы определения допускаемой скорости нагрева и допускаемой разности температур выведены на основе теории упругости и поэтому могут применяться для сталей, не обладающих высокой пластичностью.

Эти формулы позволяют находить средние величины за весь рассматриваемый период нагрева.

Нижеприведенная методика дает возможность учитывать изменение физических свойств и допускаемых напряжений в течение процесса нагрева. Для этого была использована следующая формула, определяющая наибольшую абсолютную величину напряжений в цилиндре (для оси его, т. е. при $r=0$, стр. 211):

$$\sigma_d = \frac{\beta E}{1-\nu} \left[\frac{CR^2}{8a} + \left(\frac{CR^2}{a} - 4\Delta t^\circ \right) f \left(\frac{a\tau}{R^2} \right) \right], \quad (\text{XV—8})$$

где значения функций f определяются по рис. 92. Задавшись допускаемым напряжением σ_d , можно с помощью этого решения вычислить допускаемую скорость нагрева C в любом температурном интервале. Однако это вычисление может быть произведено не прямым решением уравнения (XV—8), а методом подбора.

Чтобы иметь возможность практически использовать это решение, разобьем период нагрева (от 0 до 550°) на равные температурные интервалы, например, через каждые 100° . Тогда скорость нагрева в каждом интервале

$$C = \frac{100}{\tau},$$

где τ — продолжительность интервала;

отсюда

$$\frac{CR^2}{a} = \frac{100}{\frac{a\tau}{R^2}}$$

Следовательно, каждому значению $\frac{a\tau}{R^2}$, входящему в функцию I , будет соответствовать определенное значение $\frac{CR^2}{a}$, и обрат-

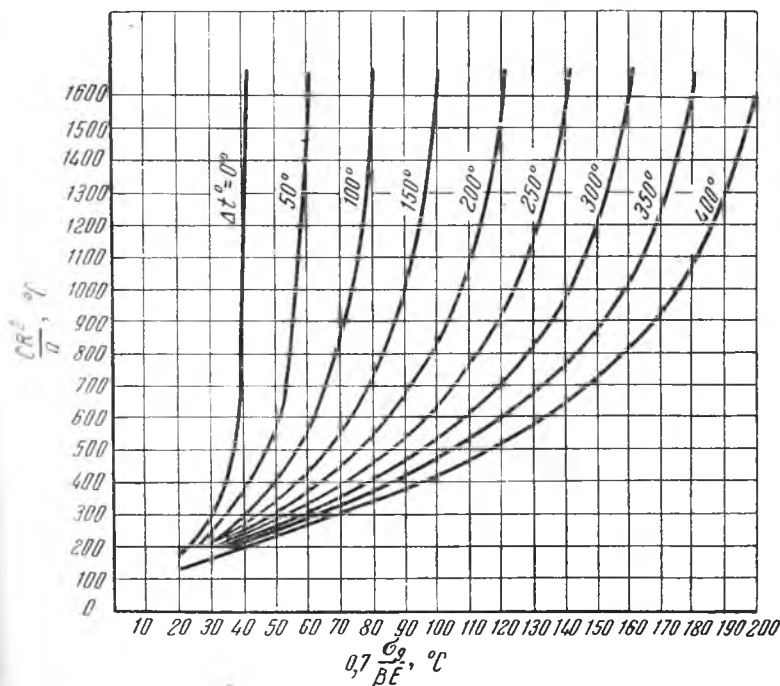


Рис. 114. Номограмма для определения допускаемой скорости нагрева цилиндра

но. Отсюда, по заданным значениям $\frac{CR^2}{a}$ и Δt^0 легко вычислить значение $\frac{\sigma_d(1-\nu)}{\beta E}$.

На основании этих соображений на рис. 114 и была построена номограмма, позволяющая определять значения $\frac{CR^2}{a}$ в зависимости от $(1-\nu)\frac{\sigma_d}{\beta E} = 0,7 \frac{\sigma_d}{\beta E}$ и Δt^0 .

Таким образом, приняв определенное значение допускаемого напряжения σ_d и других величин: β , E и Δt° , с помощью номограммы легко определить $\frac{CR^2}{a}$, а отсюда и допускаемую скорость нагрева в данном температурном интервале.

Так как начальная разность температур Δt° в каждом интервале является конечной разностью Δt предыдущего, то для определения этой разности с помощью формулы (III—25) на рис. 115 построена номограмма, выражающая зависимость $\frac{CR^2}{a}$ от Δt и Δt° .

Так как температурные интервалы приняты нами через каждые 100° , то в конце первого интервала, когда начальная раз-

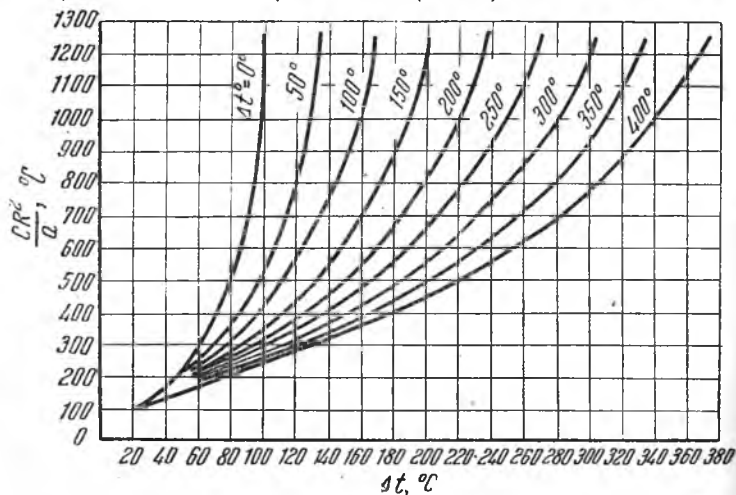


Рис. 115. Номограмма для определения разности температур в цилиндре

ность температур $\Delta t^\circ = 0$, конечная разность Δt не может превзойти 100° . Поэтому, как показали вычисления, при значении $(1 - \nu) \frac{\sigma_d}{\beta E} > 40$ величина $\frac{CR^2}{a}$, а следовательно, и допускаемая скорость нагрева может быть как угодно велика.

По этим же причинам разность температур в конце второго интервала не может превзойти 200° , и вычисления показали, что в этом случае при значении $(1 - \nu) \frac{\sigma_d}{\beta E} > 85$, $\frac{CR^2}{a}$ может принимать любое большое значение.

На основании изложенного мы приходим к заключению, что если $\frac{\sigma_d}{\beta E} (1 - \nu) > 40$ в первом интервале больше 40, а во втором интер-

вале больше 85, то скорости нагрева в этих интервалах могут быть произвольно большими величинами.

Решение задачи будет неполным, если не дать расчета температуры печи, соответствующей допускаемой скорости нагрева. Температура печи определяется по формулам (III—61) — (III—63) и рис. 19 в зависимости от разности температур Δt_m и Δt° .

Пример 1. Определить допускаемую скорость нагрева и допускаемую разность температур для заготовки диаметром 330 мм из стали ОХМ (0,32—0,40% С; 0,9—1,2% Cr; 0,4% Ni).

Результаты вычислений сведены в табл. 14, в которой определяемые величины по горизонталям расположены в порядке их вычислений.

На основании изложенных выше соображений мы в первых двух интервалах нагрева принимаем произвольные значения $\frac{CR^2}{a}$ и, следовательно, произвольные значения скорости нагрева C . Учитывая конструктивные особенности существующих методических печей, мы в этих случаях подбираем скорости нагрева таким образом, чтобы температура печи, обеспечивающая эти скорости, не превосходила температур в последующих участках.

По изложенному методу были построены аналогичные номограммы для пластины (рис. 116 и 117).

Исходная формула для построения диаграммы на рис. 116 получена из формулы (X—14) при наибольшем по абсолютной величине напряжении

$$\sigma_d = \frac{\beta E}{1-\nu} \left[\frac{CS^2}{3a} + \left(\frac{CS^2}{a} - 2\Delta t^\circ \right) f \left(\frac{a\tau}{S^2} \right) \right]. \quad (\text{XV—9})$$

Для построения диаграммы рис. 117 была использована формула (III—25).

В заключение следует остановиться на выборе допускаемой температуры печи при посадке, которая является одной из существенных величин, определяемых при установлении режима нагрева. Для этого используем формулу (V—8).

Пусть в этой формуле начальная температура тела по всему сечению равна нулю, т. е. $t^\circ = 0$ и $\Delta t = 0$; тогда максимальное значение разности представится в виде:

$$\Delta t_m = t_r \Phi_m \left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda} \right). \quad (\text{XV—10})$$

В этом случае каждому значению температуры печи t_r будет соответствовать определенное значение коэффициента теплоотдачи α , и если задаться отношением $\frac{S}{\lambda}$ (или $\frac{R}{\lambda}$), то этим определится значение Φ_m из рис. 45 или 46, а отсюда и Δt_m .

Таблица 14

Результаты вычисления допускаемой скорости нагрева для слитка диаметром 330 мм

№ интервалов	Температура металла *1				Физические константы *2					0,7 °g βE °C	CR*3 a °C	Допускаемая ско- рость *, °/час	τ *3 час	Δt *3 °C	t _c *7 °C	$\frac{a\tau}{R^2}$	$F\left(\frac{a\tau}{R^2}\right)^{**}$	t _г *8 °C
	t _{II} °	t _{II}	t _c °	Δt ^o	ρ, кг/м.м ³	β · x, 10 ³ , °C	E · x, 10 ⁻³ кг/м.м ²	λ кал/м. час, °C	α м ² /час									
1	0	100	0	0	38	11,3	20,5	29,2	0,034	116	1500	1850	0,06	100	0	0,07	0,24	870
2	100	200	0	100	36	11,3	20,8	23,5	0,033	107	1450	1650	0,06	200	0	0,07	0,24	870
3	200	300	0	200	34	12,5	19,8	27,8	0,031	96	780	890	0,11	190	110	0,13	0,16	880
4	300	400	110	190	33	12,5	19,1	27,1	0,028	97	825	850	0,12	195	205	0,12	0,17	880
5	400	500	205	195	31	14,2	17,6	26,1	0,027	87	650	645	0,16	175	325	0,16	0,12	880
6	500	600	325	175	21	14,2	15,6	25,0	0,023	66	550	460	0,22	150	450	0,19	0,10	890

*1 Разбивается на интервалы по 100°.

*2 Принимаются по данным главы XI.

*3 Из рис. 114 по Δt° и $\frac{CR^2}{0,7 \sigma g}$; для первых двух интерваловпроизвольные значения $\frac{CR^2}{a}$.*4 По полученному значению $\frac{CR^2}{a}$.*5 $\tau = \frac{100}{C}$.*6 Из рис. 115 по $\frac{CR}{a}$ и Δt° .*7 $t_c = t_{\text{II}} - \Delta t$.*8 Из рис. 19 по $\frac{a\tau}{R^2}$.

*9 По формуле (III-61).

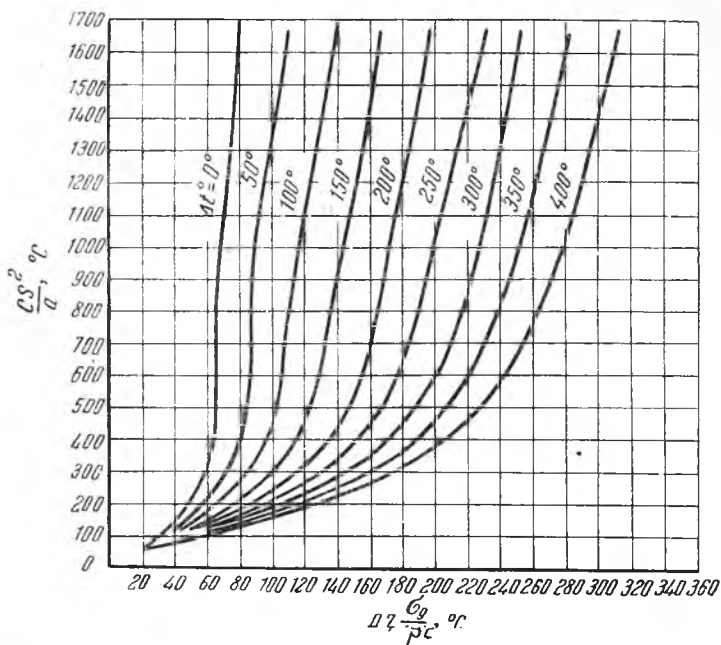


Рис. 116. Номограмма для определения допускаемой скорости нагрева пластины

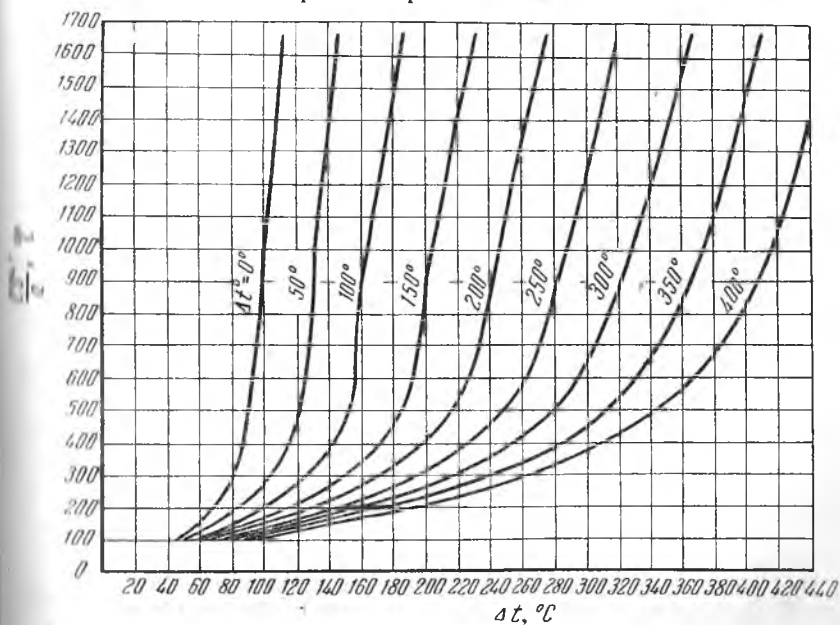


Рис. 117. Номограмма для определения разности температур в пластине

Следовательно, задавшись рядом значений t_r и $\frac{S}{\lambda}$ (или $\frac{R}{\lambda}$), нетрудно вычислить соответствующие значения Δt . Результаты вычислений представлены графически на рис. 118 и 119 в виде семейства кривых, выражающих зависимость температуры печи t_r от максимального значения Δt_m и отношения $\frac{S}{\lambda}$ (или $\frac{R}{\lambda}$)¹.

Из рассмотрения этих рисунков можно заключить, что допустимая температура печи увеличивается с увеличением разности

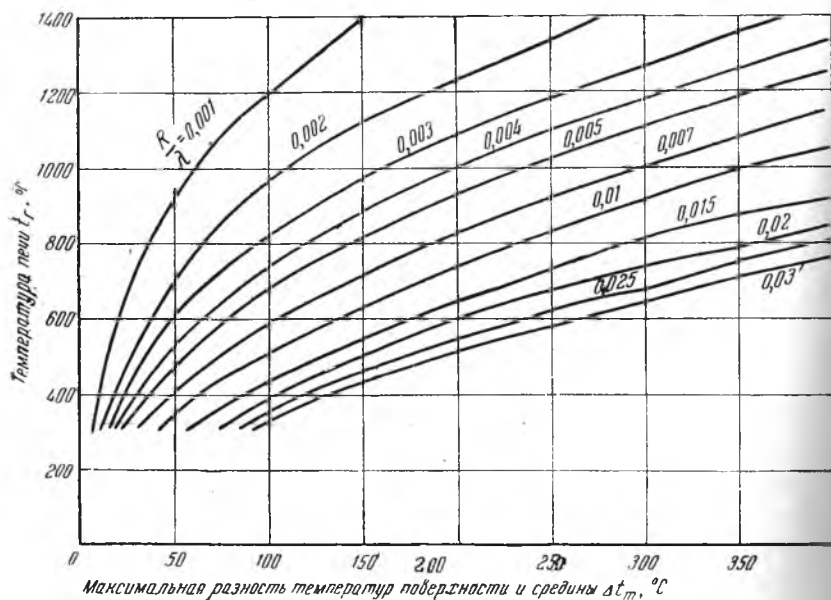


Рис. 118. Допускаемая температура печи t_r для цилиндра в зависимости от максимальной разности температур Δt_m :

λ — коэффициент теплопроводности, кал/м. час. °С; R — радиус, м

температур, коэффициента теплопроводности и с уменьшением толщины тела и почти не зависит от формы тела.

Для определения допускаемой разности температур следует пользоваться формулами (XV—6) и (XV—7).

Пример 2. Определить допускаемую температуру печи для слитков сечением 600×600 мм по следующим данным:

$$\lambda = 29,7 \text{ кал./м. час } ^\circ\text{С}; \beta = 12 \cdot 10^{-6}; E = 20 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2;$$

$$\sigma_d = 40 \text{ кг/мм}^2.$$

¹ При вычислении коэффициентов теплоотдачи α для построения графиков видимый коэффициент излучения ε_B принимается равным 4 кал. м² час. °К⁴

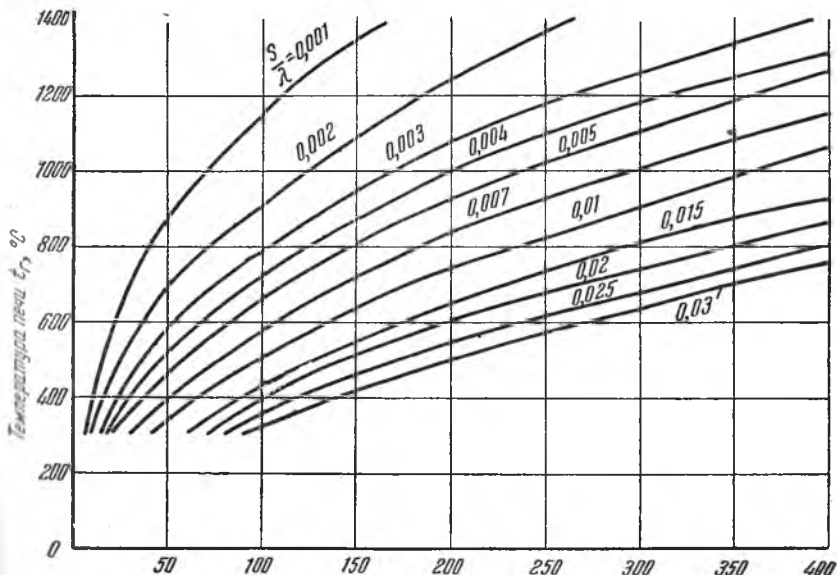
Определяем

$$\Delta t_m = \frac{1,25 \cdot 40}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^8} = 208^\circ \text{ [формула (XV—6), в которой для}$$

квадратного сечения взято 1,25 вместо 1,4];

$$\frac{R}{\lambda} = \frac{0,3}{29,7} = 0,01.$$

Допускаемая температура печи по рис. 118 $t_r = 760^\circ$.



Максимальная разность температур поверхности и середины Δt_m , $^\circ\text{C}$

Рис. 119. Допускаемая температура печи t_r для пластины в зависимости от максимальной разности температур Δt :

λ — коэффициент теплопроводности, кал/м. час. $^\circ\text{C}$; S — толщина пластины, м

Допускаемая температура печи может быть также определена по допускаемому напряжению, для чего воспользуемся формулой (XI—33) и рис. 96. Из этого рисунка можно видеть, что максимальное значение функции f , а следовательно, и напряжения σ получается при $\frac{a\tau}{R^2} = 0,2$, чему соответствует время $\tau = 0,2 \frac{R^2}{a}$.

Если принять $t^0 = 0$, то для поверхности или середины цилиндра получаем

$$\sigma = \frac{\beta E}{1-\nu} t_r f_m \left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}; \frac{aR}{\lambda} \right). \quad (\text{XV—11})$$

В решении (XV—11) каждому значению t_r будет соответствовать определенное значение коэффициента теплоотдачи α . Отсюда, задавшись отношением $\frac{R}{\lambda}$, мы по критерию $\frac{\alpha R}{\lambda}$ определяем максимальное значение функции f_m .

Таким образом, каждому значению t_r и $\frac{R}{\lambda}$ будет соответствовать определенное максимальное значение функции f_m , а отсюда и $\frac{\sigma(1-\nu)}{\beta E}$.

Результаты вычислений приведены на рис. 120, на котором по оси абсцисс отложены значения $\frac{0,7\sigma_d}{\beta E}$ (для стали принято $\nu =$

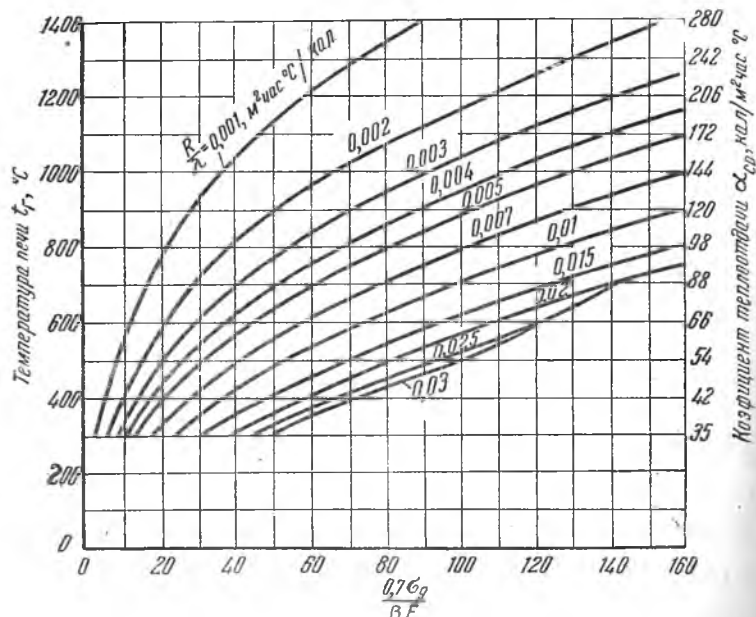


Рис. 120. Допускаемая температура печи для цилиндра в зависимости от допускаемых напряжений:

σ — допускаемое напряжение; β — коэффициент линейного расширения;
 E — модуль упругости; λ — коэффициент теплопроводности; R — радиус цилиндра

$= 0,3$), а по оси ординат допускаемые температуры печи t_r при различных значениях отношения $\frac{R^2}{\lambda}$. Таким образом, рис. 120 позволяет определить допускаемую температуру печи, если на-

¹ См. примечание на стр. 272.

вестны следующие величины, характеризующие свойства нагреваемого тела:

$$\sigma_d, \beta, E, R, \lambda.$$

Допускаемая температура печи увеличивается с увеличением коэффициента теплопроводности, допускаемого напряжения и с уменьшением радиуса цилиндра, коэффициента расширения, модуля упругости.

Пример 3. По данным примера 2 определить допускаемую температуру печи, пользуясь рис. 120.

$$\text{Имеем} \quad \frac{0,7 \sigma_d}{\beta E} = \frac{0,7 \cdot 40}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^8} = 116^\circ$$

$$\frac{R}{\lambda} = \frac{0,3}{29,7} = 0,01;$$

Откуда по рис. 120

$$t_r = 760^\circ.$$

Наконец, если нагрев совершается при постоянном тепловом потоке, допускаемая температура печи может быть определена из ранее приведенного выражения:

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{q}{\sigma_B} + \left(\frac{T_0}{100}\right)^4} - 273 \quad [\text{см. (III-36)}],$$

где $q = \frac{2\Delta t_m \lambda}{S}$ (см. III-39);

Δt_m — допускаемая разность температур;

T_0 — начальная температура металла в $^\circ\text{K}$.

В заключение следует сказать, что при определении допускаемой скорости нагрева существенную роль может сыграть симметричность нагрева: при несимметричном нагреве слитка скорее можно ожидать случаев разрушения.

Этот вопрос, как и вообще вопросы, связанные с определением допускаемых скоростей нагрева, ввиду сложности и многочисленности влияющих факторов требуют экспериментального исследования не столько в лабораторных условиях, сколько непосредственным проведением опытов со сталями различных марок на заводах.

4. Установление режима нагрева

Как указано выше, выбор технологии нагрева стали базируется на температурном перепаде или температурной разности по отношению нагреваемого тела.

Эта величина является наиболее существенной для установления режима нагрева, так как, с одной стороны, наряду с конечной температурой нагрева она определяет «готовность» металла

к выдаче; с другой стороны, она характеризует правильность процесса нагрева с точки зрения напряжений.

Известно, что разность температур по сечению тела при прочих равных условиях изменяется в зависимости от характера изменения температуры поверхности тела.

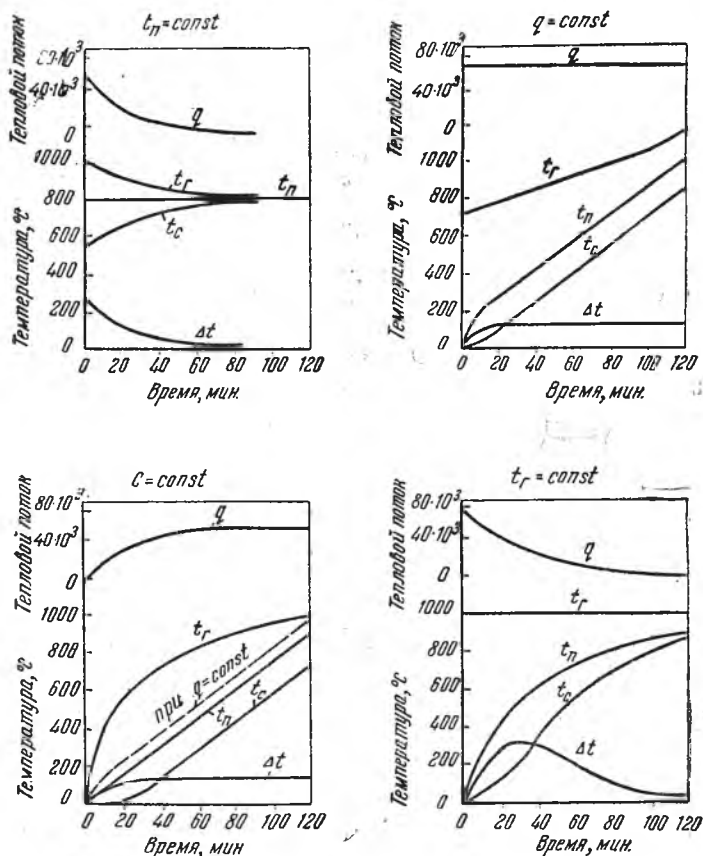


Рис. 121. Изменение разности температур $\Delta t = t_n - t_c$ для простейших случаев нагрева

На рис. 121 представлено изменение разности температур для четырех простейших случаев нагрева, разобранных в первой части книги:

1) при постоянной температуре поверхности тела ($t_n = \text{const}$);

2) при линейном изменении температуры поверхности тела ($C = \text{const}$);

3) при постоянном тепловом потоке ($q = \text{const}$);

4) при постоянной температуре печи ($t_r = \text{const}$).

В первом случае максимум температурной разности $\Delta t = t_n - t_o$ совпадает с начальным моментом, а в дальнейшем разность температур падает, асимптотически приближаясь к нулю.

Во втором случае разность температур Δt постепенно увеличивается, достигая максимального значения, и в дальнейшем этот максимум сохраняется, изменяясь в зависимости только от температуропроводности тела.

При постоянном тепловом потоке изменение разности температур Δt происходит так же, как и при $C = \text{const}$, однако температура поверхности в начале изменяется по кривой, а затем по прямой (см. рис. 27).

Наконец, при постоянной температуре печи разность температур Δt достигает наибольшего значения через некоторый проме-

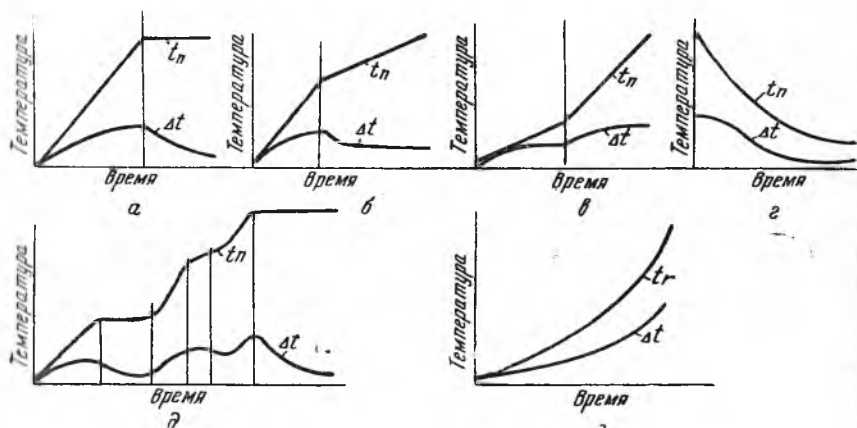


Рис. 122. Изменение разности температур для сложных случаев нагрева

жуток времени, а затем происходит постепенное (более пологое) падение этой разности. На основе этих данных на рис. 122 показано изменение температурной разности по сечению тела для более сложных случаев нагрева.

Согласно решениям, выведенным в главе III, существует связь между температурой печи t_r и разностью температур¹. Величина и распределение температурных напряжений, возникающих в процессе нагрева и охлаждения, при определенных условиях также могут быть определены по разности температур. Все эти соображения подтверждают правильность и целесообразность метода установления режима нагрева по разности температур.

¹ См., например, формулы (III-36) и (III-38)

При выборе режима нагрева необходимо учитывать: «высоту» или температуру нагрева, длительность или скорость нагрева.

Об этих двух параметрах было сказано выше. Кроме того, необходимо принимать во внимание коэффициент неравномерности нагрева μ , с помощью которого определяется расчетная толщина S (стр. 159).

Следует сказать, что имеющее место расхождение теоретических и практических данных часто объясняется тем, что в расчетах нагрева не учитывается коэффициент μ . С помощью этого коэффициента можно не только более правильно устанавливать режим нагрева, но и вычислять истинное распределение температур по сечению, находить минимальную температуру, место ее расположения и наибольшую разность температур по сечению.

Как следует из изложенного выше, при установлении режима нагрева должен быть выделен первоначальный период нагрева, когда возникают температурные напряжения, и конечный период, период окончательной подготовки металла перед выдачей.

Режим нагрева сталей определяется в зависимости от марки стали, размеров и формы нагреваемого тела, температуры посадки и в значительной степени связан с конструкцией печей.

В практике нагрева металла перед горячей обработкой давлением и при термообработке различаются: одноступенчатый, двухступенчатый, трехступенчатый и многоступенчатый режимы нагрева.

Одноступенчатый режим обычно применяется для нагрева тонкого металла: листов, сутунок, тонкостенных труб и др. при одиночном их расположении. В этом случае нет необходимости выделять период нагрева, когда возникают напряжения¹, точно так же здесь не требуется времени для выравнивания температур. Однако при термообработке изделий зачастую вводится период выдержки; это делается не столько для выравнивания температур, сколько для полного завершения процессов превращений.

Двухступенчатый режим нагрева обычно состоит из периода нагрева и периода выдержки. Этот режим должен применяться при нагреве углеродистых и легированных сталей горячего посада. Кроме того, данный способ нагрева следует применять для пакетов листов, труб или массы мелких изделий. Во всех этих случаях температурные напряжения не представляют опасности, и поэтому период напряжений отпадает.

В условиях практики двухступенчатый график довольно часто состоит из периода предварительного нагрева и пери-

¹ В дальнейшем этот период нагрева будем называть периодом напряжений

ода окончательного нагрева. Этот способ нагрева практикуется в двухзонных методических печах, состоящих из методической и сварочной камер, в одноместных и многоместных колодцах, в которых двухступенчатый нагрев совершается путем пересадки слитков из задних рядов колодцев в передние или путем переключения горелок, в кузнечных печах и в других случаях.

Трехступенчатый режим нагрева состоит из периода напряжений, периода ускоренного нагрева и периода выдержки, причем выдержка требуется в тех случаях, когда после достижения конечной температуры на поверхности середина тела еще не прогрета. Этот способ нагрева наиболее рационален, так как позволяет нагревать сталь с наибольшей скоростью и наиболее правильно с точки зрения качества. Трехступенчатый график применим для нагрева углеродистых и легированных сталей различных размеров при холодном посаде.

Наконец, многоступенчатый график иногда применяется при термообработке, если в силу тех или иных соображений приходится изменять скорости нагрева или производить выдержку в отдельных интервалах нагрева.

В случае одноступенчатого графика установление режима нагрева сводится к определению общей продолжительности нагрева по заданной температуре печи и по начальной и конечной температурам металла.

Для ускорения нагрева эта температура должна быть максимально возможной. Например, в печах для непрерывного скоростного нагрева, температура газов на всем протяжении процесса нагрева достигает 1600° независимо от конечной температуры металла, а тепловой поток при этом $q = 500\,000 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час}$ и выше.

Для определения наибольшей толщины изделия, для которой можно допустить одноступенчатый режим нагрева, воспользуемся следующими соображениями.

Наибольшая разность температур в случае цилиндра (см. XV—6)

$$\Delta t_{\text{д}} = \frac{1,4\sigma_{\text{д}}}{\beta E}.$$

Принимая $\sigma_{\text{д}} = 40 \text{ кг/мм}^2$; $\beta = 12 \cdot 10^{-6}$ и $E = 20 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2$, находим $\Delta t_{\text{д}} = \frac{1,4 \cdot 40}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3} = 233^\circ$.

Если температура печи $t_{\text{г}} = 1300^\circ$, то по рис. 118 определяем

$$\frac{R}{\lambda} = 0,002.$$

Следовательно, если $\lambda = 30$, то $R_{\text{макс}} = 0,06 \text{ м} = 6 \text{ см}$.

Этот режим нагрева обычно осуществляется в камерных печах с постоянной температурой во времени ($t_r = \text{const}$).

Двух- или трехступенчатый график нагрева, более или менее ярко выраженный, легко может быть получен в методических печах с соответствующей формой рабочего пространства и с соответствующим расположением сожигательных устройств.

В камерных печах двух- или трехступенчатый график нагрева может быть достигнут регулированием теплового режима печи ручным или автоматическим способом.

Для установления режима нагрева воспользуемся решениями уравнения теплопроводности при $C = \text{const}$ и $q = \text{const}$.

Согласно данным главы III (см. III—47) разность температур по сечению тела (при $C = \text{const}$)

$$\Delta t = K \frac{CS^2}{a},$$

где K — коэффициент формы, определяемый по рис. 20 (см. также стр. 69), а скорость нагрева

$$C = \frac{t_k - t_n}{\tau},$$

где t_k и t_n — конечная и начальная температуры поверхности;
 τ — время нагрева.

Из этих двух равенств следует:

$$\Delta t = \frac{KS^2}{a\tau}(t_k - t_n),$$

отсюда продолжительность нагрева.

$$\tau = \frac{KS^2}{a\Delta t}(t_k - t_n). \quad (\text{XV—12})$$

Выражение (XV—12) действительно при $C = \text{const}$, т. е. если постоянный тепловой поток q начинается по истечении некоторого промежутка времени (см. рис. 121).

При $q = \text{const}$ время нагрева определяется из формул (см. главу IV):

$$\tau = \frac{KS^2}{a\Delta t} \left(t_k - \frac{2}{3} \Delta t - t_n \right) \text{ для пластины; } (\text{XV—13})$$

$$\tau = \frac{KS^2}{a\Delta t} \left(t_k - \frac{1}{2} \Delta t - t_n \right) \text{ для цилиндра. } (\text{XV—14})$$

Для вычисления продолжительности выдержки будем пользоваться формулой:

$$\tau = m \frac{S^2}{a}, \quad (\text{XV—15})$$

где коэффициент m находят по рис. 12.

Приведенные формулы являются исходными для расчетов отдельных периодов нагрева в зависимости от разности температур Δt . Следовательно, если нагрев производится по трехступенчатому графику, то продолжительность первого периода

$$\tau_1 = \frac{KS^2}{a_1 \Delta t_1} [500 + (1-r) \Delta t_1 - t^\circ], \quad (\text{XV—16})$$

где Δt_1 — допускаемая разность температур в первом периоде (ступени) [см. (XV—6) и (XV—7)];

$r = 2/3$ пластины и $-1/2$ для цилиндра (XV—13 и 14).

Продолжительность второго периода

$$\tau_2 = \frac{KS^2}{a_2 \Delta t_2} [t_{\text{II}} - r \Delta t_2 - 500 - (1-r) \Delta t_1], \quad (\text{XV—17})$$

где t_{II} — температура нагрева (конечная);

Δt_2 — разность температур во втором периоде, определяемая по заданной температуре печи t_r , которая может быть достигнута:

$$\Delta t_2 = \frac{\sigma_B S}{2\lambda} \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{II}}}{100} \right)^4 \right]. \quad (\text{XV—18})$$

Продолжительность третьего периода (выдержки) вычисляется по формуле (XV—15).

Температура печи и тепловой поток в каждом периоде нагрева определяются по формулам главы III.

Полезная тепловая мощность для каждого периода вычисляется путем умножения теплового потока на поверхность нагрева металла, а полная тепловая мощность — делением полезной тепловой мощности на коэффициент полезного действия печи.

Если в формулы (XV—13) и (XV—14) подставить $\frac{qS}{2\lambda}$ вместо Δt , $c_p \gamma$ вместо $\frac{\lambda}{a}$, то, имея в виду, что для пластины отношение веса к поверхности $\frac{P}{F} = S\gamma$, для цилиндра $\frac{P}{F} = \frac{R\gamma}{2}$, получим следующее выражение для продолжительности нагрева при постоянном тепловом потоке:

$$\tau = \frac{\Delta i \cdot P}{q \cdot F}, \quad (\text{XV—19})$$

где Δi — приращение теплосодержания металла; q — средний тепловой поток.

Формула (XV—19) была предложена И. Д. Семикиным.

Пример 5. Установить режим нагрева слитков из конструкционной стали сечением 400×600 мм при вертикальном их расположении; нагрев трехступенчатый от 20 до 1200° .

Решение. Имеем.

$$\frac{B}{S} = \frac{0,3}{0,2} = 1,5; \quad t^\circ = 20^\circ; \quad \text{степень прогрева}^1 \quad p = 200^\circ/\text{м};$$

$t_{\Pi} = 1200^\circ$; максимальная температура печи $t_{\Gamma} = 1300^\circ$.

1) Физические константы (принимаем):

для I периода $\lambda_1 = 27,6$ кал/м·час $^\circ$ С; $a_1 = 0,025$ м 2 /час

для II периода $\lambda_2 = 25,2$ " ; $a_2 = 0,017$ "

для III периода $\lambda_3 = 25,6$ " ; $a_3 = 0,020$ "

$\beta = 12 \cdot 10^{-6}$; $E = 18 \cdot 10^3$ кг/мм 2 ;

$\sigma_d = 40$ кг/мм 2 .

2) Допускаемая разность температур

$$\Delta t = \frac{1,25 \cdot 40}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^3} = 230^\circ \text{ [см. формулу (XV-6), в которой коэффициент 1,4 заменен на 1,25]}$$

3) Продолжительность I периода

$$\tau_1 = \frac{0,41 \cdot 0,2^2}{0,025 \cdot 230} \left(500 + \frac{1}{3} 230 - 20 \right) = 1,6 \text{ часа [см. (XV-16)],}$$

а коэффициент формы K определяется по рис. 20 при отношении $\frac{B}{S} = 1,5$.

4) Разность температур во II периоде, если принять $\tau_E = 3,5$.

$$\Delta t_2 = \frac{3,5}{2} \cdot \frac{0,2}{25,2} \left[\left(\frac{1300 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{1200 + 273}{100} \right)^4 \right] = 185^\circ \text{ [см. (XV-18)].}$$

Средняя разность температур

$$\Delta t_2 = \frac{230 + 185}{2} = 208^\circ.$$

5) Продолжительность II периода

$$\tau_2 = \frac{0,41 \cdot 0,2^2}{0,017 \cdot 208} \left(1200 - \frac{2}{3} \cdot 185 - 500 - \frac{1}{3} 230 \right) = 2,32 \text{ часа [см. (XV-17)]}$$

6) Разность температур в конце выдержки

$$\Delta t_3 = pS = 200 \cdot 0,2 = 40^\circ (p = 200^\circ/\text{м толщины}).$$

7) Продолжительность выдержки при степени выравнивания температур

$$\delta = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_3} = \frac{40}{185} = 0,22 \text{ и при } \frac{B}{S} = 1,5;$$

$$m = 0,55 \text{ (по рис. 12);}$$

$$\tau_3 = 0,55 \cdot \frac{0,2^2}{0,020} = 1,10 \text{ часа [см. (XV-15)].}$$

8) Полная продолжительность нагрева

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 1,60 + 2,32 + 1,10 = 5,02 \text{ часа.}$$

9) Температуры металла:

в конце I периода $t_{\Pi} = 730^\circ$; $t_c = 500^\circ$; $\Delta t_1 = 230^\circ$;

» » II » $t_{\Pi} = 1200^\circ$; $t_c = 1015^\circ$; $\Delta t_2 = 185^\circ$;

в конце III периода $t_{\Pi} = 1200^\circ$; $t_c = 1160^\circ$; $\Delta t_3 = 40^\circ$.

¹ См. стр. 263.

10) Температура печи при посадке, если «эквивалентный диаметр» слитка

$$D_{\text{ср}} = \frac{4F}{p^1} = \frac{4 \cdot 0,4 \cdot 0,6}{2(0,4 + 0,6)} = 0,48 \text{ м}$$

и

$$\frac{R}{\lambda} = \frac{0,24}{27,6} = 0,0087,$$

$$t_{\Gamma, 0} = 800^\circ \text{ (по рис. 118 при } \Delta t = 230^\circ \text{ и } \frac{R}{\lambda} = 0,0087).^1$$

11) Тепловой поток q по формуле (III—39) в конце I периода

$$q = \frac{2\lambda\Delta t}{S} = \frac{2 \cdot 27,6 \cdot 230}{0,2} = 63480 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час.}$$

Температура печи в конце I периода по формуле (III—36)

$$t_{\Gamma} = 100 \sqrt[4]{\frac{63480}{3,5} + \left(\frac{730 + 273}{100}\right)^4} - 273 = 1030^\circ.$$

12) Температура печи в конце выдержки должна приближаться к температуре поверхности слитка (1200°).

Таким образом, общая продолжительность нагрева $\tau = 5,02$ часа; при этом температура печи должна изменяться от 800 до 1030° в течение $1,6$ часа, а затем от 1030 до 1300° на протяжении $2,32$ часа, после чего эта температура понижается, приближаясь к температуре поверхности слитка.

Продолжительность нагрева может быть сокращена, если во втором периоде нагрева произойдет мгновенное повышение температуры печи и если эта температура будет выше ранее принятой. Время нагрева в этом периоде определится согласно данным главы V.

Для дальнейших вычислений можно применить решение (V—16) для двухмерного поля, определить температуры для ряда промежуточных времени, построить температурную кривую, а затем по кривой найти время, необходимое для нагрева до заданной температуры.

Для упрощения вычислений заменим тело прямоугольного сечения цилиндром эквивалентного диаметра $0,48 \text{ м}$ (см. выше). Отсюда $R = 0,24 \text{ м}$.

Пример 6. По данным примера 5 определить сокращенную продолжительность нагрева.

Решение.

1) $\tau_1 = 1,6$ часа (из примера 5).

2) Коэффициент теплоотдачи [см. (XIII—10)] при $m_{\kappa} = 1,0$

$$\begin{aligned} \alpha' &= \sigma_{\text{в}} \cdot 100^{-4} (T_{\Gamma}^3 + T_{\Gamma} T_{\Pi}^2 + T_{\Gamma}^2 T_{\Pi} + T_{\Pi}^3) = \\ &= 3,5 \cdot 100^{-4} (1573^3 + 1573 \cdot 1003^2 + 1573^2 \cdot 1003 + 1003^3) = \\ &= 310 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C (при } t_{\Gamma} = 1300^\circ \text{ и } t_{\Pi} = 730^\circ); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha'' &= 3,5 \cdot 100^{-4} (1573^3 + 1573 \cdot 1473^2 + 1573^2 \cdot 1473 + 1473^3) = \\ &= 490 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C (при } t_{\Gamma} = 1300^\circ \text{ и } t_{\Pi} = 1200^\circ); \end{aligned}$$

¹ Вычисление этой же величины по формулам (III—39) и (III—36) при $\sigma_{\Pi} = 3,5$ дает $t_{\Gamma, 0} = 840^\circ$. Принимая $\sigma_{\text{в}} = 4$, получаем $t_{\Gamma, 0} = 800^\circ$.

$$\alpha = \frac{490 + 310}{2} = 400 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}.$$

3) Критерий

$$\frac{\alpha R}{\lambda} = \frac{400 \cdot 0,24}{25,2} = 3,8;$$

Средняя начальная температура металла во II периоде:

$$t^\circ = 730 - 0,5 \cdot 230 = 615^\circ.$$

$$4) \quad \Phi_{II} = \frac{1200 - 1300}{615 - 1300} = \frac{100}{685} = 0,146.$$

$$5) \quad \frac{a\tau}{R^2} = 0,33 \text{ (по рис. 46 при } \frac{\alpha R}{\lambda} = 3,8 \text{ и } \Phi = 0,146).$$

6) Продолжительность II периода

$$\tau_2 = \frac{0,33 \cdot 0,24^2}{0,017} = 1,12 \text{ часа}.$$

$$7) \quad \Phi_c = 0,48 \text{ (по рис. 48 при } \frac{\alpha R}{\lambda} = 3,8 \text{ и } \frac{a\tau}{R^2} = 0,33).$$

Температура середины в конце II периода:

$$t_c = 1300 - 0,48 (1300 - 615) = 970^\circ \text{ [см. (V-6)];}$$

$$\Delta t_2 = 1200 - 970 = 230^\circ.$$

8) Степень выравнивания температур:

$$\delta = \frac{\Delta t_3}{\Delta t_2} = \frac{40}{230} = 0,174; m = 0,6 \text{ (по рис. 12 при } \delta = 0,174 \text{ и } \frac{B}{S} = 1,5).$$

Продолжительность выдержки

$$\tau_2 = m \frac{S^2}{a_3} = 0,6 \frac{0,2^2}{0,020} = 1,2 \text{ часа}.$$

9) Полная продолжительность нагрева

$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 1,6 + 1,12 + 1,2 = 3,92$ часа, т. е. меньше, чем в условиях примера 5 на 1,10 часа.

Предложенные методы позволяют устанавливать режим нагрева металла с учетом свойств металла, формы, размеров и расположения его в печи, возникающих напряжений и с определением температур печи и тепловых потоков, обеспечивающих получение этого режима нагрева.

Анализируя эти формулы, можно сделать следующие выводы.

1. Если разность температур Δt — величина постоянная и не зависит от толщины тела, то с увеличением толщины температура печи t_r должна уменьшаться. Если же температура печи постоянная, то разность температур увеличивается с увеличением толщины.

2. Если разность температур в каждом периоде нагрева не зависит от толщины тела, то полная продолжительность нагрева пропорциональна квадрату толщины.

Если же в отдельных периодах разность температур пропорциональна толщине, то продолжительность нагрева пропорциональна толщине в степени ниже второй, но выше первой.

Отсюда, если время нагрева принимается пропорциональным толщине тела, то разность температур также увеличивается пропорционально толщине.

3. Как общая продолжительность нагрева, так и продолжительность отдельных периодов нагрева обратно пропорциональны температуропроводности и прямо пропорциональны коэффициенту формы.

5. Графическое изображение температурного поля

Методы расчетов, основанные на решениях дифференциального уравнения теплопроводности, дают возможность определять температуры в любой точке нагреваемого или охлаждаемого тела при различных способах нагрева.

Найденное распределение температур можно изобразить в виде изотерм на гранях или по сечению тела. Такой метод графического изображения температурного поля дает наглядное представление о характере распределения и о степени изменения температур в нагреваемом или охлаждаемом теле через любой заданный промежуток времени.

Для примера рассмотрим способ построения изотерм на одной из граней прямоугольного параллелепипеда¹.

Пусть слиток сечением $730 \times 620 \times 825$ мм посажен в печь при температуре ее 1000° .

Предполагая, что слиток располагается на поду печи, найдем распределение температур на торцевой грани слитка через 1 час после посадки.

Имеем следующие заданные величины:

Размеры тела $S = 0,62$ м; $B = 0,365$ м; $L = 0,412$ м (плоскостью $2B \times 2L$ слиток лежит на поду), температура печи $t_r = 1000^\circ$; начальная температура тела $t^\circ = 0^\circ$; точки, для которых определяется температура (рис. 123)².

	$\frac{X}{S}$	$\frac{Y}{B}$	$\frac{Z}{L}$		$\frac{X}{S}$	$\frac{Y}{B}$	$\frac{Z}{L}$
1a	0	0	1	2a	0	0,5	1
1b	0,5	0	1	2b	0,5	0,5	1
1c	0,6	0	1	2c	0,6	0,5	1

п т. д.

¹ См. также пример 3 в главе V, стр. 108.

² Ось X-ов расположена параллельно размеру S, ось Y-ов — параллельно размеру B, ось Z-ов — перпендикулярно плоскости чертежа. Начало координат — на расстоянии L от нижней точки 1.

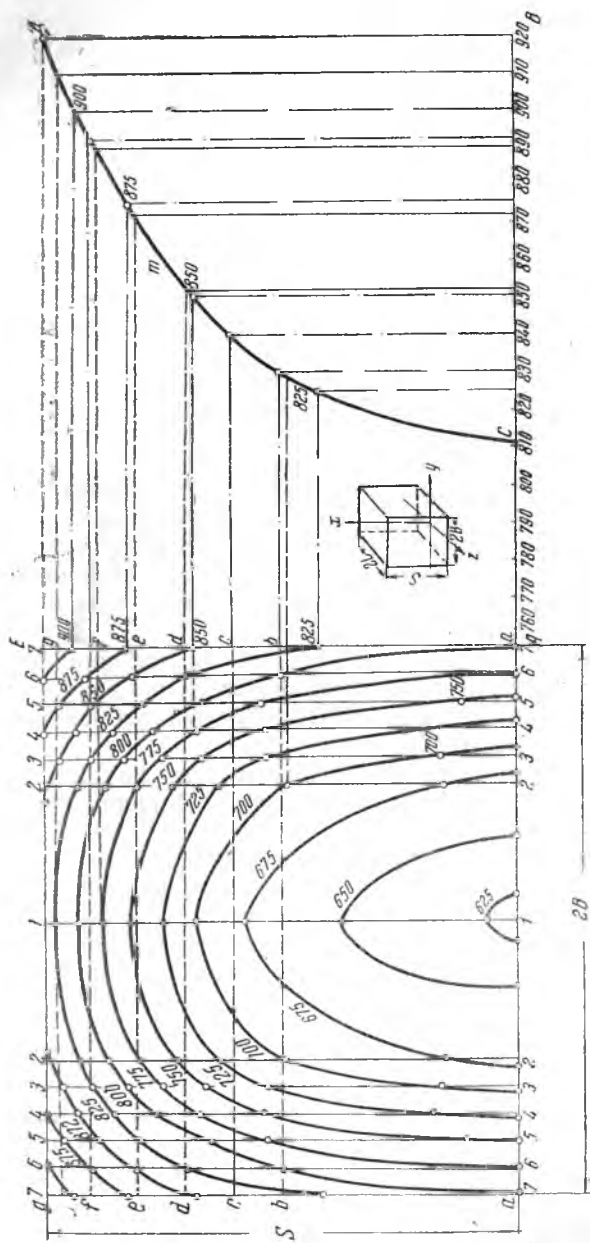


Рис. 123. Схема построения изотерм

Продолжительность нагрева $\tau = 1$ час.

Принимаем:

1) Физические константы:

$$\lambda = 33,3 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad a = 0,034 \text{ м}^2/\text{час}.$$

2) Коэффициент теплоотдачи $\alpha = 180 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$.

Определяем:

3) Критерий

$$\frac{\alpha S}{\lambda} = 3,35; \quad \frac{\alpha B}{\lambda} = 1,97; \quad \frac{\alpha L}{\lambda} = 2,7.$$

4) Критерий

$$\frac{a\tau}{S^2} = 0,0885; \quad \frac{a\tau}{B^2} = 0,256; \quad \frac{a\tau}{L^2} = 0,20.$$

5) Для точки 2 b находим:

$$\Phi(0,0885; 3,35; 0,5) = 0,95 \text{ (по рис. 30)}$$

$$\Phi(0,256; 1,97; 0,5) = 0,78 \text{ (по рис. 30)}$$

$$\Phi(0,20; 2,7; 1,0) = 0,39 \text{ (по рис. 28)}$$

6) Температура:

$$t = 1000 + (0 - 1000) \cdot 0,95 \cdot 0,78 \cdot 0,39 = 705^\circ \text{ [(см. V-17)]}$$

7) Для остальных точек тем же методом определяем:

1a — 620°	2a — 668	3a — 690	4a — 715	5a — 744	6a — 776	7a — 802
b — 660°	2b — 705	3b — 720	4b — 744	5b — 770	6b — 800	7b — 830
1c — 678°	2c — 718	3c — 736	4c — 758	5c — 783	6c — 810	7c — 840
1d — 705	2d — 742	3d — 758	4d — 778	5d — 830	6d — 825	7d — 854
1e — 743	2e — 775	3e — 790	4e — 807	5e — 827	6e — 847	7e — 873
1f — 785	2f — 812	3f — 825	4f — 839	5f — 850	6f — 872	7f — 894
1g — 835	2g — 856	3g — 865	4g — 876	5g — 890	6g — 902	7g — 918

Построение изотерм будем вести в следующем порядке:

1. Выбирая произвольный масштаб температур, проводим масштабную линию AB и наносим на нее равномерную шкалу так, чтобы эта шкала охватила температуры, фигурирующие на линии 77 (она же AE) и вычисленные выше (в данном случае от 812 до 918°).

2. Пользуясь масштабной линией AB , строим вспомогательную температурную кривую GmD , соответствующую вычисленным температурам на линии 77 (она же AE) (точки a, b, c, d, e, f, g).

3. Кратные деления с масштабной линии AB (например, 800, 825, 850°) проектируем через линию GmD на сторону AE (см. точки, обозначенные кружочками).

4. Аналогичное построение вспомогательной температурной кривой и т. д. производим для линий 66, 55, 44 и т. д.

5. Соединив соответствующие точки одинаковых температур линиями, получаем сеть изотерм на правой половине грани.

6. Сделав симметричное изображение на левой половине грани и соединив эти линии с правой, получаем окончательное построение изотерм.

На основе изложенного метода сделаны вычисления, а затем построение изотерм на гранях 6-тонного слитка, нагреваемого в колодце.

Слиток в форме прямоугольного параллелепипеда $730 \times 620 \times 2000$ мм из осевой стали посажен в камеру при температуре печи $t_r = 900^\circ$. Распределение температур на развернутых гранях слитка, показанное на рис. 124, фиксирует состояние металла через час после посадки.

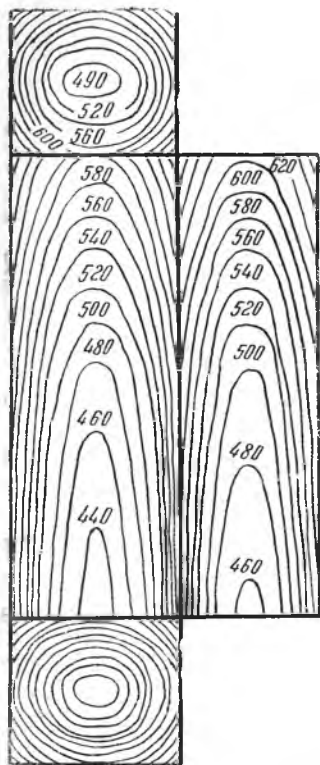


Рис. 124. Изотермы на гранях прямоугольного параллелепипеда при вертикальном расположении слитка: $t_r = 900^\circ$; $\tau = 1$ час

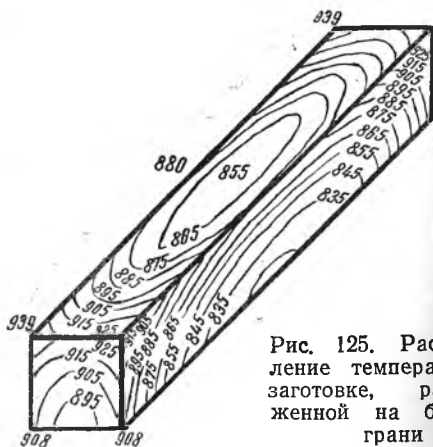


Рис. 125. Распределение температур и заготовке, расположенной на боковой грани

Полученные кривые наглядно показывают, что даже при одинаковых условиях теплообмена неравномерность нагрева имеет место по всем трем измерениям. Кроме того, на рис. 124 можно видеть, что максимальная температура получена в углах верхнего основания, минимальная температура — в центре нижнего основания. На вертикальных гранях температурный градиент понижается от верхнего основания к нижнему.

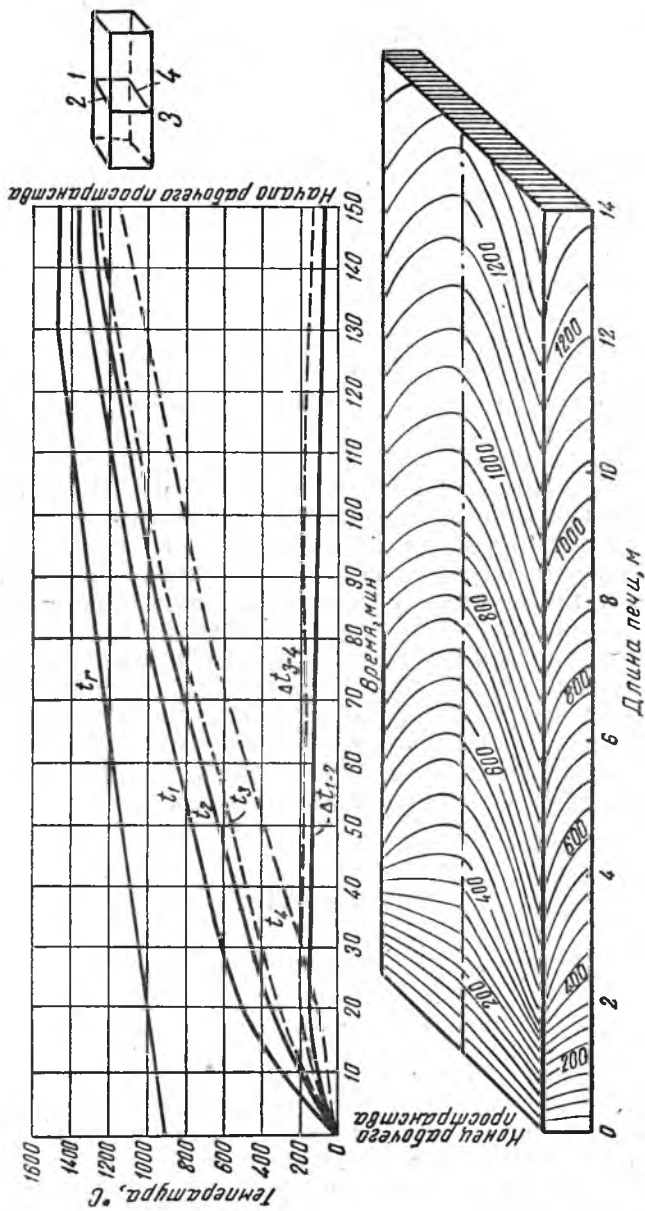


Рис. 126. Изотермы при одностороннем нагреве заготовок в методической печи

На основаниях параллелепипеда температурный градиент падает от периферии к центру.

Возможно также и пространственное построение изотерм. В качестве примера на рис. 125 дано распределение температур на гранях заготовки $200 \times 200 \times 1000$ мм, расположенной одной из своих боковых граней на поду печи и омываемой со всех остальных сторон печными газами при температуре 1000° . На рис. 125 зафиксировано температурное поле в заготовке через час после посадки.

Рекомендуемый метод может быть использован также и для построения температурного поля в ряде заготовок, нагреваемых в методической печи. Рассматривая ряд заготовок, расположенных вплотную, как пластину, нагреваемую с трех сторон (нагрев принимаем односторонний), мы после предварительного вычисления температур произвели построение изотерм для верхней грани и торцов (рис. 126), при этом длина печи была разделена на участки. Изменение температур по длине, а также в некоторых основных точках заготовки, показано на рисунке. Приведенное на рисунке построение дает полное представление об изменении температурного поля в заготовке по мере ее перемещения из области низких в область высоких температур.

Изотермы могут быть построены не только по расчетным, но и по экспериментальным данным. Для этого температуры должны быть измерены в достаточном количестве точек.

Рассмотренные нами примеры, иллюстрирующие разнообразные случаи нагрева, с полной очевидностью показывают, что изображение температурного поля в нагреваемом теле в виде изотерм представляет значительный интерес при исследовании процессов нагрева или охлаждения.

Глава XVI

Нагрев слитков в колодцах

1. Конструкции нагревательных колодцев

Впервые колодцы были построены в 1882 г. Это были неотпливаемые, так называемые томильные колодцы, предназначенные для выравнивания температур по всему сечению и объему слитка за счет внутренней теплоты горячих слитков.

В соответствии с развитием конструкций прокатных агрегатов, увеличением их производительности и увеличением размера слитков изменялись и совершенствовались конструкции нагревательных колодцев. В настоящее время на заводах существует

большое количество разнообразных конструкций нагревательных колодцев, которые отличаются между собой в зависимости от:

- 1) количества слитков, вмещаемых в ячейке;
- 2) системы посадки и выдачи;
- 3) формы рабочей камеры;
- 4) рода сжигаемого топлива;
- 5) расположения сжигательных устройств и отводящих ды-
мовых каналов;
- 6) характера движения газов;
- 7) наличия или отсутствия регенераторов или рекуперато-
ров, их количества и расположения;
- 8) способа заправки подины и целого ряда других призна-
ков.

В соответствии с указанным различают следующие типы колодцев:

1. Одноместные на твердом, жидком или газообразном топливе с односторонним расположением сжигательных устройств.

Эти колодцы в большинстве случаев не имеют никаких подогревателей, но иногда оборудованы простейшими рекуперато-
рами для подогрева воздуха. Вследствие одностороннего распо-
ложения сжигательных устройств температура в рабочем про-
странстве падает в направлении движения газов так же, как
и в методических печах. Поэтому слитки в процессе нагрева
пересаживаются один или два раза из задних рядов в передние.

2. Одноместные регенеративные колодцы, отапливаемые неочищенным горячим генераторным газом, либо другим видом газообразного топлива, например, смешанным газом, а иногда жидким топливом. На рис. 127 представлена, группа регенеративных колодцев, состоящая из 24 круглых яче-
ек. Колодцы отапливаются смесью доменного и коксового газа и имеют 2 пары регенераторов для подогрева воздуха и газа. Колодцы этого типа, которые можно рассматривать, как камерную печь с попеременным движением газа, обычно пред-
назначаются для горячего посада.

3. Многоместные колодцы без подогревателей, состоящие из двух камер: сварочной и подогревательной. Нагрев слитков производится с пересадкой из подогреватель-
ной в сварочную камеру, что является недостатком этой кон-
струкции.

4. Многоместные колодцы с короткопламен-
ными горелками с двумя камерами работают путем попе-
ременного включения горелок в каждой камере (рис. 128).
Каждая камера вмещает по 8 слитков и имеет по 20 горелок;
продукты горения отводятся через 4 канала с обеих коротких
сторон колодцев. Наличие перегородок, не доходящих до пода,

позволяет использовать одну часть камеры как подогревательную, другую — как сварочную. Попеременное включение горелок дает возможность производить нагрев без пересадок.

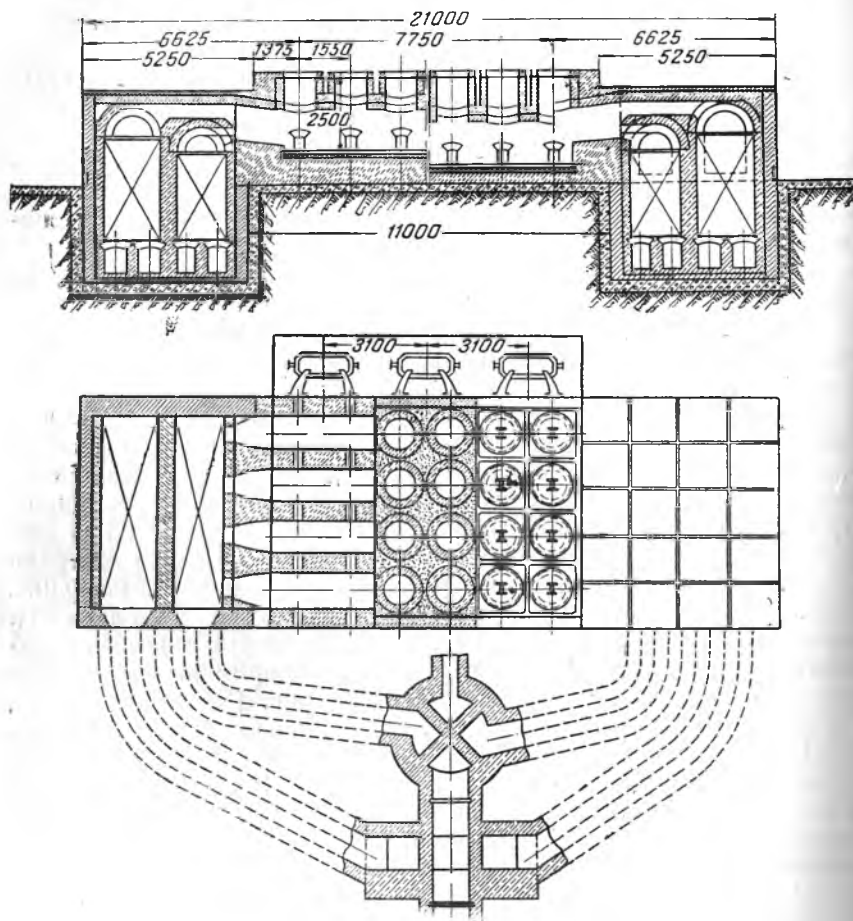


Рис. 127. Одноместные регенеративные колодцы с круглыми ячейками

5. Многместные регенеративные колодцы, работающие садками (рис. 129). Колодцы эти отапливаются газообразным топливом или мазутом. Каждая ячейка вмещает по 6—8 слитков, имеет 2 пары регенераторов для подогрева газа и воздуха. Подина засыпается слоем коксика толщиной 300—400 мм, который впитывает в себя шлак и окалину. Очи-

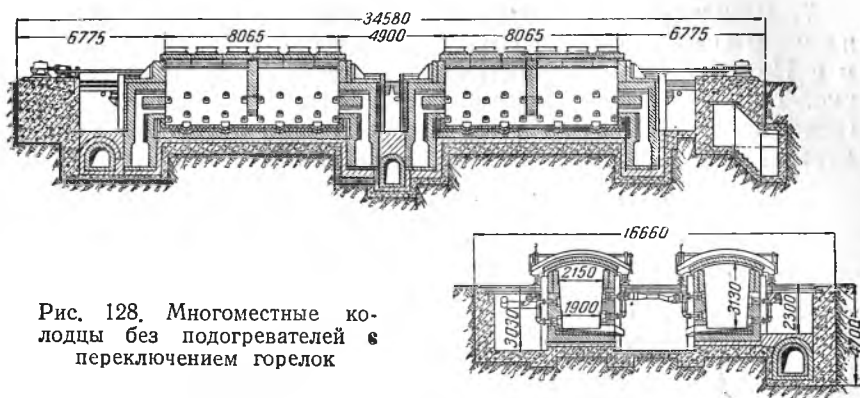


Рис. 128. Многоступенчатые колодцы без подогревателей с переключением горелок

стка подины производится через одно или два отверстия в подине. На некоторых наших заводах такие колодцы успешно работают с жидким шлакоудалением.

Описание конструкций и работы регенеративных колодцев приводится в журнальной литературе.

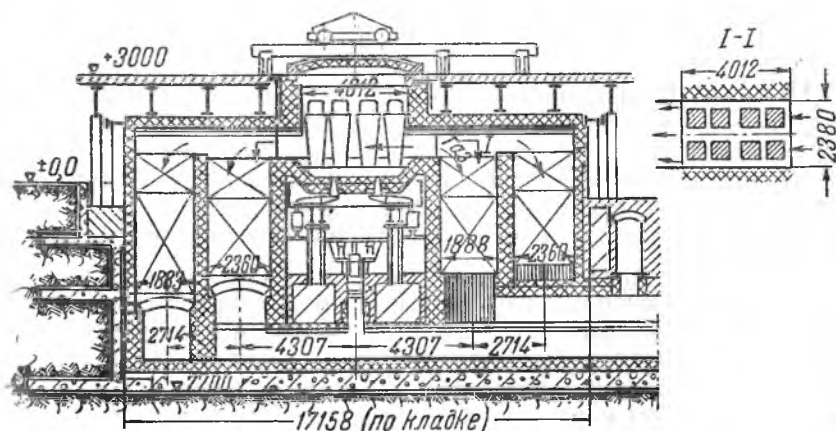


Рис. 129. Регенеративные нагревательные колодцы

6. Многоступенчатые регенеративные колодцы европейского типа отличаются большими размерами камеры (длина от 6 до 11 м) и вмещают большое количество слитков — 16—24.

Система посадки и выдачи здесь послиточная. Шлак удаляется в жидком виде через шлаковые летки, расположенные в продольной стене рабочей камеры.

7. Рекуперативные колодцы с односторонним расположением горелок и отводящих каналов и с U-образным движением газов. Колодец, изображенный на рис. 130, оборудован керамическим рекуператором для подогрева воздуха. Камеры этих колодцев имеют следующие размеры: длину 2,8—6,1 м, ширину 1,7—2,0 м и высоту 3,0—3,6 м.

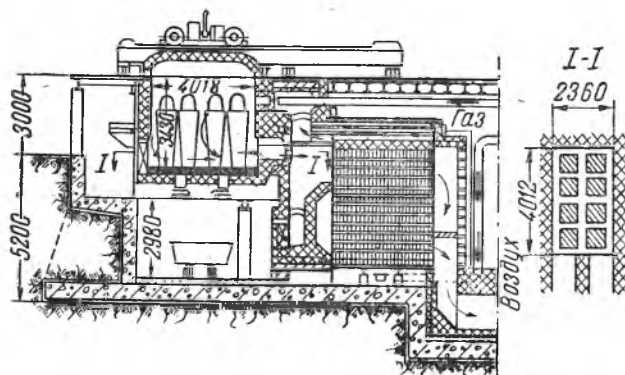


Рис. 130. Рекуперативные колодцы с односторонним расположением рекуператоров

Крупным недостатком этих колодцев является большая неравномерность нагрева, связанная с односторонним U-образным движением газа.

На некоторых заводах построены колодцы, в которых сжигание топлива совершается одновременно с двух сторон, горелки и дымовые каналы расположены с двух сторон по диагонали.

8. Рекуперативные колодцы с центральным расположением горелки со стороны пода (рис. 131) отличаются тем, что интенсивная рециркуляция продуктов горения, создаваемая мощным факелом центральной горелки, обеспечивает равномерный нагрев слитков. Такие колодцы построены и работают на заводе «Азовсталь» и других заводах Союза¹.

9. Колодцы с круглой камерой без подогревателей воздуха или газа (рис. 132) имеют горелки предварительного смешения или другого типа, расположенные на боковой поверхности вблизи пода под углом 37° к радиусу (иногда горелки располагаются радиально). Продукты горения отводятся через центральный вертикальный канал.

¹ А. И. Евдокименко, Сталь, 1947, № 4; К. М. Голосмап, Сталь, 1947, № 11.

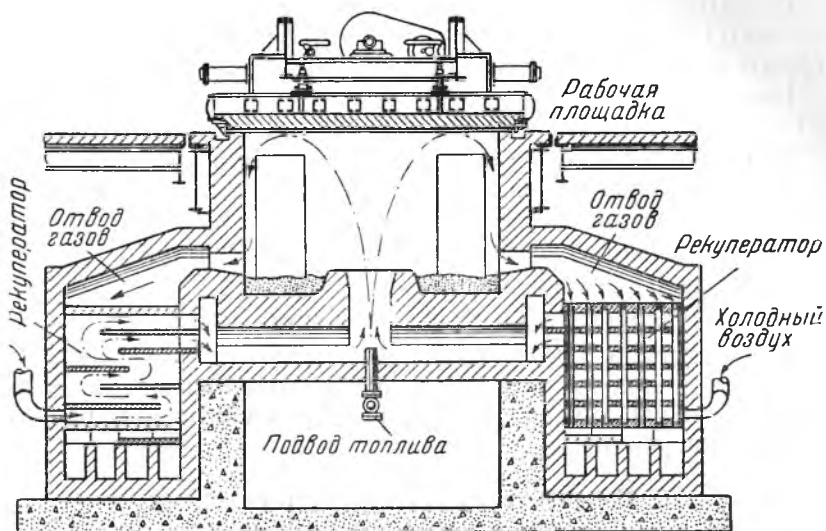


Рис. 131. Рекуперативные колодцы с центральным подводом топлива из центра подины

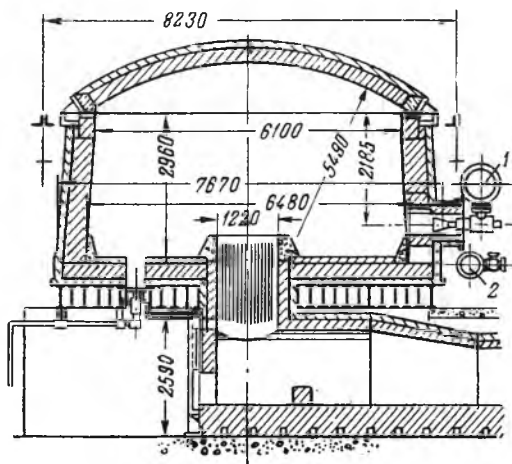


Рис. 132. Колодцы с круглой камерой без подогревателей: 1 — воздух; 2 — газ

Современные нагревательные колодцы оборудованы автоматическими регуляторами температуры, давления, соотношения горячее — воздух и перекидки клапанов.

Рассматривая перечисленные конструкции колодцев, необходимо отметить следующие виды движения газов в них:

- 1) одностороннее движение, вызывающее необходимость пересадки слитков и кантования их;
- 2) реверсивное движение (в регенеративных колодцах), создающее равномерное распределение температур;
- 3) U-образное движение;
- 4) циркуляционное движение от центра к периферии;
- 5) циркуляционное движение от периферии к центру.

Производительность нагревательных колодцев зависит от их конструкции, емкости камер, размеров слитков, марки стали, режима работы.

2. Способы нагрева слитков в колодцах

Из изложенного в разделе 1 следует, что существующие на заводах способы нагрева слитков в колодцах можно свести к следующим основным видам:

- 1) выравнивание температур в слитках в томильных колодцах;
- 2) двух- или трехступенчатый нагрев холодных слитков в одноместных колодцах;
- 3) двухступенчатый нагрев в европейских колодцах с пересадкой слитков или с переключением горелок;
- 4) нагрев холодного посада в многоместных колодцах;
- 5) нагрев горячего посада в колодцах любой системы.

При этом необходимо также учитывать и систему посадки и выдачи, а именно:

- 1) послиточную, применяемую в одноместных колодцах;
- 2) садочную;
- 3) промежуточную, практикуемую в многоместных колодцах европейского типа (по 4—8 слитков из всей партии, находящейся в камере).

Несмотря на явные преимущества и выгоды горячего посада и существующее стремление к максимальному его использованию, холодный посад на заводах иногда составляет значительный процент.

Это прежде всего объясняется применением слитков, поступающих с других заводов. С другой стороны, слитки из сталей некоторых ответственных марок требуют перед их посадкой тщательного осмотра и зачистки, что не позволяет садить их в горячем состоянии. Наконец, если исключить эти два случая,

то известный процент холодной садки неизбежен вследствие производственных неполадок и несогласованности разливки стали и работы колодцев.

На крупнейших металлургических заводах Союза горячий посад достигает 88%; при этом температура металла при посадке составляет ¹ 900—950°.

Согласно установившейся на заводах технологической схеме, существует три категории слитков:

1) слитки, для которых разрешается посад только в горячем виде, так как посадка таких слитков в холодном виде вызывает брак;

2) слитки, для которых допускается горячий и холодный посад;

3) слитки, загружаемые только в холодном виде по причинам, изложенным выше.

Как показывают наблюдения за нагревом холодных слитков в колодцах, хуже всего ведут себя слитки с повышенным содержанием углерода, кремния, хрома и марганца. При неосторожном нагреве слитки эти во время прокатки чаще других дают скворечники, рванины, а иногда полностью или частично разваливаются. Наиболее склонны к образованию скворечников высокомарганцовистые стали, хромомарганцовистая сталь ХГ, высокохромовая СХ8, высокоуглеродистая и др.²

В связи с применением горячего посада в колодцах необходимо рассмотреть процесс охлаждения слитков после разливки.

3. Охлаждение слитков после разливки

Охлаждение слитков рассматривается нами как процесс, предшествующий нагреву и существенно влияющий на нагрев.

Охлаждение слитков в изложницах является одним из наиболее сложных вопросов, изучаемых теоретической теплотехникой. Помимо нестационарности теплового процесса, мы имеем здесь неоднородность системы, состоящей из слитка и изложницы, выделение скрытой теплоты затвердевания, наличие зазора между слитком и изложницей и другие факторы. Все эти условия чрезвычайно затрудняют, а иногда делают невозможным решение дифференциальных уравнений, описывающих данный процесс.

Ввиду важности вопроса многие советские авторы занимались и продолжают заниматься теоретическими и экспериментальными исследованиями процесса затвердевания слитков в изложницах. Сложность вопроса заставляет их принимать те

¹ Атлас «Нагревательные печи», Стальпроект, Металлургиздат, 1939, в. 11.

² Ю. М. Чижилов, Прокатка и ковка высокоуглеродистых сталей, 1941, с. 58.

или иные допущения при выводах теоретических решений и методов расчета.

Нижеприведенная методика расчета разработана на основе литературных данных.

Примем следующие обозначения:

- $t_{ж}$ — температура жидкого металла, °C;
 $t_{т}$ — температура затвердевшего металла, °C;
 $t_{з}$ — температура затвердевания, °C;
 $t_{из}$ — температура изложницы, °C;
 $t_{сп}$ — температура в месте соприкосновения металла и изложницы, °C;
 $t_{ж}^{\circ}; t_{т}^{\circ}; t_{из}^{\circ}$ — те же температуры в начальный момент, °C;
 $\ddot{t} = t_{ж} - t_{з}$ — перегрев, °C;
 λ, c_p, γ, a — физические константы; индексы при них имеют те же значения;

$$b = \sqrt{\lambda c_p \gamma};$$

K — константа затвердевания, $м/\sqrt{час}$;
 x — расстояние от поверхности, $м$.

Схема расчета

Заданные величины:

1. Размеры слитка и изложницы. Марка стали, материал изложницы.
2. Температуры: $t_{ж}^{\circ}; t_{из}^{\circ}; t_{з}^{\circ}$.
3. Физические константы $\lambda, c_p, \gamma, a, b$ (по табл. 15 приложений).

Определяемые величины.

1. Константа затвердевания K (определяется из рис. 133 по $\vartheta_3 = t_3 - t_{из}^{\circ}; \frac{\ddot{t}}{t_3 - t_{из}^{\circ}} = \frac{\ddot{t}}{\vartheta_3}$ и материалу изложницы)¹.
2. Толщина затвердевшего слоя за время τ : $\xi = K \sqrt{\tau}$, $м$.
3. Продолжительность полного затвердевания: $\tau_3 = \left(\frac{S}{K}\right)^2$, $час$.
4. Скорость затвердевания: $W = \frac{1}{2} \frac{K}{\sqrt{\tau}}$, $м/час$.
5. Температура жидкой стали в момент времени τ :

$$\frac{t_{ж} - t_{ж}^{\circ}}{t_3 - t_{ж}^{\circ}} = \frac{1 - G\left(\frac{x}{2\sqrt{a_{ж}\tau}}\right)}{1 - G\left(\frac{K}{2\sqrt{a_{ж}}}\right)},$$

¹ На рис. 133 константа затвердевания представлена в виде $q(см/\sqrt{мин})$ и $K(м/\sqrt{час})$. Согласно соотношению размерностей $K = 0,0775 q$.

где G — интеграл ошибок, определяемый по табл. 8 приложений.

6. Температура затвердевшей стали

$$\frac{t_T - t_{\text{из}}^\circ}{t_3 - t_{\text{из}}^\circ} = \frac{\frac{b_T}{b_{\text{из}}} + G \left(\frac{x}{2\sqrt{a_{\text{из}}\tau}} \right)}{\frac{b_T}{b_{\text{из}}} + G \left(\frac{K}{2\sqrt{a_T}} \right)}$$

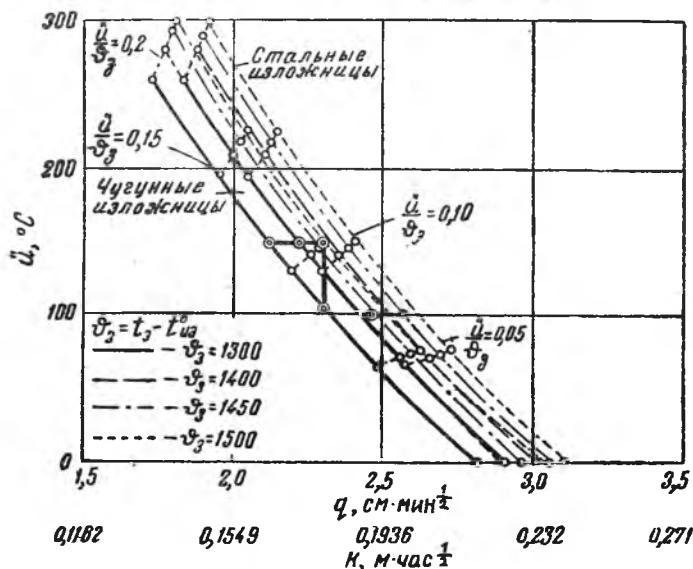


Рис. 133. График для определения констант затвердевания

7. Температура в месте соприкосновения слитка и изложницы:

$$\frac{t_{\text{сп}} - t_{\text{из}}^\circ}{t_3 - t_{\text{из}}^\circ} = \frac{t_{\text{сп}} - t_{\text{из}}^\circ}{\Delta_3} = \frac{\frac{b_T}{b_{\text{из}}} + G \left(\frac{K}{2\sqrt{a_T}} \right)}{\frac{b_T}{b_{\text{из}}} + G \left(\frac{x}{2\sqrt{a_{\text{из}}\tau}} \right)}$$

8. Температура изложницы:

$$\frac{t_{\text{из}} - t_{\text{из}}^\circ}{t_3 - t_{\text{из}}^\circ} = \frac{t_{\text{из}} - t_{\text{из}}^\circ}{\Delta_3} = \frac{b_T}{b_{\text{из}}} \cdot \frac{\left[1 - G \left(\frac{x}{2\sqrt{a_{\text{из}}\tau}} \right) \right]}{\frac{b_T}{b_{\text{из}}} + G \left(\frac{K}{2\sqrt{a_T}} \right)}$$

Пример 1.

Рассмотрим охлаждение слитка круглого сечения диаметром $2S = 420$ мм из стали марки Д следующего химического состава:

0,45—0,55% С, 0,7—1,0% Мн; 0,15—0,25% Si.

Температура жидкого металла $t_{ж}^0 = 1580^\circ$;

Температура чугушной изложницы $t_{из}^0 = 50^\circ$,

Имеем

$S = 0,21$ м; $t_{ж}^0 = 1480^\circ$; $t_{из}^0 = 50^\circ$; $t_s = 1490^\circ$ (по диаграмме сплавов).

Физические константы (по табл. 15 приложений):

$a_{ж} = 0,0143$ м²/час; $b_{ж} = 167$; $a_T = 0,0202$;

$b_T = 176$; $a_{из} = 0,0248$; $b_{из} = 158$.

1) Константа затвердевания при

$$\frac{\ddot{u}}{t_s - t_{из}^0} = \frac{1580 - 1490}{1490 - 50} = 0,0625 \text{ и } \vartheta_s = 1440^\circ$$

равна $q = 2,53 \text{ см}/\sqrt{\text{мин}}$ или $K = 0,1965 \text{ м}/\sqrt{\text{час}}$ (рис. 133).

2) Толщина затвердевшего слоя через $\tau = 1$ час

$$\xi = 0,1965 \sqrt{1} = 0,1965 \text{ м.}$$

3) Продолжительность полного затвердевания

$$\tau_s = \left(\frac{0,21}{0,1965} \right)^2 = 1,145 \text{ часа.}$$

4) Скорость затвердевания

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\sqrt{\tau_s}} = \frac{1}{2} \frac{0,1965}{\sqrt{1,145}} = 0,92 \text{ м/час}$$

5) Температура жидкой стали (при $x = 0,15$ м и $\tau = 0,5$ часа)

$$\frac{t_{ж} - 1580}{1490 - 1580} = \frac{1 - G \left(\frac{0,15}{2 \sqrt{0,0143 \cdot 0,5}} \right)}{1 - G \left(\frac{0,1965}{2 \sqrt{0,0143}} \right)} = \frac{1 - 0,78}{1 - 0,75},$$

откуда $t_{ж} = 1500^\circ$ (G определяется из таблицы 8 приложений).

6) Температура затвердевшей стали (при $x = 0,1$ м и $\tau = 1$ час)

$$\frac{t_T - 50}{1490 - 50} = \frac{\frac{176}{158} + G \left(\frac{0,1}{2 \sqrt{0,0202 \cdot 1}} \right)}{\frac{176}{158} + G \left(\frac{0,1965}{2 \sqrt{0,0202}} \right)} = \frac{1,11 + 0,38}{1,11 + 0,67},$$

откуда $t_T = 1260^\circ$.

7) Температура в месте соприкосновения

$$\frac{t_{\text{сп}} - 50}{1490 - 50} = \frac{\frac{176}{158}}{\frac{176}{158} + G \left(\frac{0,1965}{2\sqrt{0,0202}} \right)} = \frac{1,11}{1,11 + 0,67},$$

откуда $t_{\text{сп}} = 945^\circ$.

Расчет дальнейшего охлаждения слитков после разделения изложницы производится обычными методами, согласно данным главы V.

На рис. 134 приведены результаты расчета охлаждения слитка толщиной 164 мм из стали марки Э16.

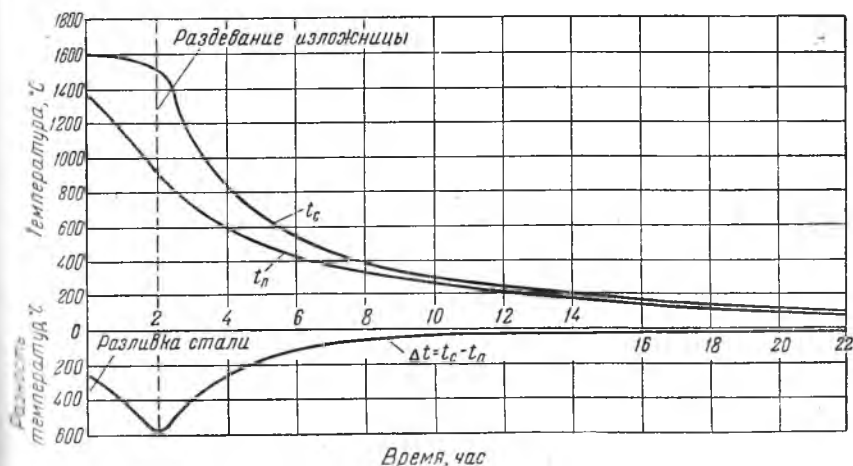


Рис. 134. Температурный график охлаждения слитка после разливки

Из приведенных выше данных следует:

1. Время, потребное для полного затвердевания слитка в изложнице, прямо пропорционально квадрату толщины слитка и увеличивается с увеличением перегрева. При отсутствии перегрева константа затвердевания $q = 3 \text{ см} / \sqrt{\text{мин}}$ и продолжительность полного затвердевания $\tau_s = 0,111 \text{ S}^2$ (S в сантиметрах, τ_s в минутах). Данная формула совпадает с формулой, предложенной В. М. Тагеевым¹.

2. В первый период после разделения изложницы происходит резкое падение температуры поверхности слитка. В дальнейшем падение температуры замедляется. Разность температур по сечению слитка, имея наибольшее значение в начале охлаждения, постепенно падает.

¹ В. М. Тагеев, Сталь, 1949, № 1.

4. Нагрев холодных слитков с пересадкой

Нагрев слитков с пересадкой производится в одноместных колодцах или в многоместных колодцах европейского типа (стр. 290).

Так как температуры в рабочем пространстве печи в данном случае обычно известны, то для выбора режима нагрева достаточно определить продолжительность нагрева в каждой ступени нагрева.

Методика проведения расчета уясняется из последующего примера.

Пример 2. Слитки из среднеуглеродистой стали сечением 500×500 мм холодного посада нагреваются в ячейке при 800° , а затем пересаживаются в ячейку, где температура равна 1300° . Определить продолжительность нагрева.

Исходные данные

Размер слитка $S = B = 0,25$ м; $\frac{S}{B} = 1,0$; начальная температура металла $t^\circ = 20^\circ$; конечная температура $t_{\Pi} = 1250^\circ$; $t_c = 1150^\circ$; температура печи $t_{r,1} = 800^\circ$; $t_{r,2} = 1300^\circ$.

Принимаем значения физических констант:

$$\lambda_{20} = 39 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\lambda_{20}^{700} = 32,5 \quad \gg \quad a_{20}^{700} = 0,0286 \text{ м}^2/\text{час}$$

$$\lambda_{700}^{1200} = 25,6 \quad \gg \quad a_{700}^{1200} = 0,0172 \quad \gg$$

$$\lambda_{1000}^{1200} = 26,2 \quad \gg \quad a_{1000}^{1200} = 0,0213 \quad \gg$$

Решение.

В первый период нагрева середина слитка должна быть нагрета до 500°

1) Коэффициент теплоотдачи

$$\alpha' = 59 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \text{ (при } \sigma_B = 3,5 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot \text{град}^4;$$

$$t_r = 800^\circ; \quad t_{\Pi} = 20^\circ);$$

$$\alpha'' = 150 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \text{ (} \tau_B = 3,5 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot \text{град}^4; t_r = 800^\circ; t_{\Pi} = 700^\circ)$$

$$\alpha_{cp} = 105 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$2) \text{ Критерий } \frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{105 \cdot 0,25}{32,5} = 0,81.$$

3) Температурный критерий для середины слитка,

$$\frac{t_c - t_r}{t_c^\circ - t_r} = \frac{500 - 800}{20 - 800} = 0,385,$$

откуда

$$\Phi_c = \sqrt{0,385} = 0,62$$

[так как для двухмерного поля функции перемножаются, — см. формулу (V—16), а в данном случае при квадратном сечении слитка они равны друг другу].

4) Критерий $\frac{a_1 \tau_1}{S^2} = 0,94$ (из рис. 29 при $\frac{a S}{\lambda} = 0,81$ и $\Phi = 0,62$).

5) Продолжительность I периода нагрева (из п. 4) $\tau_1 = \frac{S^2}{a_1} 0,94 = \frac{0,25^2 \cdot 94}{0,0286} = 2,10$ часа;

6) Температурный критерий для поверхности

$$\Phi_{II} = 0,46 \text{ (по рис. 28 при } \frac{a S}{\lambda} = 0,81; \frac{a \tau}{S^2} = 0,94 \text{)}.$$

7) Температура поверхности (пример 3 главы V, стр. 108)

а) $t'_{II} = 800 + (20 - 800) \cdot 0,46 \cdot 0,46 = 635^\circ$ (ребра);

б) $t''_{II} = 800 + (20 - 800) \cdot 0,62 \cdot 0,46 = 580^\circ$ (середина грани);

в) $\bar{t}_{II} = 580 + \frac{1}{3}(635 - 580) = 600^\circ$ (средняя на грани).

8) Разность температур:

а) $\Delta t' = t'_{II} - t_c = 635 - 500 = 135^\circ$;

б) $\Delta t = t_{II} - t_c = 600 - 500 = 100^\circ$.

9) Наибольшая допускаемая разность температур, если

$$\frac{S}{\lambda} = \frac{0,25}{32,5} = 0,0077$$

$$\Delta t_m = 205^\circ \text{ (по рис. 118 при } t_r = 800^\circ \text{ и } \frac{S}{\lambda} = 0,0077 \text{)}.$$

Так как $\Delta t < \Delta t_m$, то нагрев в I периоде протекает в допустимых условиях и чрезмерные напряжения в металле не возникнут.

Второй период

10) Коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha' = 277 \text{ (при } \sigma_B = 3,5, \quad t_r = 1300^\circ; \quad t_{II} = 600^\circ \text{)};$$

$$\alpha'' = 495 \text{ (при } \sigma_B = 3,5, \quad t_r = 1300^\circ; \quad t_{II} = 1200^\circ \text{)};$$

$$\alpha_{cp} = 386 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}.$$

11) $\frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{386 \cdot 0,25}{25,6} = 3,78.$

12) $\Phi_c^2 = \frac{1150 - 1300}{635 - 1300 - 0,7 \cdot 135} = 0,197$ [см. (V—27)]

$$\Phi_c = \sqrt{0,197} = 0,444.$$

13) $\frac{a_2 \tau_2}{S^2} = 0,69$ (по рис. 29 при $\frac{a S}{\lambda} = 3,78$ и $\Phi = 0,444$).

14) Продолжительность второго периода нагрева

$$\tau_2 = \frac{0,69 \cdot 0,25^2}{0,0172} = 2,5 \text{ часа.}$$

15) $\Phi_{\Pi} = 0,14$ (по рис. 28 при $\frac{a\tau}{S^2} = 0,69$ и $\frac{aS}{\lambda} = 3,78$).

16) Температура поверхности:

$$t'_{\Pi} = 1300 + (635 - 1300 - 0,7 \cdot 135) \cdot 0,14 \cdot 0,14 = 1285^{\circ} \text{ (ребра);}$$

$$t''_{\Pi} = 1300 + (635 - 1300 - 0,7 \cdot 135) \cdot 0,14 \cdot 0,444 = 1252^{\circ} \text{ (середина грани);}$$

$$t_{\Pi} = 1252 + \frac{1}{3} (1285 - 1252) = 1263^{\circ} \text{ (средняя на грани).}$$

17) Общая продолжительность нагрева

$$\tau = 2,10 + 2,50 = 4,60 \text{ часа.}$$

Такой же метод расчета может быть применен для многоместных колодцев с переключением горелок.

Данный способ нагрева нельзя считать рациональным во-первых потому, что в первой ступени нагрева температура печи остается постоянной, во-вторых, вследствие отсутствия периода выдержки.

5. Нагрев слитков в камерных колодцах

Режим нагрева слитков холодного посада в регенеративных колодцах может быть приближен к трехступенчатому графику. Расчет такого нагрева производится по методу, изложенному выше (пример 5 главы XV).

Пример 3. Рассмотрим нагрев слитков весом 4,5 т из конструкционной легированной стали.

Задаемся следующими величинами.

Размеры слитков: верхнее основание $640 \times 640 \text{ мм}$; нижнее основание $535 \times 535 \text{ мм}$; высота 2000 мм.

Для расчетов принимаем:

$$[S = \frac{0,640 + 0,535}{2 \cdot 2} = 0,294 \text{ м;}$$

начальная температура слитка $t'_{\Pi} = t_c = 20^{\circ}$; конечная температура поверхности $t = 1200^{\circ}$; степень прогрева $p = 200^{\circ}/\text{м}$ толщины. Задаемся значениями физических констант:

$$\sigma_d = 40 \text{ кг/мм}^2; \beta = 11,6 \cdot 10^{-6}; E = 20 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2;$$

$$\lambda_0 = 34,5 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{C}; \gamma = 7750 \text{ кг/м}^3.$$

Решение.

Первый период нагрева.

1) Допускаемая разность температур

$$\Delta t_{\text{д}} = \Delta t_1 = \frac{1,2 \tau_{\text{д}}}{\beta E} = \frac{1,2 \cdot 40}{11,6 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3} = 210^\circ \text{ [см. (XV-6) и (XV-7)].}$$

2) Температура металла в конце I периода

а) $t_{\text{с}_1} = 500^\circ$;

б) $t_{\text{п}} = 500 + \Delta t_1 = 500 + 210 = 710^\circ$;

в) средняя $\bar{t}_1 = 500 + 0,5 \cdot 210 = 605^\circ$.

3) Физические константы стали для I периода:

$$\bar{\lambda}_{t_1} = \lambda_{605} = 27,0 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C [см. (XIV-3)].}$$

Средний коэффициент теплопроводности

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_0 + \lambda_{t_1}}{2} = \frac{35,5 + 27,0}{2} = 31,2.$$

Средняя теплоемкость

$$\bar{c}_{p_1} = \frac{i_{t_1} - i_{t_0}}{t_1 - t_0} = \frac{81,2 - 2,4}{605 - 20} = 0,135 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C}$$

(по теплосодержанию из табл. 10 приложений).

Средний коэффициент температуропроводности

$$\bar{a}_1 = \frac{\bar{\lambda}_1}{\bar{c}_{p_1} \gamma} = \frac{31,2}{0,135 \cdot 7750} = 0,030 \text{ м}^2/\text{час}.$$

4) Тепловой поток в I периоде

$$\bar{q}_1 = \frac{2 \Delta t_1 \bar{\lambda}_1}{S} = \frac{2 \cdot 210 \cdot 31,2}{0,294} = 44570 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час [см. (III-39)].}$$

5) Температура печи в начале I периода

$$t_{\text{г}_0} = 100 \sqrt[4]{\frac{\bar{q}_1}{\sigma_{\text{в}}} + \left(\frac{T_0}{100}\right)^4} - 273 = 100 \sqrt[4]{\frac{44570}{3,5} + \left(\frac{293}{100}\right)^4} - 273 = 790^\circ \text{ [см. (III-35)].}$$

6) Продолжительность I периода нагрева

$$\tau_1 = \frac{KS^2}{a_1 \Delta t_1} (500 + 0,5 \Delta t_1 - t^\circ) = \frac{0,3 \cdot 0,294^2}{0,03 \cdot 210} (500 + 0,5 \cdot 210 - 20) =$$

$= 2,4$ часа [см. (XV-16), причем для квадратного сечения, согласно рис. 20, $K = 0,3$].

7) Температура печи в конце I периода, если $\sigma_B = 3,0$, а тепловой поток

$$q = \frac{2 \Delta t \lambda}{S} = \frac{2 \cdot 210 \cdot 27,6}{0,294} = 38600 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час},$$

$$t_{r_1} = 100 \sqrt[4]{\frac{38600}{3,0} + \left(\frac{983}{100}\right)^4} - 273 = 950^\circ.$$

Второй период нагрева.

Принимаем $q_2 = q_1$.

1) Температура печи в конце II периода, если принять $\sigma_B = 3,0 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{K}^4$,

$$\begin{aligned} t_{r_2} &= 100 \sqrt[4]{\frac{q_2}{\sigma_B} + \left(\frac{T_{II}}{100}\right)^4} - 273 = \\ &= 100 \sqrt[4]{\frac{44570}{3,0} + \left(\frac{1473}{100}\right)^4} - 273 = 1305^\circ. \end{aligned}$$

2) Разность температур поверхности и середины в конце II периода (предварительная)

$$\Delta t_2^* = \frac{q_2 S}{2 \lambda_{t_{II_2}}} = \frac{44570 \cdot 0,294}{2 \cdot 26,2} = 250^\circ.$$

3) Средняя температура металла в конце II периода (предварительная)

$$\bar{t}_2^* = t_{II_2} - 0,5 \cdot \Delta t_2 = 1200 - 125 = 1075^\circ.$$

4) Коэффициент теплопроводности $\lambda_{1075} = 25,5 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$.

5) Разность температур поверхности и середины в конце II периода

$$\Delta t_2 = \frac{44570 \cdot 0,294}{2 \cdot 25,5} = 257^\circ.$$

6) Температура металла в конце периода:

а) $t_{II_2}^* = 1200^\circ$;

б) $t_{c_2} = 1200 - 257 = 943^\circ$;

в) $\bar{t}_2 = 1200 - 0,5 \cdot 257 = 1072^\circ$ (средняя).

7) Средняя разность температур во II периоде

$$\Delta \bar{t}_2 = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2} = \frac{210 + 257}{2} = 234^\circ.$$

8) Физические константы стали для II периода:

$$\bar{\lambda}_2 = \frac{\lambda_{\bar{t}_1} + \lambda_{\bar{t}_2}}{2} = \frac{27,9 + 25,5}{2} = 26,7 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{c}_{p_2} = \frac{179,8 - 76,1}{1072 - 570} = 0,207 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C} \text{ (по табл. 10 приложений);}$$

$$\bar{a}_2 = \frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{c}_{p_2} \gamma} = \frac{26,7}{0,207 \cdot 7750} = 0,017 \text{ м}^2/\text{час}.$$

9) Продолжительность II периода [см. (XV—17)]

$$\tau_2 = \frac{0,3 \cdot 0,294^3}{0,017 \cdot 234} (1200 - 0,5 \cdot 257 - 500 - 0,5 \cdot 210) = 3,05 \text{ часа.}$$

Третий период.

1) Температуры металла в конце периода:

а) конечная разность $\Delta t_3 = \rho_3 = 200 \cdot 0,294 = 60^\circ$;

б) $t_{\text{п}} = 1200^\circ$;

в) $t_{\text{с}} = 1200 - 60 = 1140^\circ$;

г) $t_3 = 1200 - 0,5 \cdot 60 = 1170^\circ$ (средняя).

2) Физические константы:

$$\bar{\lambda}_3 = \frac{\lambda_{t_3} + \lambda_{t_4}}{2} = \frac{25,5 + 26,1}{2} = 25,8 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{c}_{p_3} = 0,17 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C}; \quad \bar{a}_3 = \frac{25,8}{0,17 \cdot 7750} = 0,019 \text{ м}^2/\text{час.}$$

3) Степень выравнивания температур

$$\delta = \frac{60}{257} = 0,23.$$

4) Продолжительность выдержки согласно формуле (XV—15):

$$\tau_3 = \frac{mS^2}{a_3} = 0,32 \frac{0,294^2}{0,019} = 1,45 \text{ часа}$$

(здесь $m = 0,32$ по рис. 12 при $\delta = 0,23$ как среднее из кривых для цилиндра и для призмы $\frac{B}{S} = 1,0$).

5) Полная продолжительность нагрева

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 2,4 + 3,05 + 1,45 = 6,91.$$

Начальный участок (стр. 79).

$$1) \tau' = 0,3 \frac{S^2}{a'} = 0,3 \cdot \frac{0,294^2}{0,037} = 0,7 \text{ часа.}$$

(т. е. после $\tau = 0,7$ часа расчеты могут производиться по упрощенным формулам);

$$2) t'_{\text{п}} = 1,27 \frac{qS}{2\lambda'} + t^0 = 1,27 \frac{44570 \cdot 0,294}{2 \cdot 34,5} + 20 = \\ = 1,27 \cdot 190 + 20 = 260^\circ;$$

$$3) t'_c = t'_{\text{п}} - \frac{qS}{2\lambda'} = 260 - 190 = 70^\circ.$$

Результаты расчета приведены на рис. 135.

Рассмотрим теперь нагрев слитков горячего посада.

! По данным Златоустовского металлургического завода $\tau = 7,5$ часа.

Пример 4. Определить продолжительность нагрева слитков весом 3,6 т из стали марки 18ХНВА при температуре поверхности 650°.

Исходные данные таковы:

$$\text{Размеры слитка } S = \frac{0,581 + 0,473}{2 \cdot 2} = 0,264 \text{ м.}$$

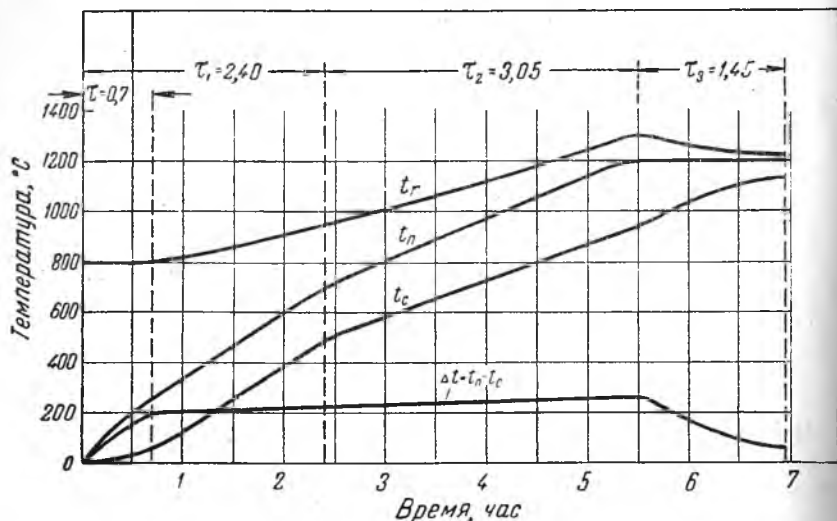


Рис. 135. Температурный график нагрева слитков в колодцах

Начальная температура: а) $t_{\text{н}}^{\circ} = 650^{\circ}$; б) $t_{\text{с}}^{\circ} = 980^{\circ}$ (по рис. 134, относящемуся к охлаждению слитка такой же толщины); в) $\Delta t^{\circ} = 650 - 980 = -330^{\circ}$; г) средняя $t^{\circ} = 650 + 0,67 \cdot 330 = 870^{\circ}$.

Конечная температура поверхности

$$t_{\text{п}} = 1200^{\circ}; \text{ степень прогрева } p = 200^{\circ}/\text{м.}$$

Принимаем следующие значения физических констант:

$$\lambda_{700}^{1200} = 24,6 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{С}; \quad a_{700}^{1200} = 0,0165 \text{ м}^2/\text{час};$$

$$\lambda_{1000}^{1200} = 24,7 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{С}; \quad a_{1000}^{1200} = 0,0203 \text{ м}^2/\text{час};$$

Решение.

1) Принимая двухступенчатый нагрев, задаемся температурой печи $t_{\text{г}} = 1300^{\circ}$ и находим:

$$\alpha' = 275 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{С} \text{ (при } \sigma_{\text{в}} = 3,0 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{К}^4; \quad t_{\text{г}} = 1300^{\circ}, \quad t_{\text{п}}' = 650^{\circ});$$

$$\alpha'' = 425 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{С} \text{ (при } \sigma_{\text{в}} = 3,0; \quad t_{\text{г}} = 1300^{\circ}; \quad t_{\text{п}}'' = 1200^{\circ});$$

$$\alpha_{\text{ср}} = \frac{275 + 425}{2} = 350 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{С.}$$

2) Критерий
$$\frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{350 \cdot 0,264}{24,6} = 3,74.$$

3) Значение функции $\Phi = \frac{t - t_r}{t^\circ - t_r} = \frac{1200 - 1300}{870 - 1300} = 0,233$.

4) По рис. 35 (для цилиндра) по $\frac{\sigma S}{\lambda} = 3,74$ и $\Phi = 0,233$ предварительно определяем

$$\frac{a\tau}{S^2} = 0,2.$$

5) По рис. 28 и 29 (для пластины) при $\frac{a\tau}{S^2} = 0,2$ и $\frac{\sigma S}{\lambda} = 3,74$ находим:
 $\Phi_n = 0,32$; $\Phi_c = 0,87$.

6) Температуры металла:

$$t' = 1300 + (870 - 1300) \cdot 0,32^2 = 1257 \text{ (ребра);}$$

$$t''_{\text{II}} = 1300 + (870 - 1300) \cdot 0,32 \cdot 0,87 = 1180 \text{ (середины граней);}$$

$t_n = 1180 + 0,67 (1257 - 1180) = 1205^\circ$ (средняя по грани; совпадает с заданной);

$$t_c = 1300 + (870 - 1300) \cdot 0,87^2 = 975^\circ \text{ (по оси слитка);}$$

$$\Delta t_1 = 1205 - 975 = 230^\circ \text{ (разность температур).}$$

7) Продолжительность нагрева (из п. 4):

$$\tau_1 = \frac{0,2 \cdot 0,264^2}{0,0165} = 0,85 \text{ часа.}$$

Определяем продолжительность II периода, т. е. выдержки.

1) При заданной степени прогрева $p = 200^\circ/\text{м}$ находим $\Delta t_2 = 0,264 \cdot 200 = 55^\circ$.

2) Степень выравнивания температур $\delta = \frac{55}{230} = 0,235$.

3) $m = 0,34$ (по рис. 12 при $\delta = 0,235$ для призмы при $\frac{B}{S} = 1,0$).

4) Согласно формуле $\tau_2 = \frac{0,34 \cdot 0,264^2}{0,0203} = 1,17 \text{ часа.}$

5) Полная продолжительность нагрева

$$\tau = 0,85 + 1,17 = 2,02 \text{ часа.}$$

Рассмотренный нами случай является идеальным, так как невозможно иметь в печи 1300° при посадке слитков с температурой поверхности 650° . Температура ячейки понизится даже в том случае, если она будет предварительно разогрета до температуры, превышающей 1300° .

Пример 5. Приведем второй вариант расчета, изложенного в примере 4, принимая, что в I периоде нагрев совершается при $q = \text{const}$. Если $t_r = 1300^\circ$, а $t_n = 1200^\circ$, то при $c_B = 3,0 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{К}^4$.

1) тепловой поток

$$q = 3 \left[\left(\frac{1573}{100} \right)^4 - \left(\frac{1473}{100} \right)^4 \right] = 42300 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час.}$$

2) Разность температур:

$$\Delta t_2 = \frac{qS}{2\lambda} = \frac{42300 \cdot 0,234}{2 \cdot 24,6} = 227^\circ.$$

3) Продолжительность нагрева

$$\tau_1 = \frac{0,3 \cdot 0,234^2}{0,0165 \cdot 227} (1200 - 650 - 1/2 \cdot 227) = 2,44 \text{ часа [см. (XV—17)]}.$$

4) Продолжительность выдержки

$$\tau_2 = 1,17 \text{ часа (см. пример 4)}.$$

5) Полная продолжительность нагрева

$$\tau = 2,44 + 1,17 = 3,61 \text{ часа}.$$

6) Температура в печи при посадке [согласно формуле (III—36)]

$$\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 = \frac{42300}{3,0} + \left(\frac{650 + 273}{100} \right)^2 = 21398,$$

откуда $t_r = 940^\circ$.

Следовательно, в данном варианте расчета температура печи в I периоде будет изменяться от 940 до 1300°.

Очевидно, при известной форсировке продолжительность нагрева слитков будет средней между первым и вторым вариантами, подсчитанными в данном и предыдущем примерах, т. е.

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{2,02 + 3,61}{2} = 2,8 \text{ часа}.$$

6. Экспериментальные исследования

Исследование нагрева слитков было произведено в регенеративных колодцах одного из заводов юга СССР с целью сравнения теоретических методов расчета с практическими данными и выбора оптимального режима нагрева.

Для исследования были взяты слитки весом 5 и 6 т размерами $675 \times 560 \times 2100 \text{ мм}$ и $730 \times 620 \times 2000 \text{ мм}$ из осевой и пружинной стали; нагрев производился при холодном и горячем посаде.

Были произведены измерения температур в слитках и в камере колодцев при разных способах нагрева. Для измерения температур в слитках применялись два приспособления: одно с охлаждающим устройством, заранее прикрепленным к слитку, другое — со «вставным» холодильником¹.

В первом случае на уровне 550 мм от нижнего основания слитка было просверлено два отверстия диаметром 23 мм: одно до оси слитка, другое — до противоположной поверхности (рис. 136). В эти отверстия вставлялись платино-платиновые термпары.

¹ Н. Ю. Тайц и Ю. В. Компанеев, Нагрев крупных слитков в колодцах, *Сталь*, 1941, № 1.

зу вставлялся стальной шомпол 5, соединенный коленом 6 с трубчатым рычагом 8. Шомпол крючком 7 соединялся с навинченным на гильзу стаканом 1. После погружения гильзы в сталь крючок 7 откидывался и шомпол вынимался.

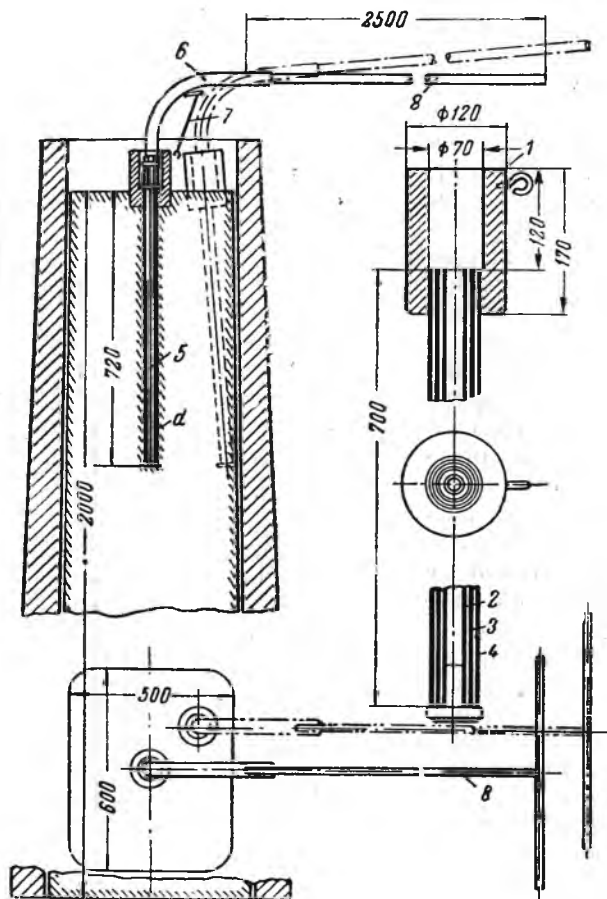


Рис. 137. Гильза для термпар и приспособление для ее установки в жидкой стали

Таким способом удавалось получить в слитке два вертикальных отверстия глубиной до 700 мм — одно по центру, другое вблизи поверхности.

После установки слитка в ячейку в его отверстия вставлялись платино-платинородневые термпары, защищенные карманами из тонкостенных трубок. Открытым концом карман вводился

в нижнюю часть холодильника, служившего для защиты проводов термопары. Холодильник с термопарой крепился посредством стакана, навинченного на гильзу, погруженную в слиток.

Слиток, служивший для измерения температур при горячем посаде, в дальнейшем использовался для повторных опытов при холодном посаде¹.

Выбор того или иного способа измерения температур определяется местными условиями.

Измерения температур в ячейке производились посредством платино-платинородиевых термопар, вставленных через отверстие в стене, причем одна из термопар, имевшая охлаждающее приспособление, выдвигалась на 900 мм внутрь ячейки, а другая своим горячим спаем находилась в плоскости внутренней поверхности стены; эта последняя термопара служила для измерения температуры стены².

Ввиду недостаточной термической мощности колодцев и недостатка газа не удалось осуществить заранее намеченные графики нагрева.

Для получения форсированного нагрева пришлось прибегать к некоторым искусственным приемам, а именно:

- 1) уменьшать количество одновременно нагреваемых слитков;
- 2) производить предварительный разогрев ячейки для мягкой стали и осуществлять нагрев твердой стали без предварительного остуживания ячейки.

Всего было проведено 18 опытов, из них пять вследствие порчи измерительной аппаратуры и производственных неполадок оказались неудовлетворительными. Из тринадцати удачно проведенных опытов четыре относятся к мягкой стали, пять — к осевой, четыре — к пружинной (рис. 138—142).

Для сопоставления экспериментальных данных с расчетными было использовано 3 метода.

Первый метод заключался в определении температур поверхности и середины слитка по заданной температуре печи и времени, согласно данным главы V; при этом слиток приравнялся к бесконечному длинному цилиндру эквивалентного диамет-

ра, т. е. диаметр слитка принимался равным $d = \sqrt{\frac{F}{0,785}}$.

Результаты расчетов по этому методу представлены на рис. 138.

¹ Описанные здесь способы измерения температур были разработаны Ю. В. Компанеец.

² Оба способа измерения не обеспечивают точных результатов: термопара, расположенная в печи рядом с холодным слитком, показывает температуру более низкую, чем у газов; термопара, вставленная в кладку перпендикулярно плоскости стенки, также не гарантирует замера истинной температуры внутренней поверхности кладки. *Ред.*

Второй метод отличался тем, что слиток рассматривался как прямоугольный параллелепипед. Результаты расчетов показаны на рис. 139, 140, 141, 142.

Наконец, третий метод расчета сводился к определению температуры середины слитка по заданной температуре поверхно-

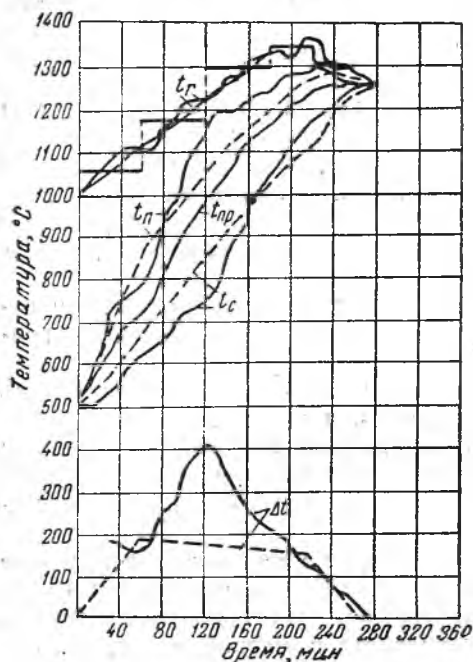


Рис. 138. Нагрев пружинной стали горячего посада (опыт 15):

t_r — температура печи; $t_п$ — температура поверхности слитка; t_c — температура середины; $t_{пр}$ — промежуточная температура

$$\Delta t = t_{п} - t_c$$

— экспериментальные данные
--- расчетные данные

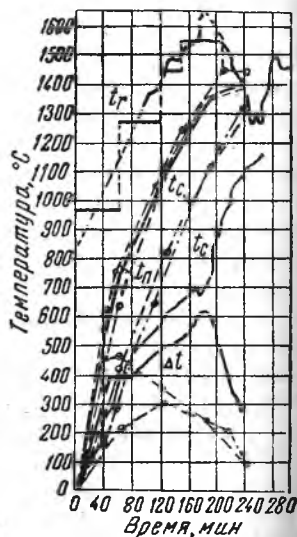


Рис. 139. Нагрев слитков из мягкой стали (опыт 4):

t_r — температура печи;
 $t_п$ — температура поверхности слитка; t_c — температура середины;

$$\Delta t = t_{п} - t_c$$

— экспериментальные данные
--- расчетные данные
--- расчетные данные разными методами

сти, для чего были использованы решения, относящиеся к многоступенчатому нагреву, рассмотренные в главе VII (рис. 139 и 141).

Сравнение экспериментальных и расчетных данных показывает, что температуры поверхности, вычисленные по первым двум методам, довольно хорошо совпадают с экспериментальными данными; имеющиеся расхождения легко объяснить тем, что опыты проводились в производственной обстановке. Что касается температуры середины, то расчеты по первому методу

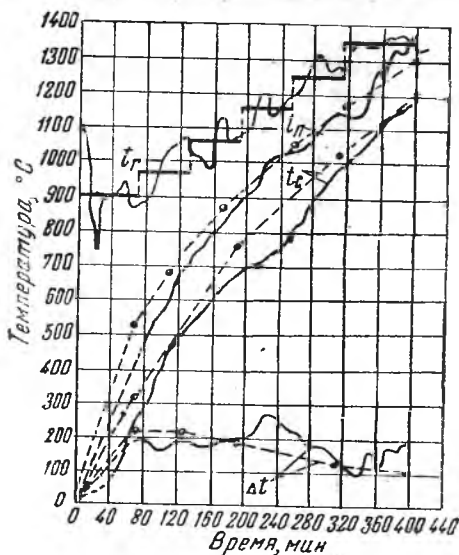


Рис. 140. Нагрев осевой стали холодного посада (опыт 9):

t_r — температура печи;
 t_n — температура поверхности слитка; t_c — температура середины;

$$\Delta t = t_n - t_c$$

— экспериментальные данные;
 - - - расчетные данные

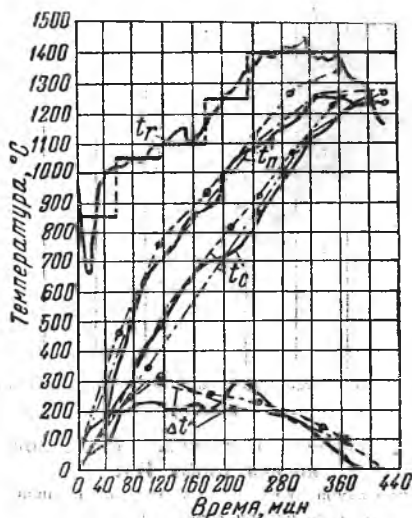


Рис. 141. Нагрев осевой стали холодного посада (опыт 10):

t_r — температура печи; t_n — температура поверхности слитка; t_c — температура середины;

$$\Delta t = t_n - t_c$$

— экспериментальные данные
 - - - расчетные данные разными методами

давали несколько большее расхождение с экспериментальными величинами. Второй и третий методы расчета показали достаточно близкое совпадение расчетных и экспериментальных данных как для температуры середины, так и для разности температур, за исключением кипящей стали (рис. 139). Значительное расхождение при нагреве кипящей стали, очевидно, можно

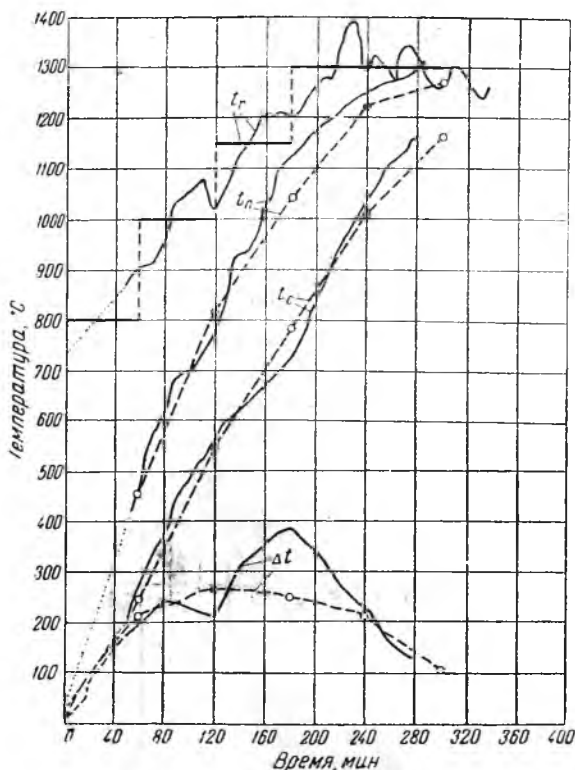


Рис. 142. Нагрев пружинной стали холодного посода (опыт 17):

t_r — температура печи; t_n — температура поверхности слитка; t_c — температура середины;

$$\Delta t = t_n - t_c$$

————— экспериментальные данные
 - - - - - расчетные данные

объяснить пониженной теплопроводностью вследствие наличия пузырей в стали, что не могло быть учтено в расчетах. Для учета этого фактора следует ввести поправочный коэффициент для температурной разности, определяемой по формуле

$$m = 0,00125 t_n,$$

где t_n — температура поверхности; но при этом следует иметь в виду, что коэффициент не может быть меньше 1,25.

Во всех опытах в интервале температур 700—900° наблюдалось заметное понижение температуры середины, что связано со структурными превращениями в стали.

Посадка мягкой стали в ячейку производилась при возможно высокой температуре, однако температура ячейки во время посадки и установки эталонного слитка значительно понижалась. Нагрев мягкой стали производился с максимальной возможной интенсивностью, но все же намеченную форсировку не удавалось осуществлять даже при уменьшенном количестве нагреваемых слитков.

В одном случае (опыт № 5) слиток был нагрет за 3 ч. 10 м., в остальных случаях за 4 ч. 20 м. и 6 ч. 25 м. Готовность слитка определялась по времени, необходимому для нагрева середины нижней части до 1100°. В момент готовности слитка разность температур поверхности и середины составляла от 70 до 260° в зависимости от продолжительности нагрева, что объясняется отсутствием ярко выраженного периода выдержки. Во время транспортировки слитков к стану разность температур вследствие понижения температуры поверхности понижалась.

Из пяти опытов нагрева «осевой» стали один опыт (№ 8) был произведен с горячим посадом (около 700°).

Обычно при нагреве с холодным посадом среднеуглеродистой стали, начиная со стали 5 (осевой), производят предварительное остуживание ячейки. Опыты посадки этих же слитков без предварительного остуживания дали положительные результаты.

Нагрев до момента «готовности» слитка длился от 6 час. до 10 ч. 20 м., температурная разность при этом получалась меньшая, чем в мягкой стали (от 50 до 200°). Максимальная температурная разность доходила до 415°. Разность температур в периоде напряжений составляла 200—400°.

С пружинной сталью был проделан один опыт с горячим посадом (при 500°); продолжительность нагрева до момента готовности слитка составляла от 5 ч. 00 м. до 6 ч. 25 м., разность температур доходила до 415°.

С пружинной сталью также проведены опыты без предварительного остуживания ячейки. Эти опыты показали, что нагревать холодный посад без предварительного остуживания ячейки можно лишь при условии удовлетворительного качества металла.

В результате проведенных опытов подтвердилась правильность высказанных нами соображений о режиме нагрева и методах расчета нагрева.

Опытами доказана также возможность сокращения продолжительности нагрева как мягкой, так и среднеуглеродистой

стали без ущерба для качества, однако сокращение продолжительности нагрева, как уже указывалось, лимитировалось тепловой мощностью колодцев и недостаточным количеством газа. Существенным недостатком конструкции колодцев была неравномерность нагрева по высоте.

Экспериментальная проверка нагрева слитков из легированных сталей была произведена на одном из крупнейших заводов качественных сталей, где имеются камерные регенеративные колодцы, отапливаемые в настоящее время мазутом. В этих колодцах, а также в методических печах, расположенных рядом, нагреваются слитки весом от 1,0 до 4,6 т сталей самых разнообразных марок. Группа колодцев состоит из четырех ячеек; размеры ячеек $2250 \times 1680 \times 2400$ мм. Каждая ячейка оборудована двумя паровыми форсунками системы Шухова по одной с каждой стороны, работающими поочередно.

Слитки доставляются из одного мартеновского цеха на открытые тележках-платформах, из другого цеха — на тележках в изложницах, а из электросталеплавильного цеха — в термостатах, т. е. в коробках, закрываемых сверху крышками. Температура поступающих слитков — самая разнообразная; к горячей садке относятся слитки, имеющие на поверхности температуру 650° и выше. Слитки с температурой поверхности ниже 600° нагреваются по режиму холодной садки.

Принятый на заводе температурный режим нагрева слитков в колодцах представлен в табл. 16 приложений.

Таблица эта была составлена на основании практических данных заводов качественных сталей, а также на основании отдельных экспериментов, проводимых центральной заводской лабораторией в порядке освоения сталей новых марок или при выявлении причин брака.

Предварительно были проведены наблюдения за режимом нагрева сталей некоторых марок; фиксировали время посадки, кантования, выдачи, температуры слитков при посадке, выдаче, температуру ячейки, а также наблюдали поведение металла при прокатке. Одновременно контролировались работа форсунок, характер факела, переключение клапанов.

Результаты наблюдений показали следующее.

1. Посадка слитков из сталей марок 3312, 12ХНЗА, 30ХНЗ, 6ХМ, 12ХНЗА производилась в ячейки, которые специально не подстуживались. Температура стенок ячейки в момент посадки составляла $800\text{--}900^\circ$ и в отдельных случаях доходила до 1000° . В таком же состоянии были ячейки при посадке подстуженных слитков (т. е. с температурой ниже 650°).

2. Для некоторых плавок общее время пребывания слитков в колодцах превысило установленное время ввиду несвоевременной выдачи слитков по причинам, связанным с неполадками на

блуминге. Удлинение продолжительности нагрева в отдельных ячейках было вызвано также неудовлетворительным состоянием ячеек. В ряде случаев общее время нагрева незначительно отличалось от установленного.

3. Для подстуженных слитков подтвердилось время нагрева и общий режим нагрева, определенные на основании расчетных данных.

4. Прокатка всех слитков, за исключением стали 40СХ и нескольких слитков 30ХНЗ, прошла нормально.

5. В связи с повышенной теплоемкостью сталей во II периоде нагрева и возможностью форсирования нагрева в этом периоде требуется увеличенное количество подводимого тепла. Однако ограниченная тепловая мощность колодцев и существующие способы сжигания топлива вызывали удлинение продолжительности II периода и соответствующее сокращение периода выдержки. Поэтому соотношение II и III периодов нагрева в колодцах отличалось от расчетных данных, что и приводило к необходимости некоторого удлинения общего времени нагрева по сравнению с расчетными данными.

На основе произведенного исследования была подтверждена правильность технологии нагрева качественных сталей, принятой на заводе, с точки зрения теории нагрева.

Кроме того, более тщательный анализ нагрева сталей различных марок с учетом практических данных дал возможность внести коррективы в технологию нагрева и рекомендовать новую разбивку сталей на группы, в основу которой были положены следующие данные:

- 1) температура нагрева сталей и содержание углерода в них;
- 2) физические свойства сталей;
- 3) вычисленная продолжительность нагрева;
- 4) практические данные о поведении сталей при нагреве и прокатке;
- 5) назначение стали.

Согласно практическим данным скорость нагрева слитков в колодцах составляет в среднем 6—7 мин. на 1 см полной толщины. Мягкие стали нагреваются с большей скоростью: 5—6 мин. на 1 см толщины.

Как показали исследования нагрева слитков в регенеративных колодцах, произведенные Днепропетровским металлургическим институтом, дальнейшее ускорение нагрева мягких сталей возможно с усилением тепловой мощности колодцев.

Глава XVII

Нагрев слитков и заготовок в методических печах

1. Конструкции методических печей

Нагрев слитков и заготовок квадратного и прямоугольного сечения перед прокаткой их на сортовых и листовых станах обычно производится в методических толкательных печах.

Методические печи старых прокатных цехов, построенные в дореволюционное время, в большинстве случаев работают на твердом топливе: меньшая часть отопливается жидким топливом. Топочные устройства здесь расположены с лобовой стороны, иногда же для получения нижнего подогрева устанавливаются также боковые топки.

Вновь построенные печи отопливаются газообразным топливом.

Должны быть отмечены следующие главнейшие конструкции отопливаемых газом печей.

1. Двухзонные методические печи на газе высокого давления без подогревателей. На рис. 143 изображена подобная печь с торцевой выдачей, оборудованная двумя рядами лобовых горелок, боковыми горелками, а также горелками для нижнего подогрева. Наличие высоко расположенных глиссажных шин, проходящих через всю печь, и подовых горелок создает мощный нижний подогрев, благодаря чему слитки равномерно нагреваются и проталкиваются через всю печь на наклонную часть пода.

2. Регенеративные печи на доменном газе с разделением пламени. Принцип работы этих печей заключается в том, что одна часть продуктов горения непосредственно из сворочной части направляется в воздушные и газовые регенераторы, а другая часть поступает в методическую камеру.

3. Регенеративные печи с непосредственным отоплением регенераторов. Эти печи, отопливаемые доменным или другим низкокалорийным газом, имеют одну пару регенераторов для высокого подогрева воздуха, обогреваемых специальной горелкой. Печи называются также прямоточными в отличие от печей с разделением пламени.

4. Трехзонные методические печи. На рис. 144 дано изображение трехзонной печи, отопливаемой смешанным газом теплотворной способностью 2000 кал/м^3 и оборудованной керамическим рекуператором, расположенным под подом. На рис. 145 показана трехзонная печь с меньшей высотой рабочего пространства, с боковыми горелками во второй зоне и с рекуператором, установленным над печью.

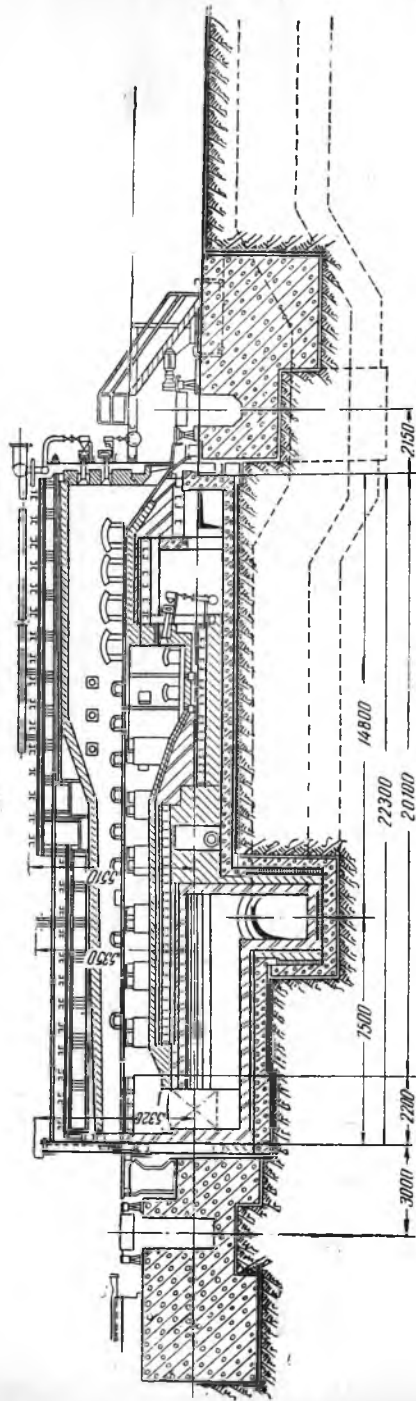


Рис. 143. Двухзонная методическая печь на газе высокого давления

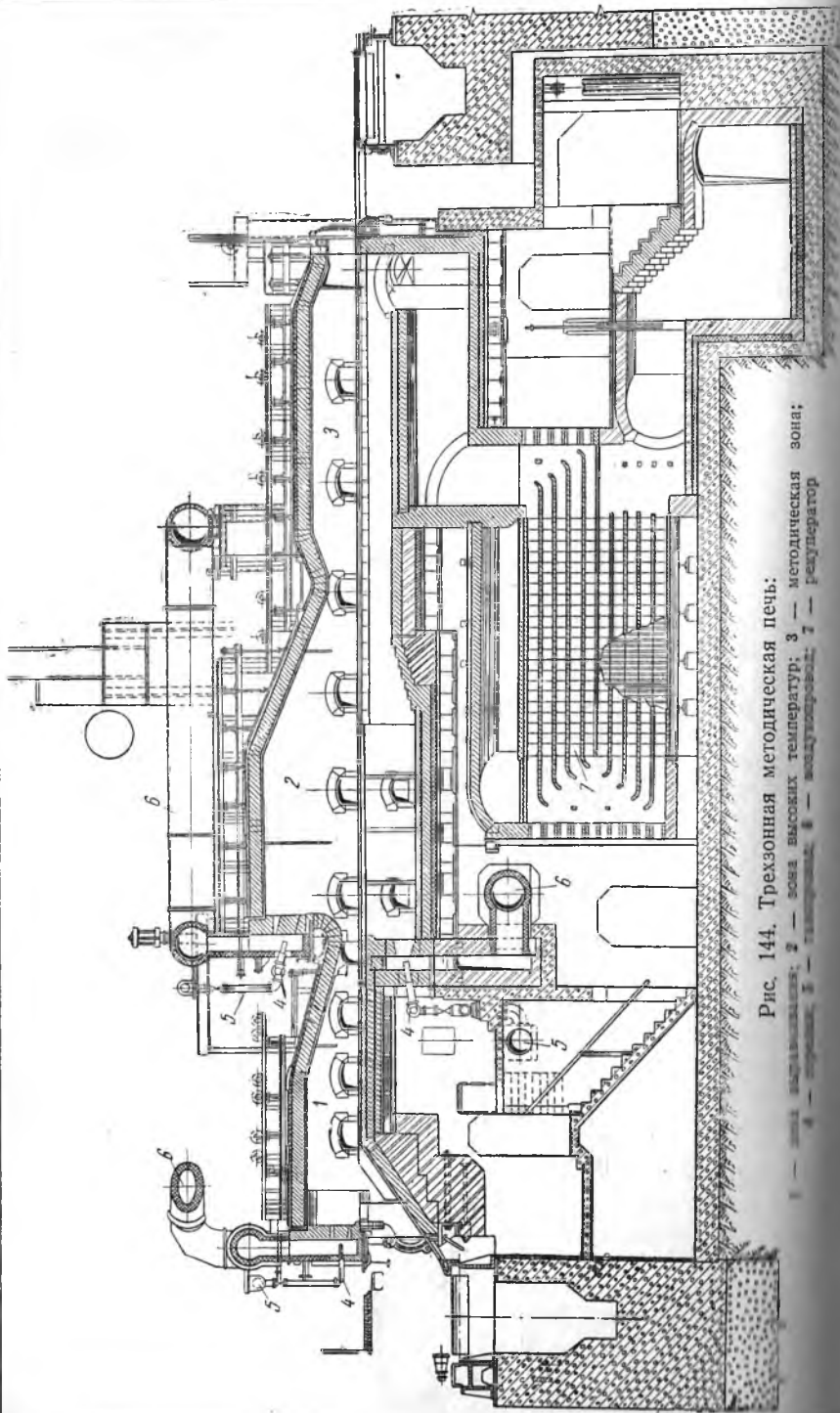


Рис. 144. Трехзонная методическая печь:
 1 — газодistribution; 2 — зона высоких температур; 3 — методическая зона;
 4 — горелка; 5 — термометр; 6 — регенератор

5. Современные рекуперативные печи на доменном газе с воздушными и газовыми стальными рекуператорами, расположенными вне печи последовательно один за другим или параллельно.

Из краткого описания конструкций методических печей видно, что сожигательные устройства обычно расположены с лобовой стороны. Наряду с этим дополнительные горелки устанавливают со стороны свода, с боковых сторон — над глиссажными шинами и под ними.

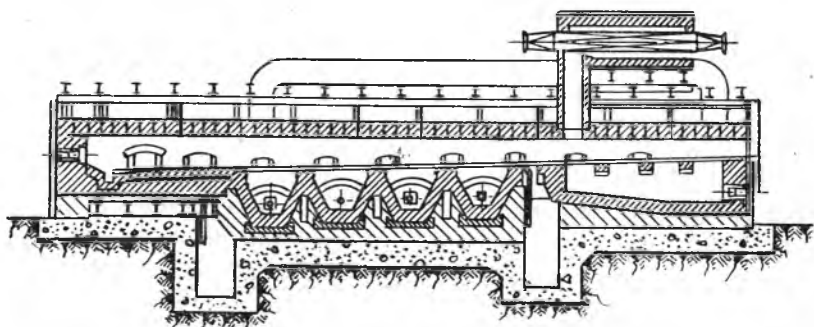


Рис. 145. Трехзонная методическая печь с боковыми горелками и рекуператором

С помощью дополнительных горелок можно создать в печи любой температурный режим и даже превратить методическую печь в камерную. Однако в большинстве случаев температура в конце рабочего пространства изменяется в пределах ¹ 700—900°. Эта температура в одной и той же печи изменяется довольно часто в зависимости от напряженности пода, режима работы сожигательных устройств, а иногда от размеров слитков.

В двухзонной методической печи, состоящей из сварочной и методической камер, температурный режим имеет характер, изображенный на рис. 146, а; при этом в сварочной камере температура печи колеблется в пределах 1350—1500°, изменяясь по длине примерно на 100°; в методической камере изменение температуры можно принимать прямолинейным.

Температурный режим трехзонных печей характеризуется рис. 146, б.

В методической части печи слитки или заготовки располагаются вплотную, образуя непрерывный ряд, который можно рассматривать как плиту бесконечно большой длины и ширины.

¹ В последнее время в связи с форсированным режимом температура в конце печи часто превышает 900°, достигая 1000° и выше.

В сварочной камере слитки или заготовки квадратного сечения кантуются на 90 или 180°, но иногда действие толкателя распространяется и на сварочную камеру, где слитки также расположены в непрерывный ряд до окна выдачи. Обычно это

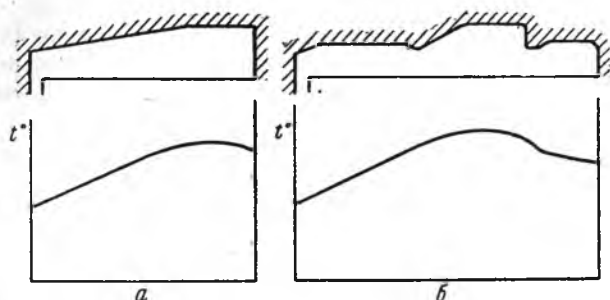


Рис. 146. Температурный режим в двухзонных и трехзонных методических печах

имеет место в печах с торцевой выдачей, а также в некоторых печах с боковой выдачей, в особенности, если имеется нижний подогрев слитков, т. е. нет необходимости в их раскантовке.

2. Режим нагрева в методических печах и методика расчета

Известно, что допускаемая температура печи зависит от толщины тела, коэффициента теплопроводности и механических качеств стали. Между тем, в методических печах эта температура обычно не регулируется, тогда как температура в конце печи изменяется в зависимости от форсировки печи и режима работы сожигательных устройств. Регулировка температуры в конце рабочего пространства, (т. е. в зоне посадки слитков) может производиться при наличии дополнительных горелок в этой зоне или промежуточного боров, через который отводится часть продуктов горения с целью понижения температуры; последнее делается при нагреве высоколегированных сталей.

Рассмотрим предельные случаи нагрева, встречающиеся в методических печах.

При нагреве заготовок 60×60 мм из углеродистой стали $\frac{S}{\lambda} = \frac{0,03}{40} = 0,00075$; температура печи здесь не ограничивается (см. рис. 119).

Для заготовки 300×300 мм из высоколегированной стали $\frac{S}{\lambda} = \frac{0,15}{14} = 0,011$. При $\Delta t = 200^\circ$ допускаемая температура печи $t_r = 730^\circ$ (см. рис. 119).

В большинстве случаев температура в загрузочном конце рабочего пространства ниже допускаемой, а следовательно и разность температур поверхности и середины Δt также ниже допускаемой.

Проверка температурного режима методических печей показывает, что в первом периоде нагрева, т. е. в методической части, разность температур по сечению тела изменяется. В начале нагрева эту разность температур определяют, исходя из заданной температуры в конце рабочего пространства; в конце периода напряжений она увеличивается. Можно считать, что на этом участке происходит постепенное изменение температурной разности, иначе говоря нагрев совершается при увеличивающемся тепловом потоке.

Разобьем период напряжений на n интервалов длительностью в $0,3 \frac{S^2}{a}$ час. каждый (рис. 147) с постепенным и равномерным изменением разности температур.

Тогда для первого интервала можем записать следующее:

$$0,3 \frac{S^2}{a} = \frac{0,5S^2}{a\Delta t_1} \left(t_{п1} - \frac{2}{3} \Delta t_1 - t^{\circ} \right)$$

[формула (XV—13); принято $k=0,5$, так как нагреваемый металл рассматривается как пластина], откуда следует:

$$1,27 \cdot \Delta t_1 = t_{п1} - t^{\circ}. \quad (\text{XVII—1})$$

Для второго интервала

$$0,3 \frac{S^2}{a} = \frac{0,5S^2}{a\Delta t_2} \left(t_{п2} - \frac{2}{3} \Delta t_2 - t_{п1} + \frac{2}{3} \Delta t_1 \right)$$

или

$$1,27 \Delta t_2 - 0,67 \Delta t_1 = t_{п2} - t_{п1}. \quad (\text{XVII—2})$$

Для третьего интервала будем иметь

$$1,27 \Delta t_3 - 0,67 \Delta t_2 = t_{п3} - t_{п2}. \quad (\text{XVII—3})$$

и т. д.

Для всего периода, состоящего из n интервалов, получаем

$$\begin{aligned} 1,27 \frac{n(\Delta t_1 + \Delta t_n)}{2} - 0,67 \left[\frac{n(\Delta t_1 + \Delta t_n)}{2} - \Delta t_n \right] = \\ = t_n - t^{\circ}, \end{aligned} \quad (\text{XVII—4})$$

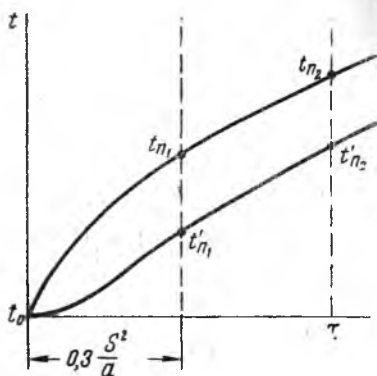


Рис. 147. Схема температурного графика в методической печи

откуда находим

$$n = \frac{t_{\Pi} - t^0 - 0,67\Delta t_n}{0,30(\Delta t_1 + \Delta t_n)}. \quad (\text{XVII—5})$$

Так как

$$t_{\Pi} = 500 + \Delta t_n,$$

то

$$n = \frac{500 - t^0 + 0,33\Delta t_n}{0,30(\Delta t_1 + \Delta t_n)} \quad (\text{XVII—6})$$

Пример 1. Стальной слиток сечением 200×200 мм нагревается в методической печи. Температура в посадочном конце рабочего пространства $t_{\Gamma} = 700^{\circ}$. Определить температурный режим в периоде напряжений по следующим данным:

$t^0 = 10^{\circ}$; $\lambda = 34,8$ кал/м · час · $^{\circ}\text{C}$; в конце нагрева $\lambda = 33,7$ кал/м · час · $^{\circ}\text{C}$;

$a = 0,038$ м²/час, $\beta = 14 \cdot 10^{-6}$, $E = 20 \cdot 10^3$ кг/мм²;

$\sigma_{\text{д}} = 34$ кг/мм², $\sigma_{\text{в}} = 3,5$ кал/м² · час · $^{\circ}\text{K}^4$.

Принимая двухсторонний симметричный нагрев, находим

$$\Delta t_1 = \frac{\sigma_{\text{в}} S}{2\lambda} \left[\left(\frac{T^0}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\Pi}^0}{100} \right)^4 \right] = \frac{3,5 \cdot 0,1}{2 \cdot 34,8} \left[\left(\frac{973}{100} \right)^4 - \left(\frac{283}{100} \right)^4 \right] = 44^{\circ} \quad [\text{см. (XV—18)}];$$

$$\Delta t_n = \frac{1,2 \sigma_{\text{д}}}{\beta E} = \frac{1,2 \cdot 34}{14 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3} = 146^{\circ} \quad [\text{см. (XV—6)}],$$

(в ней коэффициент 1,4 заменен на 1,2)¹;

$$n = \frac{500 - 10 + 0,33 \cdot 146}{0,30(44 + 146)} = 9,5 \quad [\text{см. (XVII—6)}].$$

Приращение разности температур для каждого интервала:

$$\frac{\Delta t_n - \Delta t_1}{n - 1} = \frac{146 - 44}{8,5} = 12^{\circ}.$$

Продолжительность I периода нагрева, т. е. периода напряжений (принимая $n = 9,5$),

$$\tau = 9,5 \cdot 0,3 \frac{S^2}{a} = 9,5 \cdot 0,3 \frac{0,1^2}{0,038} = 0,75 \text{ часа.}$$

Тепловой поток в конце периода

$$q = \frac{2 \Delta t \lambda}{S} = \frac{2 \cdot 146 \cdot 33,7}{0,1} = 98400 \text{ кал/м}^2 \text{ час.} \quad [\text{см. (III—39)}].$$

Температура печи в конце периода

$$t_{\Gamma_1} = 100 \sqrt[4]{\frac{98400}{3,5} + \left(\frac{500 + 146 + 273}{100} \right)^4} - 273 = 1100^{\circ} \quad [\text{см. (III—36)}].$$

¹ Хотя в методической печи ряд квадратных слитков рассматривается как пластина бесконечной протяженности, но для учета температурных напряжений в квадратном слитке следует принимать коэффициент, средний между цилиндром и пластиной, т. е. 1,20—1,25.

Тепловой поток в начале периода

$$q_1 = 3,5 \left[\left(\frac{973}{100} \right)^4 - \left(\frac{283}{100} \right)^4 \right] = 31100 \text{ кал/м}^2 \text{ час.}$$

Таким образом, I период нагрева характеризуется следующими данными: температура поверхности изменяется от 10 до 646°; температура середины — от 10 до 500°; температура печи — от 700 до 1100°; тепловой поток — от 31100 до 98000 кал/м² · час.

Если бы тепловой поток был постоянный и равный 98400 кал/м² · час, то мы имели бы

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\frac{98400}{3,5} + \left(\frac{10 + 273}{100} \right)^4} - 273 = 1020^\circ \text{C};$$

$$\tau_1 = \frac{0,5 \cdot 0,1^2}{0,038 \cdot 146} \left(500 + \frac{1}{3} 146 - 10 \right) = 0,48 \text{ часа [см. (XV—16)]}.$$

При этом разность температур Δt_1 достигает 146° через

$$\tau_0 = 0,3 \frac{S^2}{a} = 0,3 \frac{0,1^2}{0,038} = 0,08 \text{ часа.}$$

Принимая среднюю разность температур

$$\Delta t = \frac{44 + 146}{2} = 95^\circ,$$

получаем

$$\tau_1 = \frac{0,5 \cdot 0,1^2}{0,038 \cdot 95} \left(500 + \frac{1}{3} \cdot 146 - 10 \right) = 0,75 \text{ часа.}$$

Из полученных данных следует, что если разность температур изменяется от Δt_1 до Δt_n , то продолжительность нагрева может быть определена по формуле (XV—16) с использованием среднеарифметической разности

$$\frac{\Delta t_1 + \Delta t_n}{2}.$$

Решая уравнение теплопроводности при условии, когда тепловой поток изменяется по закону прямой линии, можно также доказать правильность вывода о возможности усреднения разности температур в начале и конце периода или усреднения теплового потока $\left(\frac{q_n + q_k}{2} \right)$.

Если Δt_2 — разность температур поверхности и середины в конце второго периода нагрева, то продолжительность второго периода

$$\tau_2 = \frac{0,5S^2}{a_2} \cdot \frac{2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \left(t_n - \frac{2}{3} \Delta t_2 - 500 - \frac{1}{3} \Delta t_1 \right) \text{ (XVII—7).}$$

[см. (XV—17)].

Наконец, продолжительность выдержки τ_3 определяется по формуле (XV—15).

На основании изложенного приведем числовые примеры расчетов нагрева в трехзонных и двухзонных методических печах; в примерах указано, какие вычисления и в какой последовательности необходимо производить при установлении режимов нагрева.

Пример 2. Стальные слитки квадратного сечения $200 \times 200 \times 1200$ мм из легированной стали нагреваются в трехзонной методической печи.

Температура в конце рабочего пространства (у посадочного окна) 700° , начальная температура металла 10° , температура нагрева — 1180° , способ нагрева — двухсторонний с выдержкой.

Определить продолжительность нагрева.

Для расчета принимаем следующие исходные данные:

$$\lambda_0 = 34,5 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad \gamma = 7824 \text{ кг/м}^3;$$

$$\beta = 14 \cdot 10^{-6}; \quad E = 20 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2; \quad \sigma_d = 34 \text{ кг/мм}^2;$$

$$p = 200^\circ/\text{м}.$$

Первый период нагрева.

1) Допускаемая разность температур

$$\Delta t_1 = \Delta t_d = \frac{1,2 \cdot 34}{14 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3} = 146^\circ \text{ [см. (XV-6)]}.$$

2) Температура металла в конце I периода:

а) $t_{c_1} = 500^\circ$;

б) $t_{п_1} = 500 + \Delta t_1 = 500 + 146 = 646^\circ$;

в) средняя температура поверхности $\bar{t}_1 = t_{п_1} - 0,67 \Delta t_1 = 646 - 0,67 \cdot 146 = 548^\circ$.

3) Физические константы стали:

$$\lambda_{548} = 27,5 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad \bar{\lambda}_1 = \frac{34,5 + 27,5}{2} = 31 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C (средний)};$$

$$\bar{c}_{p_1} = \frac{72,6 - 2,0}{548 - 10} = 0,136 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C (табл. 10 приложений)};$$

$$\bar{a}_1 = \frac{31}{0,136 \cdot 7824} = 0,029 \text{ м}^2/\text{час (средний)}.$$

4) Тепловой поток в начале I периода при

$$\sigma_B = 3,5 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{K}^4$$

$$q_0 = 3,5 \left[\left(\frac{700 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{10 + 273}{100} \right)^4 \right] = 31200 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час}.$$

5) Тепловой поток в конце I периода:

$$q_1 = \frac{2 \Delta t_1 \bar{\lambda} \bar{t}_1}{S} = \frac{2 \cdot 146 \cdot 27,5}{0,1} = 80000 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час [см. (III-39)]}.$$

6) Средний тепловой поток

$$\bar{q}_1 = \frac{q_0 + q_1}{2} = \frac{31200 + 80000}{2} = 55600 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час.}$$

7) Средняя разность температур

$$\Delta \bar{t}_1 = \frac{\bar{q}_1 S}{2 \lambda_1} = \frac{55600 \cdot 0,1}{2 \cdot 31} = 90^\circ.$$

8) Продолжительность I периода нагрева [см. (XV—16)]

$$\tau_1 = \frac{0,5 S^2}{a_1 \Delta \bar{t}_1} \left(500 + \frac{1}{3} \Delta \bar{t}_1 - t^\circ \right) = \frac{0,5 \cdot 0,1^2}{0,029 \cdot 90} (500 +$$

$$+ \frac{1}{3} \cdot 146 - 10) = 1,03 \text{ часа.}$$

9) Температура печи в конце периода

$$t_{r_1} = 100 \sqrt[4]{\frac{80000}{3,5} + \left(\frac{646 + 273}{100} \right)^4} - 273 = 1080^\circ.$$

Второй период.

Принимаем

$$q_2 = q_1.$$

1) Температура печи в конце II периода

$$t_{r_2} = 100 \sqrt[4]{\frac{80000}{3} + \left(\frac{1180 + 273}{100} \right)^4} - 273 = 1360^\circ.$$

2) Температура металла в конце II периода (предварительная):

$$a) \Delta t_2^* = \frac{80000 \cdot 0,1}{2 \cdot 26,5} = 151^\circ \quad (\lambda_{1180} = 26,5);$$

$$b) \bar{t}_2^* = 1180 - 0,67 \cdot 151 = 1080^\circ.$$

3) Разность температур поверхности и середины в конце II периода:

$$\Delta t_2 = \frac{q_2 S}{2 \lambda_{\bar{t}_2}} = \frac{80000 \cdot 0,1}{2 \cdot 26,0} = 154^\circ \quad (\lambda_{1080} = 26,0).$$

4) Температура середины металла в конце II периода:

$$a) t_{c_2} = 1180 - 154 = 1026^\circ;$$

$$b) \bar{t}_2 = 1180 - 0,67 \cdot 154 = 1077^\circ \text{ (средняя).}$$

5) Средняя разность температур во II периоде:

$$\Delta \bar{t}_2 = \frac{146 + 154}{2} = 150^\circ.$$

6) Физические константы:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_{540} + \lambda_{1077}}{2} = \frac{27,5 + 25,9}{2} = 26,7 \text{ кал/м} \cdot \text{час}^\circ\text{C (средний);}$$

$$\bar{c}_{p_2} = \frac{176 - 72,6}{1055 - 548} = 0,205 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C} \text{ (табл. 10 приложений);}$$

$$\bar{a}_2 = \frac{26,7}{0,205 \cdot 7824} = 0,017 \text{ м}^2/\text{час (средний)}.$$

7) Продолжительность II периода [см. (XVII—7)].

$$\begin{aligned} \tau_2 &= \frac{0,5 S^2}{a_2 \Delta t_2} \left(t_{п_2} - \frac{1}{3} \Delta t_2 - 500 - \frac{1}{3} \Delta t_1 \right) = \\ &= \frac{0,5 \cdot 0,1^2}{0,017 \cdot 150} \left(1180 - \frac{2}{3} \cdot 154 - 500 - \frac{1}{3} \cdot 146 \right) = 1,04 \text{ часа.} \end{aligned}$$

Третий период (выдержка).

1) Температура металла в конце выдержки:

а) конечная разность $\Delta t_3 = pS = 200 \cdot 0,1 = 20^\circ$;

б) $t_{п_3} = 1180^\circ$;

в) $t_{c_3} = 1180 - 20 = 1160^\circ$;

г) $\bar{t}_3 = 1180 - \frac{2}{3} \cdot 20 = 1157^\circ$ (средняя).

2) Физические константы:

$$\bar{\lambda}_3 = \frac{\lambda_{1077} + \lambda_{1157}}{2} = \frac{25,9 + 26,2}{2} = 26,05 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{c}_{p_3} = \frac{193,1 - 176}{1157 - 1055} = 0,167 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{a}_3 = \frac{26,05}{0,167 \cdot 7824} = 0,02 \text{ м}^2/\text{час}.$$

3) Степень выравнивания температур

$$\delta = \frac{20}{154} = 0,13.$$

4) Продолжительность выдержки

$$\tau_3 = \frac{0,80 \cdot 0,1^2}{0,02} = 0,40 \text{ часа (} m = 0,80 \text{ по рис. 12);}$$

полная продолжительность нагрева

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 1,03 + 1,04 + 0,40 = 2,47 \text{ часа.}$$

Н а ч а л ь н ы й у ч а с т о к.

1) Продолжительность участка

$$\tau' = 0,3 \frac{S^2}{a} = \frac{0,3 \cdot 0,1^2}{0,037} = 0,08 \text{ часа.}$$

2) Температура металла в конце участка (стр. 79);

$$a) t'_{\Pi} = 1,27 \frac{q_0 S}{2\lambda_0} + t^0 = 1,27 \cdot \frac{31200 \cdot 0,1}{2 \cdot 34,5} + 10 = 1,27 \cdot 45 + 10 = 68^{\circ};$$

$$б) t'_c = t'_{\Pi} - \frac{q_0 S}{2\lambda_0} = 68 - 45 = 23^{\circ}.$$

Для двухзонной методической печи расчет производится по приведенным выше формулам; при этом температура поверхности стали на границе сварочной и методической камер принимается на $100-150^{\circ}$ ниже конечной температуры нагрева. Продолжительность нагрева в сварочной камере вычисляется по заданной температуре печи.

Пример 3. По данным примера 2 определить продолжительность нагрева в двухзонной печи.

Первый период нагрева остается без изменения.

Второй период.

1) Температура поверхности металла в конце II периода

$$t_{\Pi 2} = 1180 - 130 = 1050^{\circ} \text{ (на } 130^{\circ} \text{ ниже конечной температуры нагрева).}$$

2) Температура печи (принимая $q_2 = q_1$ и $c_{\text{т}} = 3,0 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{К}^4$)

$$t_{r2} = 100 \sqrt[4]{\frac{80000}{2} + \left(\frac{1050 + 273}{100}\right)^4} - 273 = 1275^{\circ}.$$

3) Разность температур в конце II периода (предварительная)

$$\Delta t_2^* = \frac{80000 \cdot 0,1}{2 \cdot \lambda_{1050}} = \frac{80000 \cdot 0,1}{2 \cdot 25,9} = 154^{\circ}.$$

4) Средняя температура металла (предварительная)

$$\bar{t}_2 = 1050 - 0,67 \cdot 154 = 947^{\circ}.$$

5) Разность температур в конце II периода

$$\Delta t_2 = \frac{q_2 S}{2 \lambda_{\bar{t}_2}} = \frac{80000 \cdot 0,1}{2 \cdot 25,6} = 156^{\circ} \text{ (} t_{947} = 25,6 \text{)}.$$

6) Температура металла в конце II периода:

$$a) t_{c2} = 1050 - 156 = 894^{\circ}$$

$$б) \bar{t}_2 = 1050 - 0,67 \cdot 156 = 945^{\circ} \text{ (средняя).}$$

7) Средняя разность температур во II периоде

$$\Delta \bar{t}_2 = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2} = \frac{146 + 156}{2} = 151^{\circ}.$$

8) Физические константы:

$$\bar{\lambda}_2 = \frac{27,5 + 25,6}{2} = 26,6 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^{\circ}\text{С};$$

$$\bar{c}_{p2} = \frac{i_{900} - i_{548}}{900 - 548} = \frac{150 - 72,6}{352} = 0,22 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{a}_2 = \frac{26,6}{0,22 \cdot 7824} = 0,017 \text{ м}^2/\text{час}.$$

9) Продолжительность II периода

$$\tau_2 = \frac{0,5 \cdot 0,1^2}{0,017 \cdot 151} \left(1050 - \frac{2}{3} \cdot 156 - 500 - \frac{1}{3} \cdot 146 \right) = 0,78 \text{ часа}.$$

Третий период.

1) Температура печи:

а) в конце II периода $t_{r_3} = 1350^\circ$ (принимаем);

б) в начале II периода $t_{r_2} = 1275^\circ$;

в) средняя для II периода $t_{r_3} = \frac{1275 + 1350}{2} = 1310^\circ$.

2) Коэффициент теплоотдачи:

а) в начале

$$\alpha' = \frac{\sigma_{\text{в}} \left[\left(\frac{\bar{T}_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{t_{r_2} - t_2} = \frac{3 \left[\left(\frac{1583}{100} \right)^4 - \left(\frac{1323}{100} \right)^4 \right]}{1310 - 1050} =$$

$$= 370 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

б) в конце

$$\alpha'' = \frac{3 \left[\left(\frac{1583}{100} \right)^4 - \left(\frac{1453}{100} \right)^4 \right]}{1310 - 1180} = 420 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

в) средний

$$\bar{\alpha} = \frac{370 + 420}{2} = 395 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}.$$

3) Физические константы стали

$$\bar{\lambda}_3 = \frac{25,6 + 26,9}{2} = 26,0 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{c}_{p3} = \frac{197,5 - 150}{1180 - 900} = 0,170 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{a}_3 = \frac{26}{0,170 \cdot 7824} = 0,0195 \text{ м}^2/\text{час}.$$

4) Продолжительность нагрева:

а) критерий $\frac{\bar{\alpha} S}{\bar{\lambda}_3} = \frac{395 \cdot 0,1}{26} = 1,52;$

б) функция $\Phi_{\Pi} = \frac{1180 - 1310}{900 - 1310} = 0,32;$

в) критерий $\frac{\bar{a}_s \tau_s}{S^2} = 0,7$ (по рис. 28 при $\Phi_{II} = 0,32$ и $\frac{\alpha S}{\lambda} = 1,52$);

г) $\tau_3 = \frac{0,7 \cdot 0,1^2}{0,0195} = 0,36$ часа.

5) Температура середины:

а) $\Phi_c = 0,60$ (по рис. 29 при $\frac{a \tau}{S^2} = 0,7$ и $\frac{\alpha S}{\lambda} = 1,52$);

б) $t_c = 1310 + (900 - 1310) \cdot 0,60 = 1065^\circ$.

6) Разность температур поверхности и середины:

$$\Delta t_s = 1180 - 1065 = 115^\circ.$$

7) Средняя температура металла в конце периода:

$$\bar{t}_s = 1180 - 0,67 \cdot 115 = 1103^\circ.$$

Выдержка:

1) $\Delta t_B = pS = 200 \cdot 0,1 = 20^\circ$.

2) $\bar{t}_B = 1180 - 0,67 \cdot 20 = 1166^\circ$.

3) $\bar{\lambda}_B = \frac{\lambda_{1103} + \lambda_{1166}}{2} = \frac{26,0 + 26,4}{2} = 26,2 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$

$$\bar{c}_{p_B} = 0,175 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C}; \quad \bar{a}_B = \frac{26,2}{0,175 \cdot 7824} = 0,019 \text{ м}^2/\text{час}.$$

4) Степень выравнивания температур

$$\delta = \frac{20}{115} = 0,174.$$

5) $\tau_B = \frac{0,68 \cdot 0,1^2}{0,019} = 0,36$ ($m = 0,68$ по рис. 12 при $\delta = 0,174$);

полная продолжительность нагрева

$$\tau = 1,03 + 0,78 + 0,36 + 0,36 = 2,53 \text{ часа}.$$

Для определения температуры металла по заданной температуре печи и заданной общей продолжительности нагрева последний разбивается на равные интервалы (в количестве 6—8) с усреднением температуры печи в каждом.

Время нагрева, полученное в примерных расчетах, не является минимальным и соответствует заданным условиям нагрева.

Для сокращения продолжительности нагрева необходимы следующие условия:

1) максимально допускаемая температура печи в зоне напряжений;

2) резкое повышение температуры печи в зоне ускоренного нагрева;

3) подача соответствующего количества тепла.

Стахановская практика последнего времени доказала возможность ускорения нагрева металла в методических печах. Так, время нагрева квадратных слитков и заготовок в методических печах одного из заводов доведено до 6 мин. на 1 см толщины. Значительное сокращение продолжительности нагрева имеет место и в других методических печах прокатных станов.

Для практики представляют интерес методы расчетов, вытекающие из главы IV, посвященной нагреву при постоянном тепловом потоке.

Если w — скорость передвижения слитков в печи, м/час;

t_l — изменение температур поверхности слитка на 1 м длины рабочего пространства, °C;

L — длина рабочего пространства печи, м,

то время пребывания слитков в печи

$$\tau = \frac{L}{w} \text{ час};$$

разность температур

$$\Delta t = \frac{CS^2}{2a} = \frac{wt_l S^2}{2a}. \quad (\text{XVII—8})$$

При этом условие $\tau > 0,3 \frac{S^2}{a}$ (стр. 78) может быть выражено в таком виде.

$$L_x \geq 0,3 \frac{wS^2}{a}, \quad (\text{XVII—9})$$

где L_x — длина участка печи, м.

Пример 4. Слитки из углеродистой стали толщиной 200 мм нагреваются в методической печи длиной 21 м в течение 3 час. при одностороннем подводе тепла. Какова разность температур по сечению слитка на расстоянии 4 м от посадочного окна, если средняя величина теплового потока $q = 60\,000 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час}$; $\lambda = 43 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot \text{°C}$; $a = 0,045 \text{ м}^2/\text{мин}$.

Решение. Имеем

$$S = 0,2 \text{ м}; \quad w = \frac{21}{3} = 7 \text{ м/час}.$$

Тогда

$$L_x = 0,3 \frac{7 \cdot 0,2^2}{0,045} = 1,87 \text{ м [см. (XVII—9)]}.$$

Так как длина участка 4 м, то условие $L_x > 0,3 \frac{wS^2}{a}$ соблюдено. Отсюда согласно формуле (IV—7),

$$\Delta t = \frac{60000 \cdot 0,2}{2 \cdot 43} = 140^\circ.$$

Согласно формуле (IV—5), температура поверхности в конце участка

$$t_{\Pi}^{K+1} = t_{\Pi}^K + \frac{qa}{\lambda S} \tau + \frac{2}{3} \Delta t, \quad (\text{XVII—10})$$

где t_{Π}^K — температура поверхности в конце предыдущего участка.

Отсюда средняя температура

$$\bar{t}_{K+1} = \bar{t}_K + \frac{qa}{\lambda S} \tau \quad (\text{XVII—11})$$

или где l_x — длина участка.
$$\bar{t}_{K+1} = \bar{t}_K + \frac{qa}{w \cdot S \lambda} l_x, \quad (\text{XVII—12})$$

Пример 5. По данным примера 4 определить температуры слитка на расстоянии 3 м от посадочного окна, если начальная температура слитка $t^0 = 20^\circ$.

Решение: $t_{\Pi}^K = \bar{t}_K = 20^\circ$; $q = 60000 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час}$; $w = 7 \text{ м/час}$; $S = 0,2 \text{ м}$; $\lambda = 43 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$; $a = 0,045 \text{ м}^2/\text{час}$; $l_x = 3 \text{ м}$.

Средняя температура

$$\bar{t}_{K+1} = 20 + \frac{60000 \cdot 0,045}{7 \cdot 0,2 \cdot 43} \cdot 3 = 135^\circ \text{ [см. (XVII—12)]}.$$

Разность температур поверхности и середины

$$\Delta t = \frac{qS}{2\lambda} = \frac{60000 \cdot 0,2}{2 \cdot 43} = 140^\circ.$$

Температура верхней поверхности

$$t_{\Pi}^{K+1} = t_{K+1} + \frac{2}{3} \Delta t = 135 + \frac{2}{3} \cdot 140 = 228^\circ.$$

Температура нижней поверхности

$$t_{\text{с}}^{K+1} = 228 - 140 = 88^\circ.$$

3. Экспериментальные данные ¹

Исследование нагрева слитков было произведено в методической печи одного из заводов юга СССР с целью установить возможность повышения производительности этой печи в связи с увеличением производительности прокатного стана. Одним из основных вопросов являлось установление роли нижнего подогрева и возможности его использования для повышения производительности. В исследуемой печи имеются горелки для нижнего подогрева, а также охлаждаемые водой глиссажные трубы, одна-

¹ Приведенные здесь данные являются результатом работ, выполненных быв. сотрудником кафедры металлургических печей Днепропетровского металлургического института Н. А. Захариковым.

ко производительность этих горелок была недостаточной и, кроме того, под печи местами был заложен кирпичом и засорен окалиной. Для исследования нагрева в слитке 180×180 мм из мягкой стали были просверлены три отверстия (рис. 148) глубиной 500 мм.

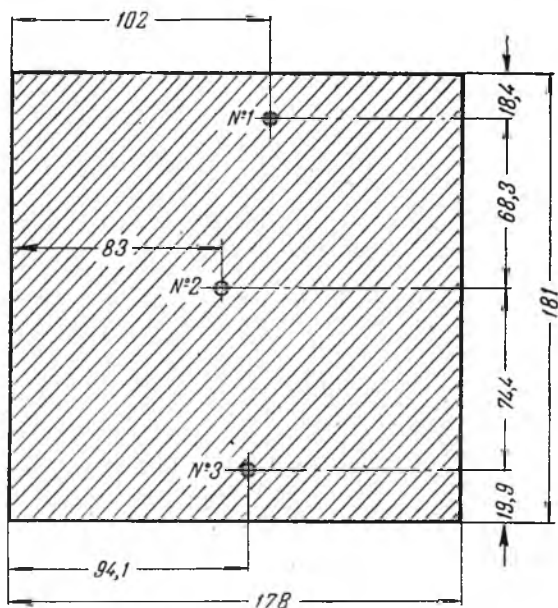


Рис. 148. Расположение отверстий для измерения температур в слитке

Измерение температур производилось термопарами с открытым горячим спаем, установленными в эти отверстия. Одновременно измерялись температуры в рабочем пространстве печи над слитками и под ними. Результаты измерений температур при нагреве слитков для прокатки сутунок приведены на рис. 149.

Полученные данные были использованы для вычисления следующих величин:

расчетная толщина S [см. (VIII—29)];

коэффициент неравномерности нагрева $\mu = \frac{S}{X}$;

температура середины t_c [см. (VIII—30)];

температура поверхности t'_n [см. (VIII—31)];

разность температур $\Delta t_c = t'_n - t_c$;

разность температур Δt_x [см. (VIII—26)];

температура поверхности $t''_n = t'_n - \Delta t_x$;

наибольшая разность температур Δt_m [см. (VIII—24)].

Результаты вычислений представлены в табл. 15.

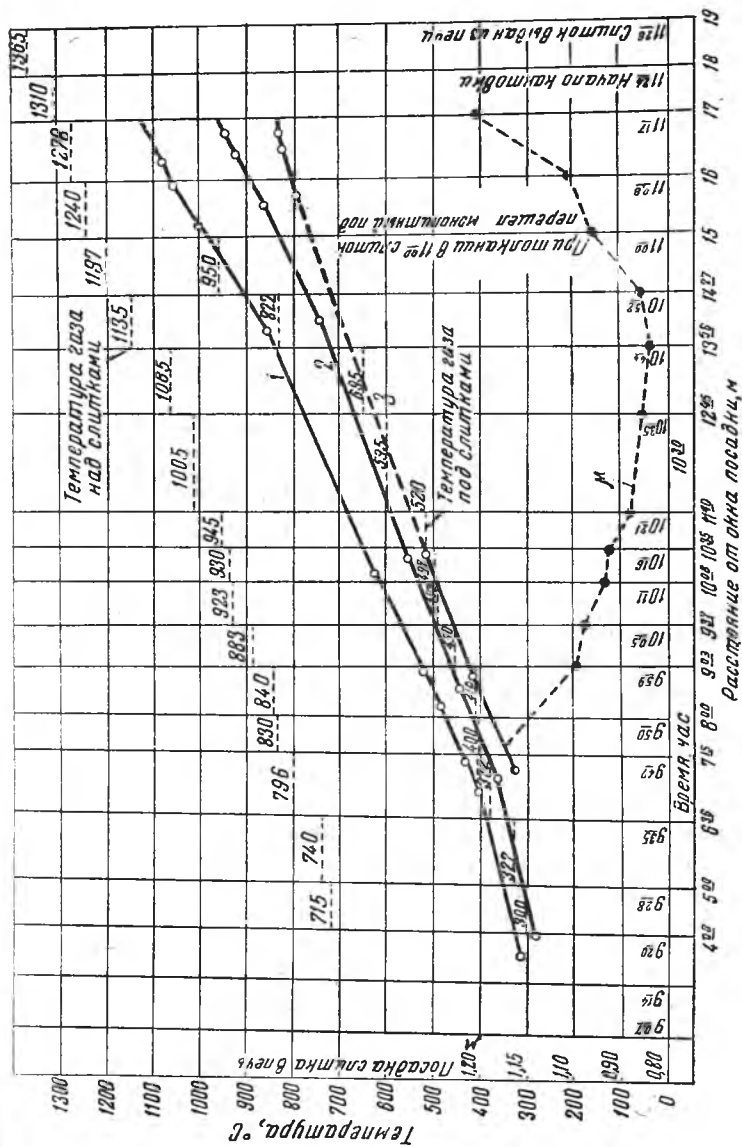


Рис. 149. Результаты измерения температур при нагреве слитков в методической печи:

1, 2, 3 — температуры слитка в точках № 1, 2, 3, обозначенных на рис. 148

Таблица 15

Расчетные данные для опыта от 3/VI 1947 г.

Время ч.-м.	$t_1, ^\circ\text{C}$	$t_2, ^\circ\text{C}$	$t_3, ^\circ\text{C}$	$S, \text{мм}$	μ	$t'_{\text{п}}, ^\circ\text{C}$	$t_c, ^\circ\text{C}$	$t''_{\text{п}}, ^\circ\text{C}$	$\Delta t_x =$ $t'_{\text{п}} - t''_{\text{п}}, ^\circ\text{C}$	Δt_m
9—47	435	380	347	208	1,150	485	333	336	149	152
9—52	470	420	383	275	1,520	503	359	376	127	143
9—59	525	460	428	180	0,995	598	428	428	170	170
10—05	567	495	462	176	0,973	650	458	459	191	191
10—11	610	530	495	170	0,940	705	494	501	204	204
10—16	645	556	520	169	0,934	749	510	519	230	230
10—21	678	585	550	160	0,885	798	537	527	271	275
10—35	770	662	627	155	0,885	915	626	611	304	308
10—44	828	710	675	150	0,829	993	672	685	308	320
10—52	900	764	719	155	0,856	1072	716	727	345	355
11—00	983	830	765	172	0,95	1139	761	762	377	377
11—08	1058	890	805	183	1,01	1204	805	806	398	398
11—17	1137	935	840	220	1,21	1278	795	810	468	468

Анализ полученных данных показывает следующее:

1. Коэффициент неравномерности нагрева μ на всех участках печи превышает 0,8, приближается к 1 и в отдельных местах превышает 1. Это указывает на отсутствие двухстороннего симметричного нагрева, несмотря на наличие нижних горелок.

2. Интенсивная работа печи (производительность составляла 17,5 т/час) привела к исключительно большому перепаду температур между поверхностями, доходившему до 400° и выше.

3. Одним из основных путей повышения производительности печи было создание мощного нижнего подогрева, что доказано последующим переустройством печи.

Благодаря усилению нижнего подогрева производительность печи была доведена до 25 т/час, т. е. увеличена на 43%.

Аналогичный опыт был проведен для слитков 160 × 160 мм в методической печи с монолитным подом на другом южном заводе. Методика замеров температур была такая же.

Полученные данные показывают, что для первых четырех метров расчетная толщина слитка $S = 0,8 X$, т. е. в этой части металл частично нагревается за счет пода¹, а минимальная температура находится не на нижней поверхности, а на расстоянии

¹ Возможность частичного нагрева металла за счет пода объясняется тем, что под, в особенности его открытая часть в загрузочной зоне печи имеет более высокую температуру, чем нижняя грань металла.

приблизительно 30 мм от нее. На расстоянии 6 м от посадочного окна $S = 0,9 X$, а к концу методической части $S = X$. Обобщение полученных результатов для печей с монолитным подом требует постановки еще нескольких опытов, что и предполагается сделать.

Кроме того из проведенных опытов следует, что повышение скорости нагрева может быть достигнуто путем изменения температурного режима печи, а именно: увеличением температуры в методической камере, повышением температуры в середине сварочной камеры и частично понижением ее в рабочем пространстве перед выдачей до 1280—1300°. Такой способ нагрева даст возможность обеспечить подогрев слитков с повышенной скоростью, а в конечной части сварочного пространства будет происходить выравнивание температуры.

Для создания такого температурного режима топка должна работать, как полугазовая с подводом вторичного воздуха через свод¹.

Предложенная методика исследования нагрева слитков в действующих печах с успехом может быть применена для проверки работы печей, улучшения качества нагрева и повышения производительности методических печей.

В заключение приведем формулы, позволяющие определять производительность методических печей. Если известна продолжительность нагрева τ и емкость печи E , то часовая производительность печи

$$G = \frac{E}{\tau} \text{ т/час.} \quad (\text{XVII—13})$$

Отсюда, если

$a \times b \times l$ — ширина, толщина и длина слитка, м;

γ — удельный вес стали, кг/м³;

L — длина рабочего пространства печи, м,

то

$$G = 0,001 \frac{bl\gamma L}{1,05\tau} \text{ т/час,} \quad (\text{XVII—14})$$

где 1,05 — коэффициент, учитывающий зазоры между слитками (вследствие неровностей их).

Частота выдачи

$$n = \frac{0,95L}{a\tau} \text{ штук в час.} \quad (\text{XVII—15})$$

Если нагрев производится с кантованием и с раскантовкой в сварочной камере, то время пребывания слитков в этой части печи сокращается примерно вдвое, но и количество слитков,

¹ Подробный перечень необходимых конструктивных переделок печей и изменений условий ее эксплуатации передан заводу для внедрения.

находящихся в сварочной камере, также уменьшается вдвое. Поэтому выражение (XVII—14) не изменяется. При двухрядном расположении слитков правые части формул (XVII—14) и (XVII—15) удваиваются.

Пример 8. Определить пропускную способность двухрядной методической печи при нагреве заготовок с размерами $a \times b \times l = 0,18 \times 0,18 \times 1,2$ м из легированной стали, если длина печи $L = 20$ м, а время нагрева $\tau = 2,4$ часа.

Решение.

Производительность печи

$$G = \frac{2 \cdot 0,001 \cdot 0,18 \cdot 1,2 \cdot 7800 \cdot 20}{1,05 \cdot 2,4} = 26,8 \text{ т/час [см. (XVII—14)]}$$

Частота выдачи

$$n = \frac{2 \cdot 0,95 \cdot 20}{0,18 \cdot 2,4} = 88 \text{ шт. в час [см. (XVII—15)].}$$

Глава XVIII

Нагрев круглых слитков и заготовок в перекатных печах

1. Конструкции перекатных печей

Перекатные печи, в которых нагреваются круглые слитки или заготовки перед прошивкой их в станах косой вальцовки, от обычных методических печей отличаются некоторыми особенностями, обусловленными формой нагреваемого металла.

Так как перемещение слитков и заготовок здесь производится кантованием, то для облегчения этого перемещения обычно делается с уклоном, изменяющимся в различных печах от 6 до 12% в зависимости от диаметра слитка.

Перекатные печи на наших трубопрокатных заводах отапливаются жидким или газообразным топливом. Форсунки и горелки располагаются с торцевой стороны, дополнительные горелки и форсунки обычно устанавливаются со стороны свода. Рабочее пространство состоит из сварочной и методической камер, однако часто это деление является условным, причем принимают, что в сварочной камере падение температур по длине составляет 100—150°, а в методической части имеется более резкое изменение температуры. Для более крупных заготовок и слитков на некоторых наших заводах построены печи с трехзонной формой рабочего пространства.

Во всех указанных случаях печи имеют монолитный пол и, следовательно, дают односторонний нагрев. Незадолго до

войны на одном из американских трубопрокатных заводов были построены перекатные печи с «шагающим подом» и с нижним подогревом. Однако эта конструкция себя не оправдала и не получила распространения вследствие значительного присоса воздуха и других недостатков.

Приведем несколько примеров конструкций существующих печей.

Простейшие перекатные печи для нагрева заготовок малого диаметра имеются на одном из южных заводов СССР. Печи отапливаются жидким, а также газообразным топливом посредством горелок, расположенных с торцевой стороны.

На одном из уральских заводов работают регенеративные печи, отапливаемые торфяным генераторным газом теплотворной способностью 1650 кал/нм^3 (рис. 150). Газ подается шестью подводщими патрубками через лобовую часть. Воздух подогревается в регенераторах, отапливаемых газом. В этих печах нагреваются заготовки разных диаметров из углеродистых и легированных сталей.

Печи для нагрева круглых слитков больших диаметров имеются на южных и восточных трубопрокатных заводах. Во время войны была построена трехзонная печь для нагрева слитков больших диаметров на жидком топливе. Печь оборудована тринадцатью комбинированными форсунками: пять из них расположено с лобовой стороны, четыре — со стороны свода в одной камере и четыре — в другой.

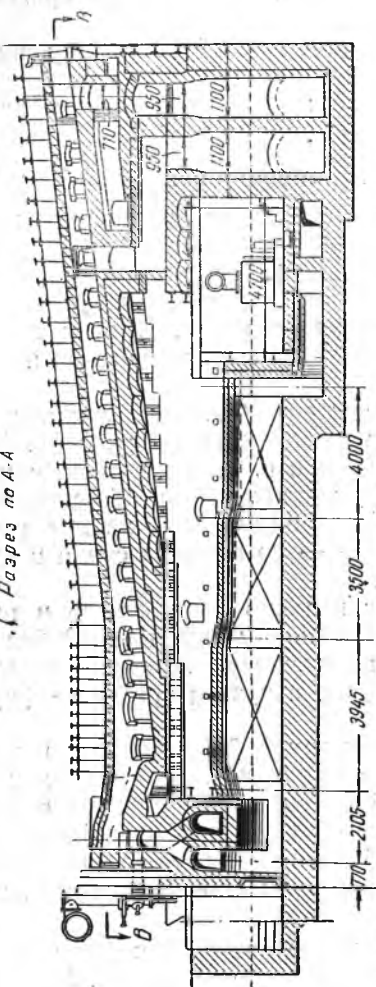
Большой интерес представляют недавно построенные и пущенные перекатные печи стана «Большой штифель». Рабочее пространство этих печей состоит из трех зон: первая отапливается форсунками высокого давления, вторая и третья — форсунками низкого давления.

Недостатками существующих конструкций перекатных печей являются односторонний нагрев, создающий несимметричное распределение температур, способ перемещения слитков и заготовок посредством кантования через окна и большой присос воздуха, обусловленный наклонной формой рабочего пространства, многочисленностью окон и частым их открыванием для кантования.

В связи с этим Гипрометом спроектированы печи для нагрева круглых слитков и заготовок с вращающимся подом. Первая такая печь была сконструирована и построена на Ижорском заводе. Недавно закончена постройка большой печи с вращающимся подом на одном из южных трубопрокатных заводов.

В печах с вращающимся подом (рис. 151) нет недостатков, присущих перекатным печам. Перемещение металла здесь совершается вращением пода, причем механизмы расположены вне рабочего пространства; заготовки расположены с зазорами,

Разрез по А-А



Разрез по В-В

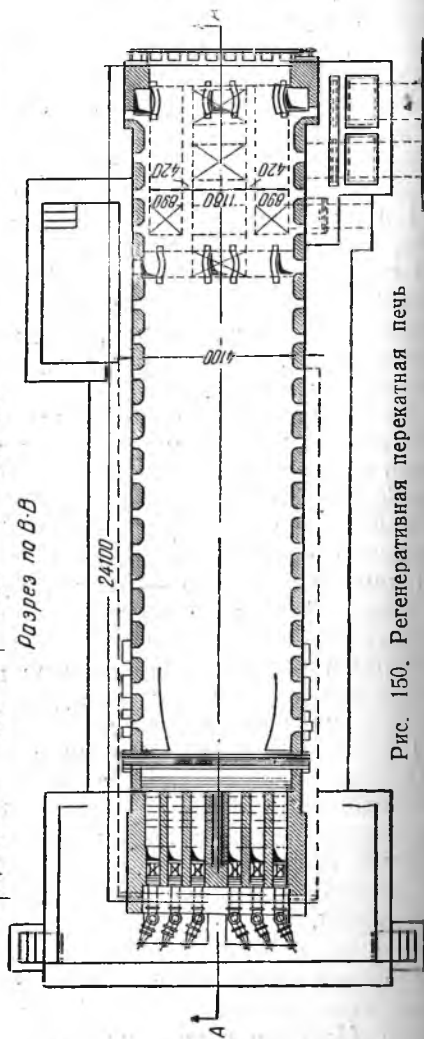


Рис. 150. Регенеративная перекатная печь

благодаря чему нагрев получается близким к симметричному; присос воздуха доведен до минимума. Благодаря всем этим преимуществам печи с вращающимся подом в будущем должны получить распространение в трубопрокатном производстве.

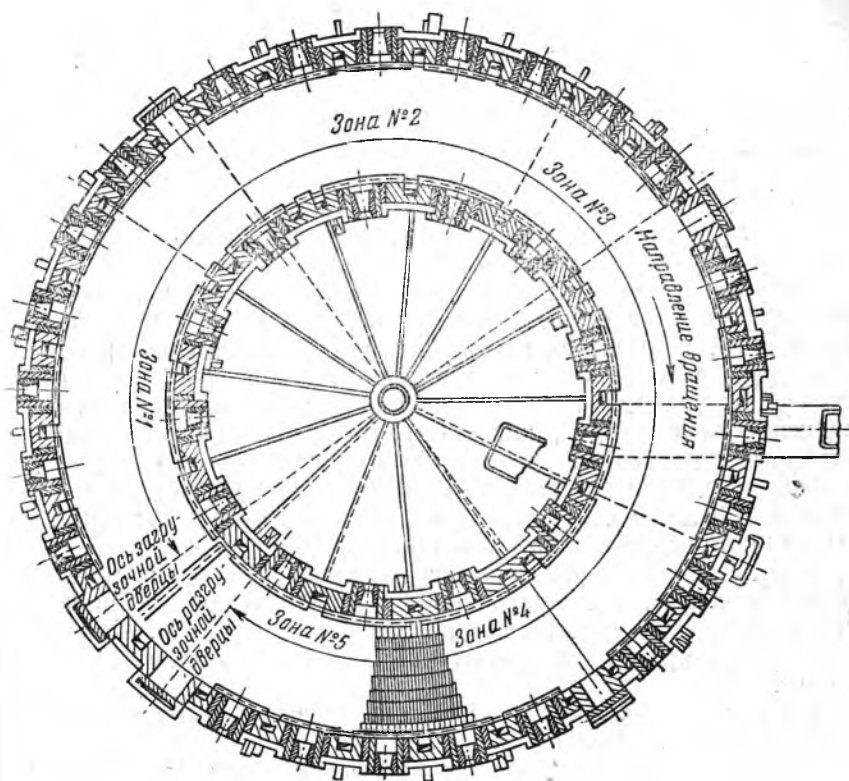


Рис. 151. Печь с вращающимся подом (план)

Для лучшего и равномерного нагрева слитков в перекатных печах кантование их должно производиться таким образом, чтобы после каждого перемещения нижняя половина слитка была обращена к своду. Такой поворот слитков возможен в том случае, если зазор между слитками равен

$$(3n \pm 1) d,$$

где n — целое положительное число;

d — диаметр слитка.

Действительно, при таком зазоре число оборотов слитка при каждом перемещении составит

$$\frac{(3n+1)d}{\pi d} = \frac{3n+1}{\pi},$$

т. е. слиток после кантования повернется на 120 или 240°.

2. Распределение температур в телах круглого сечения

В лаборатории нагрева НИТИ Т. Ф. Грушевой совместно с автором было проведено экспериментальное исследование нагрева тел круглого сечения. Целью этого исследования было сравнить распределение температур в цилиндре по экспериментальным и теоретическим данным.

Для этого была изготовлена специальная установка — электрическая печь с внутренними размерами $190 \times 190 \times 250$ мм. На каждой из четырех внутренних граней печи было расположено по электрическому нагревателю, имеющему самостоятельную регулировку. Нагреваемые образцы были сделаны из мелкодисперсного шамота, как материала, обладающего низкой теплопроводностью и достаточно однородного по строению и свойствам. Образцы имели форму цилиндра диаметром 50 мм, длиной 200 мм с отверстиями диаметром 1,5—3,0 мм для термомпар, которые вставлялись в образец через торец.

Опыты нагрева производились с различной скоростью при симметричном и несимметричном распределении температур, при одиночном и групповом расположении образцов. Для сравнения были проведены также опыты нагрева плиты толщиной 50 мм.

На рис. 152 приведен случай всестороннего и симметричного нагрева одного цилиндра.

Для сравнения температурная кривая была разбита на прямолинейные участки, и для каждого участка производилось определение температуры оси цилиндра по формулам (III—25) и (III—26).

Полученные результаты показывают близкое совпадение экспериментальных и расчетных данных для наиболее простого случая — симметричного нагрева одного цилиндра, что подтверждает точность проведения опытов и правильность расчета.

Опыты двухстороннего симметричного нагрева цилиндра, расположенного между двумя другими, показали, что отношение экспериментальной разности температур поверхности и центра к расчетной составляет в среднем 1,2, иначе говоря: коэффициент формы K для бесконечного цилиндра (рис. 20) в этом случае равен не 0,25, а 0,3. Если ряд цилиндров, расположенных вплотную, заменить плитой, эквивалентная толщина кото-

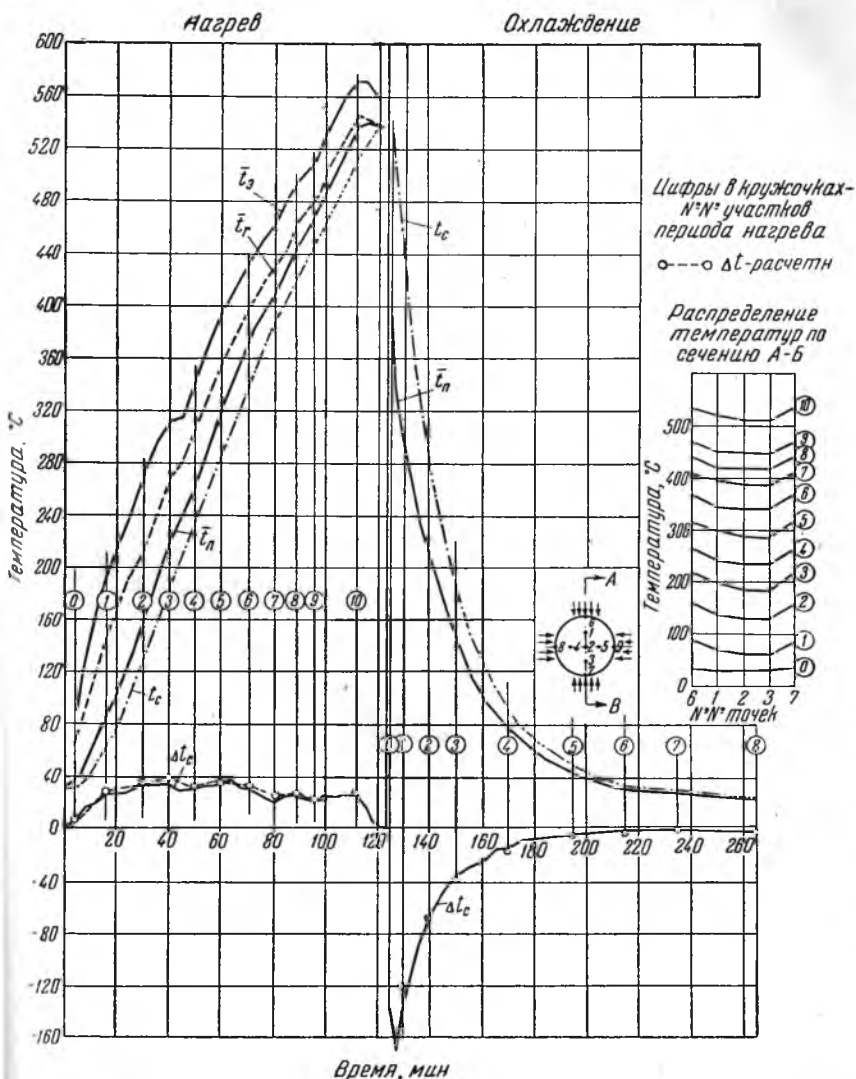


Рис. 152. Симметричный нагрев шамотного цилиндра:

t_n — средняя температура экрана; t_r — средняя температура в рабочем пространстве; t_n — средняя температура поверхности цилиндра; t_c — температура по середине цилиндра; $\Delta t = t_n - t_c$; цифры в кружках — номера участков периода нагрева

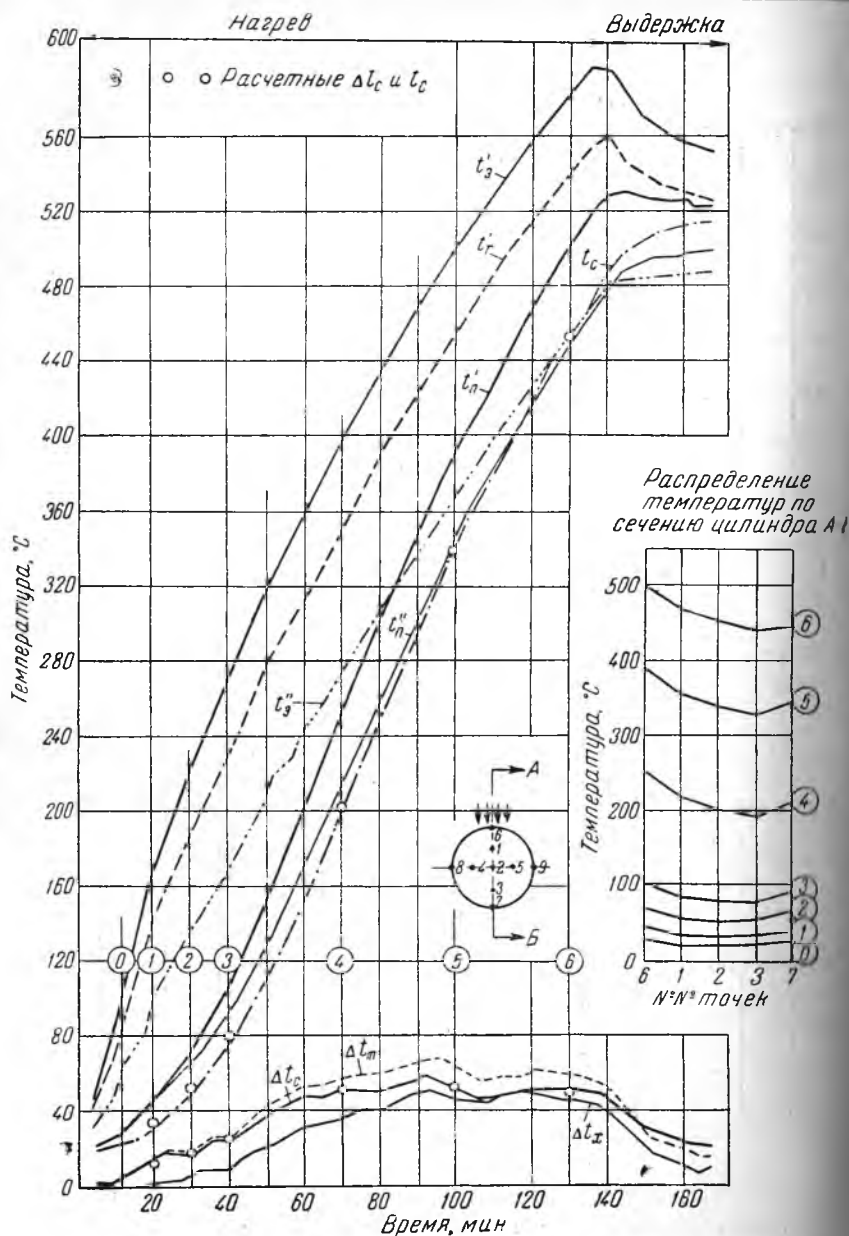


Рис. 153. Несимметричный нагрев трех шамотных цилиндров:

t'_3 и t''_3 — температуры верхнего и нижнего экранов; t'_π — температура бокового пространства; t'_π и t''_π — температура верхней и нижней поверхности цилиндра; t_c — температура середины

$\Delta t_c = t'_\pi - t_c$; $\Delta t_x = t'_\pi - t''_\pi$; Δt_m — наибольшая разность температур

рой равна $\frac{\pi d^2}{4d} = 0,785 d$, то при двухстороннем симметричном нагреве расчетная толщина плиты $S = 0,785 R$, и разность температур $\Delta t = \frac{0,5 C (0,785 R)^2}{a} \approx 0,3 \frac{CR^2}{a}$. Расчет этот

также подтверждает правильность полученных данных.

Несимметричный нагрев цилиндра достигался исключением нижней секции опытной нагревательной камеры. Результаты опытов несимметричного нагрева трех цилиндров, расположенных рядом, приведены на рис. 153. Сравнение экспериментальных и теоретических данных производилось двумя методами. Первый метод заключался в определении температуры оси цилиндра по средней скорости нагрева верхней и нижней половин цилиндра, согласно формуле (VIII—37).

При втором методе сперва определялся коэффициент неравномерности нагрева μ по трем измеренным температурам t'_n ,

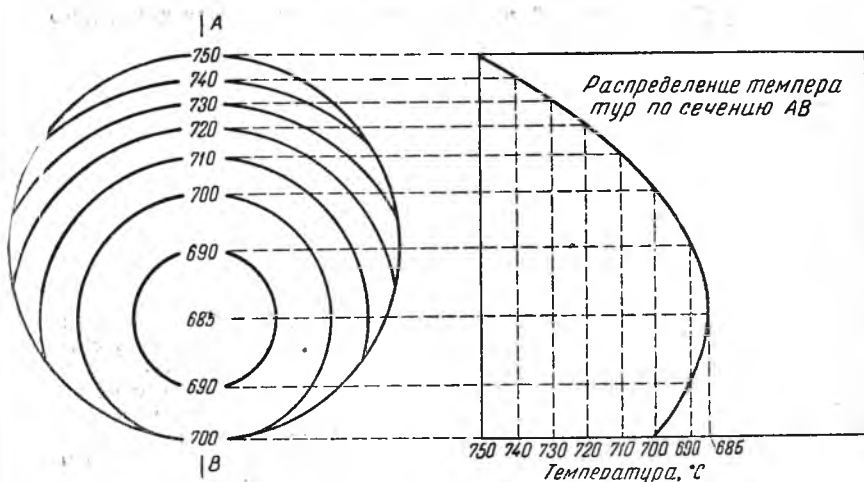


Рис. 154. Изотермы в цилиндрическом слитке $d = 330$ мм при несимметричном нагреве через 4 ч. 40 мин. после посадки

t''_n и t_c [см. (VIII—44)], вычислялся расчетный радиус $S = 2\mu R$, а затем Δt_c и температура t_c . Результаты расчетов по обоим методам показали незначительное расхождение с экспериментальными данными. Опыты несимметричного нагрева цилиндра, расположенного между двумя другими, с кантованием также показали близкое совпадение экспериментальных и расчетных данных.

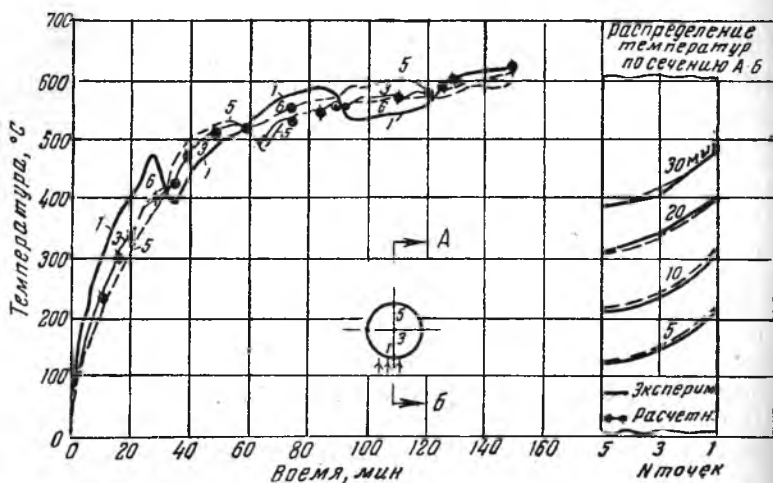


Рис. 155. Несимметричный нагрев металлических заготовок круглого сечения диаметром 90 мм с кантованием

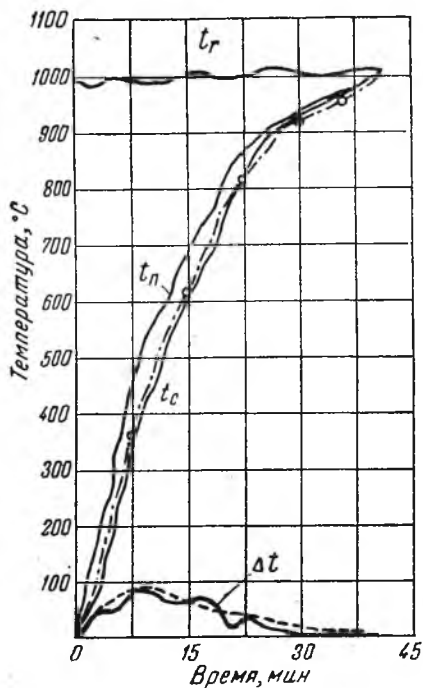


Рис. 156. Симметричный нагрев заготовки из стали Ж-17:

t_r — температура печи;
 t_n — температура поверхности цилиндра;
 t_c — температура середины цилиндра; $\Delta t = t_n - t_c$
 — — — экспериментальные данные
 — — — расчетные данные

С помощью коэффициента μ можно построить температурное поле по сечению цилиндра при несимметричном нагреве в виде изотерм. Такое построение дано на рис. 154.

Опыты нагрева металлических образцов диаметром 90 мм были произведены в специально сконструированной печи с односторонним, двусторонним и всесторонним подводом тепла. Результаты одного из опытов, представленные на рис. 155, также указывают на близкое совпадение расчетных и экспериментальных данных для несимметричного нагрева металлического цилиндра, производившегося с кантованием.

В полузаводской камерной печи был проведен ряд опытов нагрева круглых заготовок из высоколегированной стали марки Ж17 при симметричном подводе тепла. Из рис. 156, где приведены экспериментальные и расчетные данные одного из опытов, можно заключить об отсутствии значительных расхождений.

Результаты этих исследований подтвердили возможность использования выведенных решений для практических расчетов.

3. Методы расчетов

Нагрев круглых слитков и заготовок в перекатных печах отличается от нагрева в толкательных печах не только формой тела, но и наличием кантования на всем протяжении нагрева, которое вызывает периодическое перераспределение температур в нагреваемом металле. Схемы расчетов нагрева, приведенные в главе XVII для методических печей, могут быть приняты и для перекатных печей с учетом формы тела и коэффициента неравномерности нагрева.

Для получения полной картины распределения температур в металле в процессе нагрева по найденному времени нагрева с учетом кантования дополнительно может быть сделан развернутый расчет с разбивкой всего времени нагрева на интервалы с постоянной температурой печи. Руководствуясь этими указаниями, приведем примерные расчеты.

Пример 1. Стальные слитки, диаметром 470 мм из стали марки D (0,48% C; 0,90% Mn; 0,30% Si) нагреваются в перекатной печи.

Температура в посадочном конце рабочего пространства 700°, наибольшая температура в камере ускоренного нагрева 1330°. Конечная температура нагрева¹ 1250°. Определить продолжительность нагрева и представить распределение температур в процессе нагрева.

Для расчета задаемся следующими величинами:

$$\begin{aligned} t^0 &= 10^\circ; \quad \sigma_d = 30 \text{ кг/мм}^2; \quad \beta = 12 \cdot 10^{-6}; \quad E = 20 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2; \\ \mu &= 0,8 \div 0,6; \quad S = (0,8 \div 0,6) \cdot D = 0,376 - 0,282 \text{ м}; \end{aligned}$$

¹ Температуры приняты по заводским данным.

² По произведенным наблюдениям и расчетам, на одной из заводских печей, где нагреваются слитки диаметром 470 мм, коэффициент μ изменялся от 0,8 до 0,6.

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= 60 - 8,7 \cdot 0,48 - 14,4 \cdot 0,90 - 29,0 \cdot 0,30 = \\ &= 34,2 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \text{ [см. (XIV-1)]}, \\ \gamma &= 7800 \text{ кг/м}^3; \quad p = 100^\circ/\text{м}.\end{aligned}$$

Определяем:

Первый период нагрева (принимаем $\mu = 0,8$; $\sigma_B = 3,5 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{K}^4$)

1) Допускаемая разность температур для цилиндра

$$\Delta t_d = \Delta t_1 = \frac{1,4 \sigma_d}{\beta E} = \frac{1,4 \cdot 30}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3} = 175^\circ \text{ [см. (XV-6)]}.$$

2) Температура металла в конце I периода:

а) $t_{m1} = 500^\circ$. (минимальная по сечению);

б) $t_{п1} = 500 + 175 = 675^\circ$;

в) $\bar{t}_1 = 500 + 0,5 \cdot 175 = 588^\circ$ (средняя).

3) Физические константы:

$\lambda \bar{t}_1 = 26,9$ [см. (XIV-3)];

$$\bar{\lambda}_1 = \frac{34,2 + 26,9}{2} = 30,6 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{c}_{p1} = \frac{81,4 - 0}{600} = 0,135 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{a}_1 = \frac{30,6}{7800 \cdot 0,135} = 0,029 \text{ м}^2/\text{час}.$$

4) Наибольшая разность температур по сечению в начальном участке

$$\Delta t^0 = \frac{3,5 \cdot 0,376}{2 \cdot 34,2} \left[\left(\frac{973}{100} \right)^4 - \left(\frac{283}{100} \right)^4 \right] = 174^\circ \text{ [см. (XV-18)]}.$$

5) Продолжительность I периода

$$\tau_1 = \frac{0,25 \cdot 0,376^3}{0,029 \cdot 174} \left(500 + \frac{1}{2} \cdot 174 - 10 \right) = 4,0 \text{ часа [см. (XV-16)]}.$$

6) Тепловой поток в конце I периода

$$q = \frac{2 \Delta t \lambda}{S} = \frac{2 \cdot 175 \cdot 26,9}{0,376} = 25100 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час}.$$

7) Температура печи в конце I периода

$$t_{r1} = 100 \sqrt[4]{\frac{25100}{3,5} + \left(\frac{675 + 273}{100} \right)^4} - 273 = 840^\circ.$$

Второй период ($\mu = 0,70$; $\sigma_B = 3,0 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{K}^4$).

1) Наибольшая разность температур в конце II периода

$$\Delta t_2 = \frac{3,0 \cdot 0,33}{2 \cdot 27} \left[\left(\frac{1330 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{1250 + 273}{100} \right)^4 \right] = 224^\circ.$$

2) Температура металла в конце II периода:

а) $t_{п2} = 1250^\circ$;

б) $t_{м2} = 1250 - 224 = 1026^\circ$ (минимальная по сечению);

в) $\bar{t}_2 = 1250 - 0,5 \cdot 224 = 1138^\circ$.

3) Средняя разность температур

$$\Delta \bar{t}_2 = \frac{175 + 224}{2} = 200^\circ.$$

4) Физические константы стали:

$$\lambda_{\bar{t}_2} = 26,1 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad \bar{\lambda}_2 = \frac{26,5 + 26,4}{2} = 26,5 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{c}_{p2} = 0,213 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C}; \quad \bar{a}_2 = \frac{26,5}{7800 \cdot 0,213} = 0,016 \text{ м}^2/\text{час}.$$

5) Продолжительность II периода

$$\tau_2 = \frac{0,25 \cdot 0,33^2}{0,016 \cdot 200} \left(1250 - \frac{1}{2} \cdot 224 - 500 - 0,5 \cdot 175 \right) = 4,75 \text{ часа}.$$

Третий период ($\mu = 0,6$).

1) Температура металла в конце периода:

а) конечная разность $\Delta t_3 = 100 \cdot 0,47 = 47^\circ$;

б) $t_{п3} = 1250^\circ$;

в) $t_{м3} = 1250 - 47 = 1203^\circ$ (минимальная по сечению);

г) $\bar{t}_3 = 1250 - 0,5 \cdot 47 = 1227^\circ$.

2) Физические константы:

$$\lambda_{\bar{t}_3} = 27,1 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{\lambda}_3 = \frac{26,1 + 27,1}{2} = 26,6 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad \bar{c}_{p3} = 0,174 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\bar{a}_3 = \frac{26,6}{7800 \cdot 0,174} = 0,0196 \text{ м}^2/\text{час}.$$

3) Степень выравнивания температур

$$\delta = \frac{57}{224} = 0,21.$$

4) Продолжительность выдержки

$$\tau_3 = \frac{0,28 \cdot 0,282^2}{0,0196} = 1,13 \text{ часа } (m = 0,28 \text{ по рис. 12 при } \delta = 0,21);$$

полная продолжительность нагрева

$$\tau = 4,0 + 4,75 + 1,13 = 9,88 \text{ часа}.$$

Начальный участок (стр. 84).

1) Продолжительность

$$\tau' = 0,25 \frac{R^2}{a} = \frac{0,25 \cdot 0,376^2}{0,035} = 1,0 \text{ часа.}$$

2) Температура поверхности

$$t' = 1,5 \Delta t^\circ + t^\circ = 1,5 \cdot 174 + 10 = 271^\circ.$$

3) Минимальная температура

$$t'_e = 271 - 174 = 97^\circ.$$

Пользуясь данными главы VIII, можно определить температуры оси и нижней части слитка по следующим формулам:

$$t_c = t'_n - \Delta t_c;$$

$$t''_n = t'_n - \Delta t_x,$$

где

$$\Delta t_c = \Delta t_m \frac{\mu - 0,25}{\mu^2} \text{ [см. (VIII—24)];}$$

$$\Delta t_x = \Delta t_m \frac{2\mu - 1}{\mu^2} \text{ [см. (VIII—26)].}$$

Пример 2. По данным примера 1 вычислить и построить температурный график нагрева круглых слитков.

Пусть на всем протяжении нагрева, кроме выдержки, производится 11 кантований. Следовательно, кантование совершается в среднем через $\frac{8,75}{11} = 0,80$ часа.

Разобьем первый период нагрева τ_1 на пять интервалов, второй период τ_2 на шесть, третий период — выдержку — τ_3 на два интервала. Результаты вычислений всех интересующих нас температур представлены в табл. 16 и на рис. 157 (с учетом кантования).

Следует иметь в виду, что продолжительность нагрева получена, исходя из заданных температурных условий.

Для сокращения времени нагрева необходимо соответствующим образом изменить температурный и тепловой режим печи. Пользуясь формулами главы IV. и обозначениями, приведенными на стр. 334, получаем разность температур поверхности и оси цилиндра

$$\Delta t = \frac{qR}{2\lambda} = \frac{CR^2}{4a} = \frac{wR^2}{4a} t_i, \quad (\text{XVIII—1})$$

При этом условие

$$\tau \geq 0,25 \frac{R^2}{a}$$

выражается в виде

$$L_x \geq 0,25 \frac{wR^2}{a}. \quad (\text{XVIII—2})$$

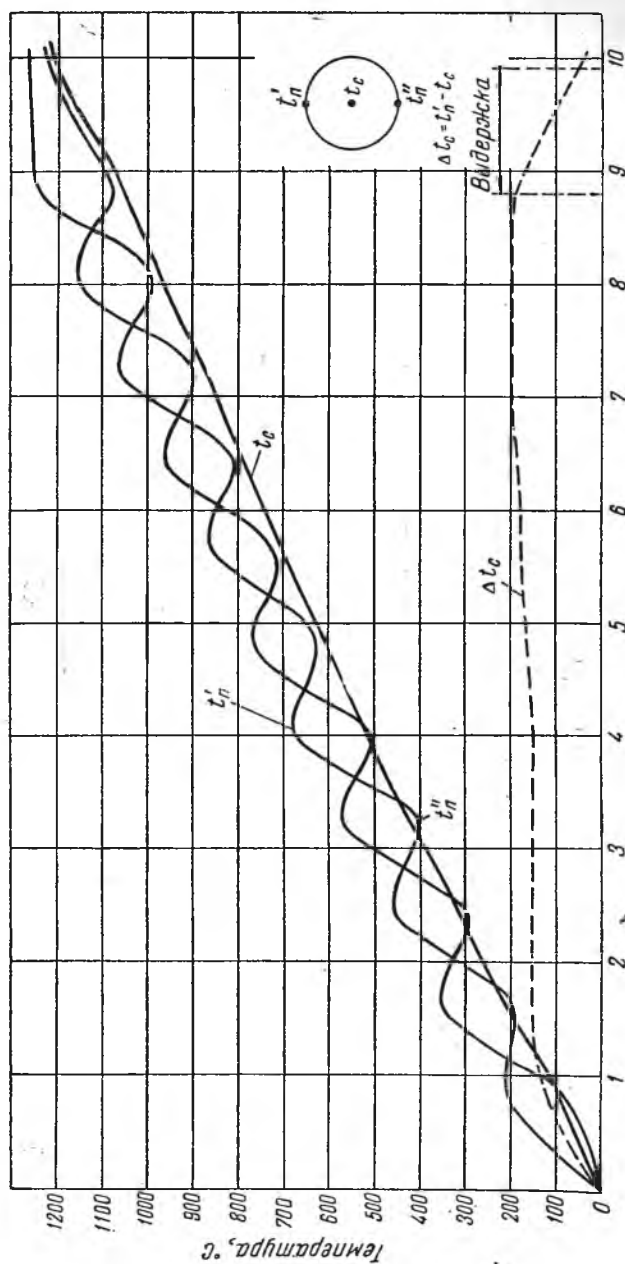


Рис. 157. Температурный график нагрева слитков с учетом кантования (к примеру 2, стр. 352)

Таблица 16

Результаты вычислений температур в слитке диаметром 470 мм
(к примеру 2, стр. 352)

Периоды нагрева	№ п. п.	τ_i час	$t'_{п}$ °C	Δt_m °C	Δt_c^{*6} °C	Δt_x^{*7} °C	t_m °C	t_c °C	$t''_{п}$ °C
I	1	0,8	208*1	140*5	120	131	68	88	77
	2	0,8	351*2	174	150	164	177	201	187
	3	0,8	459*3	174	150	164	285	309	295
	4	0,8	567	174	150	164	392	417	403
	5	0,8	675	174	150	164	500	525	511
II	6	0,8	772*4	182	167	148	590	605	624
	7	0,8	869	191	176	156	678	693	713
	8	0,8	966	199	183	162	767	783	804
	9	0,8	1063	208	191	170	855	872	893
	10	0,8	1160	216	198	176	944	962	984
	11	0,8	1257	224	203	183	1033	1054	1074

$$*1 \ 208 = \frac{t' - t_0}{\tau'} \cdot \tau_i = \frac{271 - 10}{1,0} \cdot 0,8 \quad (t' - \text{температура поверхности в конце начального участка})$$

$$*2 \ 351 = \frac{t_{п1} - t'}{\tau_1 - \tau'} (2\tau_i - \tau') + t' = \frac{675 - 271}{4,0 - 1,0} (1,6 - 1,0) + 271.$$

$$*3 \ 459 = \frac{675 - 351}{4 - 2 \cdot 0,8} \cdot 0,8 + 351.$$

$$*4 \ 772 = \frac{t_{п2} - t_{п1}}{\tau_2} \tau_i + t_{п1} = \frac{1250 - 675}{4,75} \cdot 0,8 + 675.$$

$$*5 \ 140 = \frac{\Delta t_0 \tau_i}{\tau'} = \frac{174 \cdot 0,8}{1}.$$

$$*6 \ \Delta t_c = \Delta t_m \frac{\mu - 0,25}{\mu^2}.$$

$$*7 \ \Delta t_x = \Delta t_m \frac{2\mu - 1}{\mu^2}.$$

Температура в $K + 1$ -м участке

$$\bar{t}_{K+1} = \bar{t}_K + \frac{2qa}{R\lambda} \tau \quad (\text{XVIII—3})$$

или

$$\bar{t}_{K+1} = \bar{t}_K + \frac{2qa}{wR\lambda} l_v. \quad (\text{XVIII—3a})$$

Наконец, продолжительность нагрева

$$\tau = \frac{R\lambda}{2aq} (\bar{t}_{K+1} - \bar{t}_K) \quad (\text{XVIII—4})$$

Пример 3. Определить продолжительность нагрева слитков диаметром 500 мм, нагреваемых от 700 до 1200°, если тепловой поток на этом участке составляет

$q = 40000 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час}$, кроме того известно, что $\lambda = 30 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$,
 $a = 0,02 \text{ м}^2/\text{час}$, $\mu = 0,8$.

Решение.

$$R = 0,8 \cdot 0,5 = 0,4 \text{ м [см. (VIII—22)]};$$

$$\tau = \frac{0,4 \cdot 30}{2 \cdot 0,02 \cdot 40000} (1200 - 700) = 3,75 \text{ часа [см. (XVIII—4)]};$$

$$\tau_x = 0,25 \frac{0,4^2}{0,02} = 2 \text{ часа,}$$

т. е. условие $\tau \geq 0,25 \frac{R^2}{a}$ соблюдено.

Разность температур

$$\Delta t_n = \frac{40000 \cdot 0,4}{2 \cdot 30} = 267^\circ \text{ [см. (XVIII—1)]}.$$

Из изложенного выше следует, что действительная скорость нагрева в перекатных печах значительно ниже допускаемой. Одной из главнейших причин этого отставания является несимметричность нагрева, что составляет особенность перекатных печей с монолитным подом.

4. Заводские исследования

Помимо описанных выше лабораторных опытов лабораторией нагрева НИТИ были проведены многочисленные опыты нагрева в заводских печах как заготовок, так и слитков различных диаметров из углеродистых и легированных сталей, прокатываемых на трубопрокатных заводах Советского Союза. Целью этих исследований было:

1) определить некоторые параметры, необходимые для расчетов режима нагрева:

2) подтвердить в заводских условиях возможность сокращения времени нагрева;

3) разработать рациональный режим нагрева высоколегированных сталей в связи с освоением труб из этих сталей.

Основная часть заводских опытов сводилась к измерению температур слитков и заготовок в процессе нагрева в двух или трех точках по сечению, к измерению температур печи с фиксированием всех хронометражных данных. Проводились также наблюдения за качеством металла, за выходом годного, а в отдельных случаях подробные металлографические исследования и ряд других наблюдений и испытаний металлургического характера.

Результаты заводских исследований увязывались с теоретическими данными и с лабораторными опытами, что позволило получить наиболее правильное решение поставленного вопроса как с теплотехнической, так и с металлургической точки зрения.

Из большого количества опытов, проведенных на заводах, ниже будут описаны лишь некоторые, представляющие наибольший интерес.

Для измерения температур в слитках просверливались отверстия: одно по оси и два вблизи поверхности в диаметрально противоположных точках, глубина отверстий составляла 500 мм в слитках и 270 мм в заготовках¹. Измерение температур производилось платино-платинородиевыми термопарами, устанавливаемыми в отверстия через кантовальные окна по мере перемещения слитков. Одновременно измерялись температуры печи с помощью оптических и радиационных пирометров.

С целью варьирования скорости нагрева посадка заготовок производилась как через загрузочное окно, так и через промежуточные окна. Скорости нагрева слитков также изменялись путем посадки через промежуточные окна и через загрузочное, путем незаполнения конца печи и быстрого передвижения слитков в область повышенных температур.

Следует отметить, что во время проведения опытов не было обнаружено существенной разницы в температурных режимах печей для заготовок диаметром 100 мм и для слитков диаметром, превышающим 300 мм. Кроме того, были замечены значительные колебания температур печей во времени вследствие неравномерности работы стана и незаполнения печей металлом.

На рис. 158 и 159 приведены результаты опытов нагрева слитка диаметром 320/340 мм стали С при обычных условиях и при сокращенном времени. Полученные данные позволили определить коэффициент неравномерности нагрева² в отдельных

¹ Описанные здесь опыты проводились В. Б. Тов под руководством автора.

участках печи с помощью формул, приведенных в главе VIII. Как показали наблюдения, почти во всех опытах температура по оси слитка была равна или несколько ниже температуры нижней поверхности. Это указывает на то, что коэффициент μ составляет приблизительно 0,75.

В большинстве случаев величина этого коэффициента колеблется в пределах $0,7 \div 0,8$, уменьшаясь к концу нагрева. Разность температур верхней поверхности и оси слитка имеет зигзагообразный характер, что объясняется влиянием кантования. Весьма показательна продолжительность нагрева, полученная во время проведения опытов. Как известно, в условиях прокатки нагревательная печь является подчиненным агрегатом, а время пребывания металла в ней зависит от производительности и темпов работы станов. Этим и объясняется, что в опыте № 1 (рис. 158) время нагрева достигало 9 час.

При проведении опыта № 3 (рис. 159) время нагрева не зависело от производительности и темпа работы стана и составило 4 ч. 20 м. Разность температур поверхности и центра здесь достигала $100-120^\circ$, т. е. увеличилась в соответствии с увеличением скорости нагрева.

На рис. 160 представлены результаты одного из многочисленных опытов нагрева в перекатной печи круглой заготовки диаметром 120 мм, посаженной через промежуточное окно.

На этом же рисунке приведены расчетные данные при условии симметричного нагрева. Как и следовало ожидать, действительная разность температур вследствие несимметричности нагрева превышает расчетную в 2—2,5 раза.

Если принять коэффициент неравномерности $\mu = 0,8$, то расчетный радиус цилиндра будет равен $0,8 \cdot 2R = 1,6R$, где R — действительный радиус, и наибольшая разность температур по сечению цилиндра

$$\Delta t_m = \frac{C (1,6R)^2}{4a} = \frac{2,56 \cdot CR^2}{4a}.$$

При этом минимальная температура будет наблюдаться на расстоянии $0,6R$ от оси цилиндра (рис. 161). Разность температур поверхности и оси цилиндра в этом случае

$$\Delta t_c = \frac{2,56 \cdot CR^2}{4a} \left[1 - \left(\frac{0,6R}{1,6R} \right)^2 \right] = \frac{2,2CR^2}{4a} [\text{см. (VIII-21)}],$$

т. е. для принятых условий нагрева разность температур поверхности и оси цилиндра будет превышать в 2,2 раза разность температур при симметричном нагреве.

Разность температур верхней и нижней стороны цилиндра составит

$$\Delta t_x = \frac{2,56CR^2}{4a} \left[1 - \left(\frac{0,4R}{1,6R} \right)^2 \right] = \frac{2,4CR^2}{4a}.$$

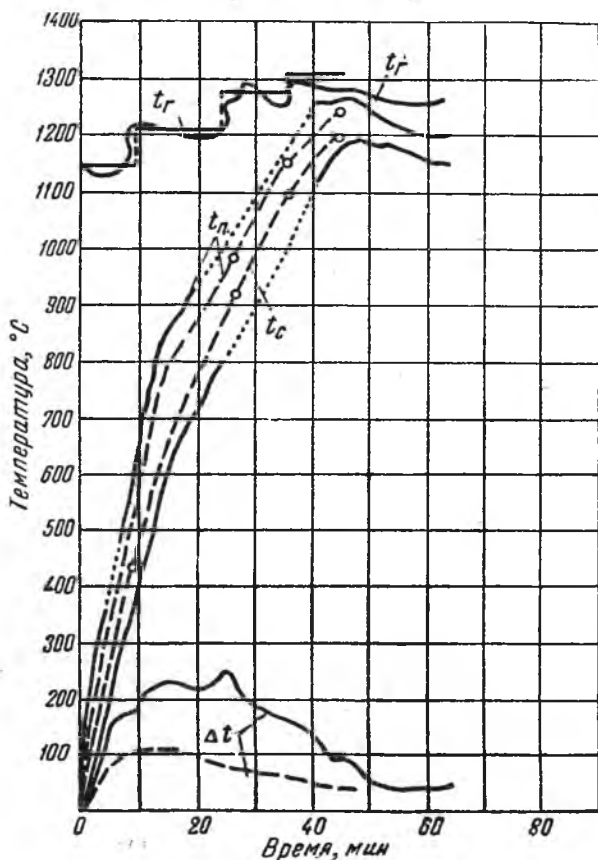


Рис. 160. Нагрев круглой заготовки в перекатной печи:

t_r — температура печи; t_n — температура поверхности заготовки; t_c — температура середины; $\Delta t = t_n - t_c$

— — — — экспериментальные данные
 — — — — расчетные данные

Полученная расчетом близость величин Δt_c и Δt_x хорошо объясняет наблюдавшуюся в натуре близость температур по оси и нижней поверхности слитка.

Таким образом, первая часть опытов подтвердила правильность выводов, вытекающих из анализа несимметричного нагрева

ва цилиндра, и возможность ускорения нагрева слитков и заготовок в перекатных печах.

Вторая часть экспериментальных исследований, проведенная в годы Великой Отечественной войны, была поставлена с целью увеличения производительности печей для нагрева круглых заготовок из сталей различных марок в связи с большой потребностью в трубах.

Так как производство труб разного назначения на одном из трубoproкатных заводов лимитировалось работой печей, пропускная способность которых предопределялась существующими графиками нагрева, то в задачу исследования входило пересмотреть эти графики, разработать и внедрить новые сокращенные графики без ущерба для качества продукции.

Нагрев рассматриваемых здесь заготовок производится в регенеративных печах типа, изображенного на рис. 150, отапливаемых торфяным генераторным газом с добавлением мазута или смолы.

Прежде всего были произведены замеры температур по длине печей (рис. 162), а затем сделаны расчеты температур металла по заданному времени методами, изложенными выше, и проверены допускаемые температуры печи для сталей наиболее ответственных марок. Эти предварительные расчеты показали возможность значительного сокращения продолжительности нагрева для сталей целого ряда марок.

По просьбе дирекции завода в первую очередь было произведено исследование нагрева заготовок диаметром 193 мм из стали ОХМ и заготовок диаметром 120 мм из стали 38ХА.

Теоретические расчеты показали, что при существующем тепловом режиме продолжительность нагрева первой стали может быть сокращена от 6,5 до 4,0 час., а второй — от 3 ч. 24 м. до 2 час.

Для экспериментальной проверки сокращенных графиков нагрева были выполнены некоторые подготовительные работы: был подведен вентиляционный воздух к форсункам, приведены в исправность дополнительные форсунки, отремонтированы крышки и окна, установлены дополнительные контрольно-измерительные приборы.

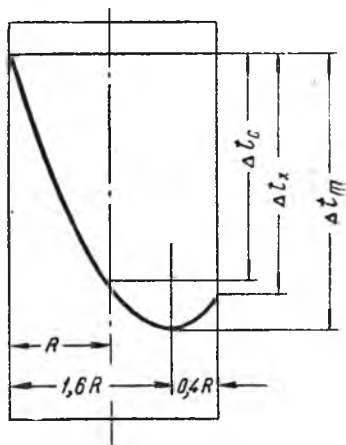


Рис. 161. Несимметричное распределение температур по сечению цилиндра

Экспериментальная проверка нового режима нагрева, при которой фиксировались все данные, характеризующие режим нагрева, а также результаты осмотра труб с отбором проб в горячем и холодном состоянии, окончательно подтвердили возможность сокращения продолжительности нагрева до намечен-

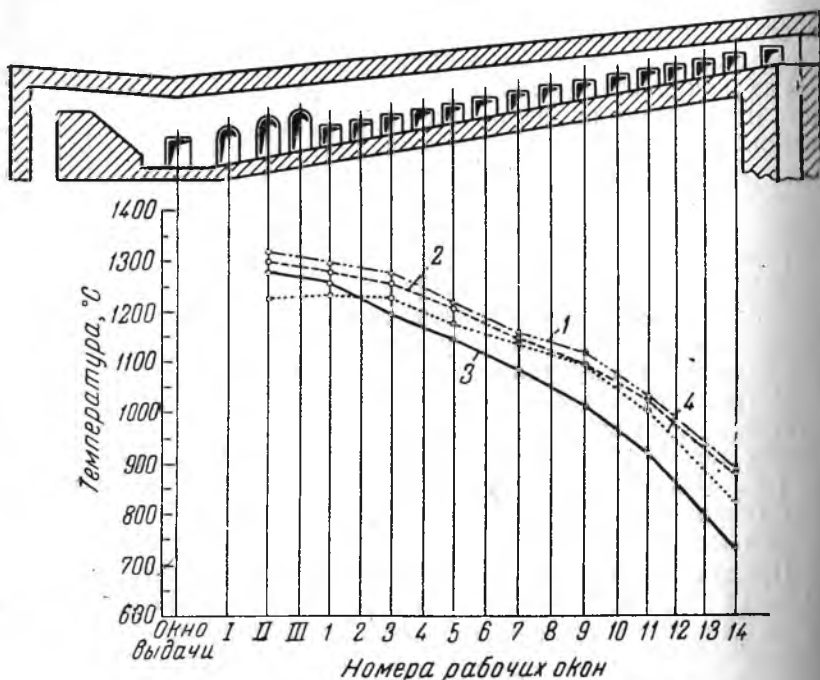


Рис. 162. Изменение температуры по длине регенеративной перекатной печи:

1 — температура стен рабочего пространства; 2 — температура печи над заготовкой; 3 — температура печи под заготовкой; 4 — температура металла в печи

ных пределов и даже более. Температура прошивки не выходила из допускаемых пределов, а выход труб I сорта получился несколько выше.

На основании наблюдений для сталей указанных выше марок были составлены новые инструкции по нагреву, которые как временные были внедрены в производство, в результате чего было достигнуто увеличение производства труб на 30—40%.

После проведения этой части работы по предложению Главгруппостали и завода были пересмотрены инструкции и графики нагрева для сталей всех марок и для всех размеров заготовок.

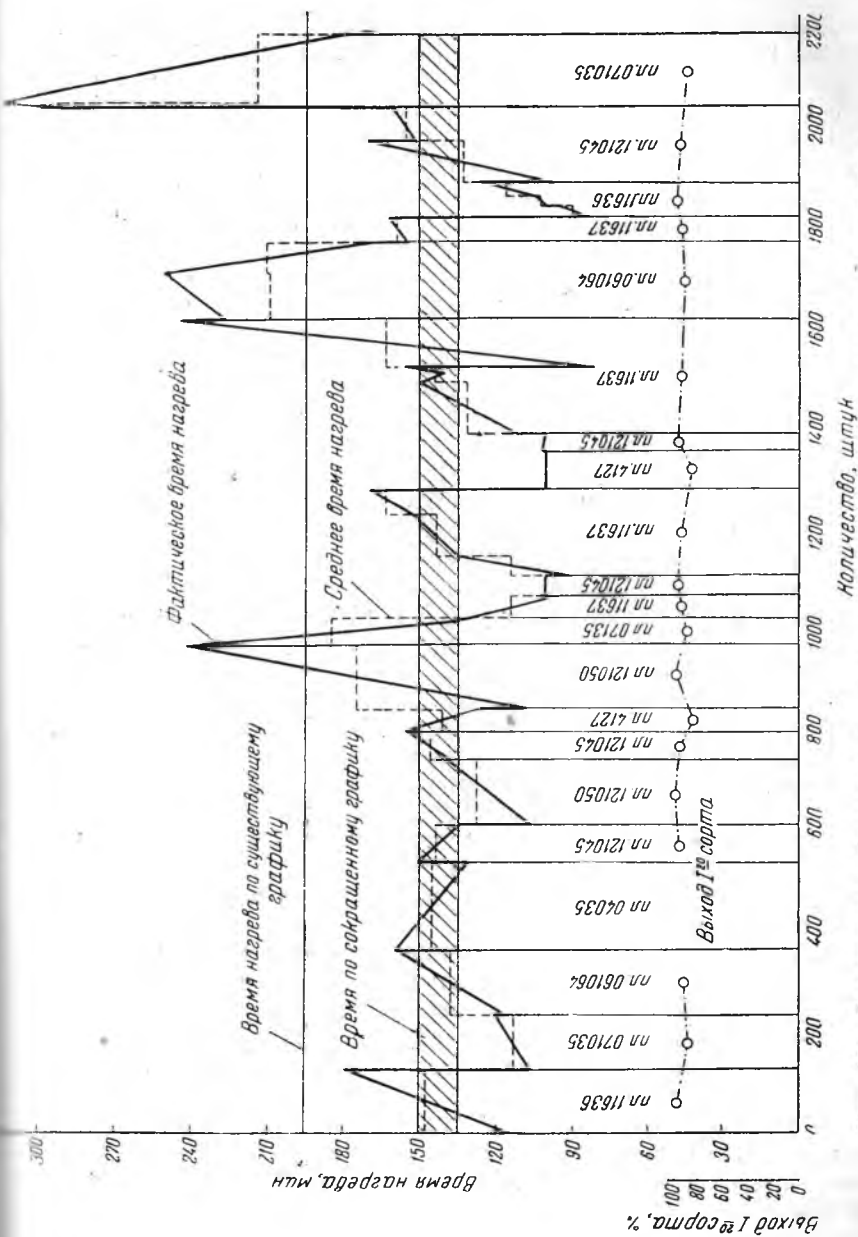


Рис. 163. Результаты наблюдений за нагревом круглых заготовок 115 мм стали 30ХСГА

Вначале были уточнены температуры нагрева, установлен режим нагрева и после ряда предварительных наблюдений за режимом нагрева заготовок диаметром 115 мм из стали 30ХГСА, диаметром 193 мм из стали 38 ХМЮА, заготовок из стали ШХ15, ЭЯ 1Т и др. были разработаны и предложены для внедрения новые сокращенные графики нагрева.

Для примера на рис. 163 приведены результаты наблюдений за нагревом заготовки диаметром 115 мм из стали 30ХГСА.

Новые графики нагрева, в отличие от ранее существовавших, помимо значительного изменения технологии в сторону сокращения времени нагрева характеризуются следующими особенностями:

1) стали всех марок объединены в три группы: углеродистые, низколегированные и высоколегированные;

2) в графиках помимо продолжительности нагрева даны определенные указания о частоте выдачи заготовок;

3) к графикам приложена краткая инструкция для обеспечения качественного нагрева заготовок.

Новые графики нагрева (табл. 17 приложения) были утверждены дирекцией завода и переданы в цех для внедрения. С целью проверки результатов внедрения в течение 3 мес. проводились наблюдения за посадкой и выдачей металла по плавкам с последующей проверкой качества готовой продукции.

Эти наблюдения подтвердили правильность предложенных изменений режимов нагрева, после чего сокращенные графики нагрева были окончательно внедрены в производство.

В табл. 17 приведены данные о сокращении времени нагрева и о достигнутом увеличении производительности. Из таблицы можно видеть, что наибольшее увеличение производительности было получено для легированных сталей (от 25,0 до 71 %).

Данные о продолжительности нагрева, приведенные в табл. 17, были разработаны применительно к печам, на которых проводились опыты.

Работы по интенсификации нагрева круглых заготовок и слитков продолжаются. Для получения полноценных и безошибочных результатов эти исследования, ведущиеся лабораторией нагрева НИТИ¹ совместно с заводами, сопровождаются всесторонним изучением качества металла, поведения стали при нагреве и во время прошивки.

В результате выполнения этих работ доказана возможность дальнейшего сокращения времени нагрева заготовок перед прошивкой путем изменения температурного и теплового режима печей.

¹ Работы эти выполняются сотрудниками лаборатории Т. Ф. Грушеной, А. К. Самылиным и др.

Таблица 17

Сокращение продолжительности нагрева трубных заготовок

Марки сталей	Диаметр заготовки мм	Продолжительность нагрева ч.-м.		Увеличение произво- дительности %
		по старым графикам	по новым графикам	
40X; 40X-6; 30XГСА; 38XA; 0XM; 38XMЮА	80—90	2—20	1—45	33,3
	115—120	3—25	2—00	71,0
	130	3—50	2—35	48,4
	140	4—15	3—00	41,6
	150	4—45	3—20	42,5
	170	5—15	4—05	28,6
	180	5—30	4—20	26,9
	193	6—50	4—30	52,0
12X5MA	80—90	3—10	2—00	58,3
	115—120	4—20	2—40	62,5
	130	5—30	3—10	73,7
	140	6—00	3—30	71,5
	150	6—40	3—40	82,0
	160	7—20	4—15	72,6
	170	7—35	4—30	68,5
ШХ-15	80—90	2—30	2—00	25,0
	115—120	3—25	2—40	28,2
	130	4—00	3—00	33,3
	140	4—35	3—20	37,5
	150	5—10	3—35	44,0
	160	5—50	4—00	45,8
	170	6—05	4—20	40,4
Углеродистые (10, 20, 30, 35, 40, 45, С54, Д)	80—90	1—25	1—15	13,0
	115—120	2—00	1—30	33,4
	130	2—15	2—05	8,0
	140	2—30	2—15	11,0
	150	2—50	2—25	17,2
	170	3—15	2—50	14,7
	180	3—25	—	—
	193	3—40	3—20	10,0
	222	—	4—00	—

В конце 1948 г. на одном из крупнейших трубопрокатных южных заводов были внедрены новые сокращенные графики нагрева. Проведенные исследования и внедрение стахановских методов работы дали возможность еще больше интенсифициро-

вать процесс нагрева, а именно: время нагрева заготовок из углеродистой стали диаметром 170—180 мм было сокращено до 1,7—1,8 час., заготовок диаметром 270 мм — до 3 часов. Таким образом, удельная продолжительность нагрева доведена до 6—6,7 мин. на 1 см диаметра при ровной и ритмичной работе печи и стана. Успешное внедрение ускоренных режимов нагрева в данном случае было возможно, благодаря следующим условиям:

- 1) наличие трехзонной печи с самостоятельным отоплением каждой зоны;
- 2) достаточная тепловая мощность печи;
- 3) теоретически обоснованный тепловой и температурный режим в каждой зоне;
- 4) наличие измерительной аппаратуры и хорошо организованный контроль над режимом работы печи.

Ускорение процессов нагрева дало возможность обслуживать трубопрокатный стан одной печью вместо двух.

Значительное количество опытов было посвящено нагреву нержавеющей и жароупорных сталей. Выполнение этих работ позволило разработать правильные технологические инструкции по нагреву круглых заготовок из этих сталей перед прошивкой. Таким путем лаборатория нагрева НИТИ оказала существенную помощь в освоении труб из высоколегированных сталей, причем время нагрева нержавеющей и жароупорных сталей в результате исследований было сокращено на 30—40 %.

Проведенные работы указывают на возможность и пути дальнейшей интенсификации нагрева стали перед прошивкой, что имеет весьма существенное значение для развития нашей трубной промышленности.

Глава XIX

Нагрев труб и трубных пакетов

В трубопрокатном производстве трубы нагреваются перед калибровкой и редуцированием и в процессе термической обработки.

Обычно трубы располагаются в печах горизонтально, образуя непрерывный ряд, и перемещаются в печи по наклонному поду путем кантования. В этом случае вследствие неодинакового теплового потока со стороны верхней и нижней полостей наружной поверхности труб распределение температур получается несимметричным относительно оси. Такая несимметричность ослабевает по мере уменьшения диаметра и толщины стенки трубы.

Нагрев труб может также производиться пакетами открытым способом: 1) в печах для отжига после холодного волочения; 2) в других печах для термической обработки труб.

Как особый случай, следует иметь в виду нагрев трубных пакетов в баллонах, т. е. в трубах большого диаметра, с целью предохранения их от окисления и обезуглероживания.

В последнее время появился непрерывный способ нагрева труб, характеризующийся тем, что каждая труба нагревается с большой скоростью в процессе ее продольного перемещения через высокотемпературную секционную печь.

Реже встречается на трубных заводах нагрев труб (толстостенных) в вертикальных печах, например в термических печах. Это наиболее простой случай нагрева, так как тепловой поток и распределение температур здесь симметричны относительно оси цилиндра. Для этих случаев нагрева могут быть использованы решения уравнений теплопроводности для полого цилиндра, выведенные в главе VI.

Более сложны случаи несимметричного нагрева полого цилиндра, однако ввиду незначительной толщины стенки труб решение этих задач в большой степени упрощается.

1. Экспериментальные исследования

Лабораторией нагрева НИТИ было проведено экспериментальное исследование распределения температур в полых цилиндрах при различных способах нагрева и расположения их в печах с целью использования полученных результатов для нагрева труб в заводских условиях¹. Опыты производились в специально сконструированных электрических печах с керамическими и металлическими образцами. Керамические образцы были изготовлены из мелкодисперсного шамотного порошка с наружным диаметром 50 мм и с толщиной стенки 12,5 мм. Также были изготовлены образцы 60×15 мм, 80×20 мм при длине 200 мм. Общий вид электрической печи с образцами приведен на рис. 164. Для измерения температур в образцах были предусмотрены отверстия для термопар диаметром 1,5—3 мм и глубиной 10 мм. В качестве металлических образцов были взяты стальные трубы 57×8×400 мм из углеродистой стали; для нагрева пакетов были отобраны трубы 25×2,5×400 мм и 25×4,5×400 мм. Нагрев образцов производился с различной скоростью при одиночном и групповом расположении.

Симметричный нагрев керамического образца 80×20 мм представлен на рис. 165. На этом же рисунке приведены ре-

¹ Исследование это было выполнено совместно с научными сотрудниками Т. Ф. Грушевой и А. К. Самылиным.

зультаты расчетов разности температур наружной и внутренней поверхности по формуле (VI—18).

Симметричный двухсторонний нагрев полого цилиндра $50 \times 12,5$ мм, расположенного между двумя другими, изображен на рис. 166.

Симметричный нагрев керамического образца 80×20 мм при постоянной температуре печи представлен на рис. 167.

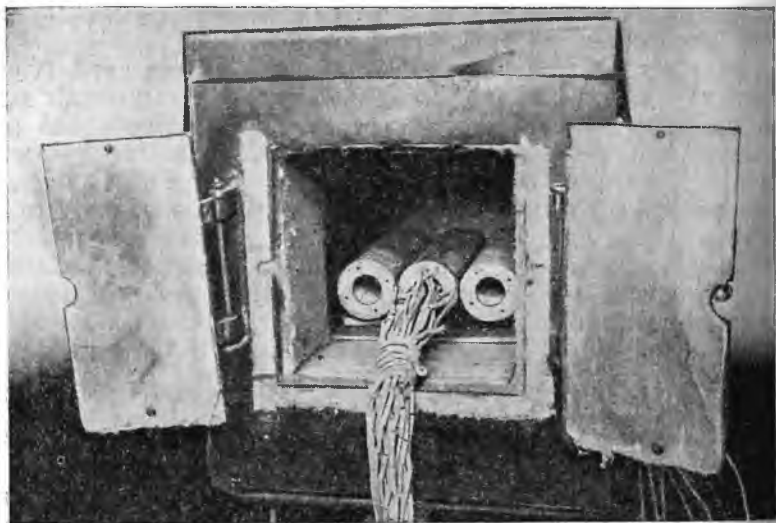


Рис. 164. Общий вид установки для исследования нагрева полых цилиндров

Проведенные опыты и сопоставление их с теоретическими данными подтвердили, что полый цилиндр, нагреваемый с наружной стороны, можно рассматривать как односторонне нагреваемую пластину, толщина которой равна $\sqrt{\frac{m}{m_1} s}$ (стр. 128).

Результаты опытов нагрева металлических образцов также показали, что полый цилиндр можно рассматривать как односторонне нагреваемую пластину, для которой продолжительность нагрева может определяться обычными методами.

Кроме симметричного нагрева, были проведены опыты несимметричного нагрева. Результаты одного из опытов приведены на рис. 168. Температурное поле по сечению цилиндра изображено через равные промежутки времени.

Результаты опытов показали, что при несимметричном нагреве внутреннее излучение оказывает существенное влияние

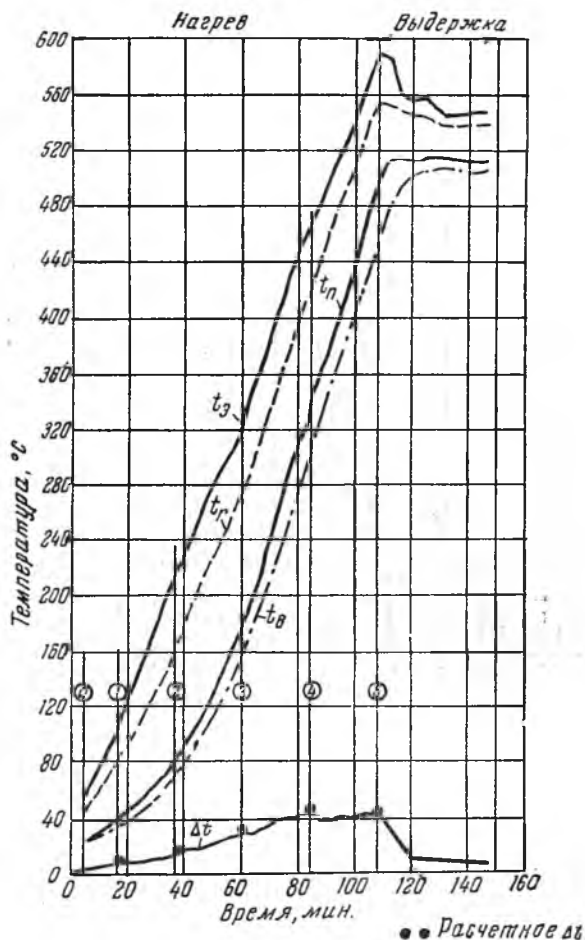


Рис. 165. Симметричный нагрев одного полого цилиндра

$t_з$ — температура экрана; $t_г$ — температура рабочего пространства; $t_п$ — температура наружной поверхности; $t_в$ — температура внутренней поверхности

$$\Delta t = t_п - t_в$$

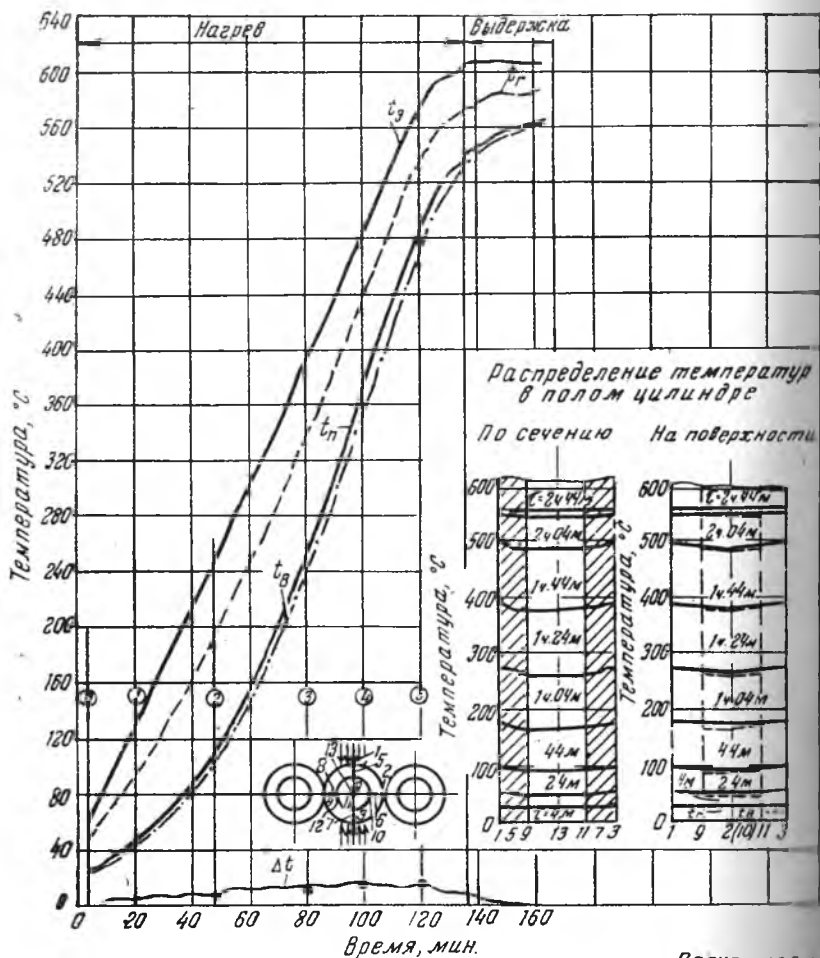


Рис. 166. Симметричный нагрев одного полого цилиндра, расположенного между двумя другими:

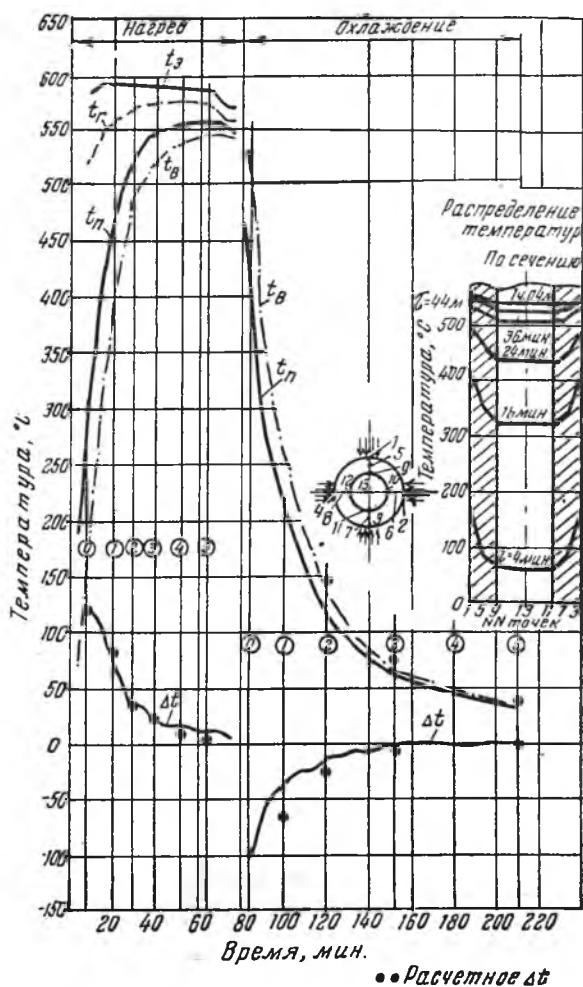


Рис. 167. Симметричный нагрев полого цилиндра при постоянной температуре печи:

t_z — температура экрана; t_r — температура рабочего пространства; t_n — температура наружной поверхности цилиндра; t_v — температура внутренней поверхности
 $\Delta t = t_n - t_v$

на распределение температур по сечению цилиндра, вследствие чего происходит изменение разности температур. Благодаря излучению, температура на внутренней поверхности верхней

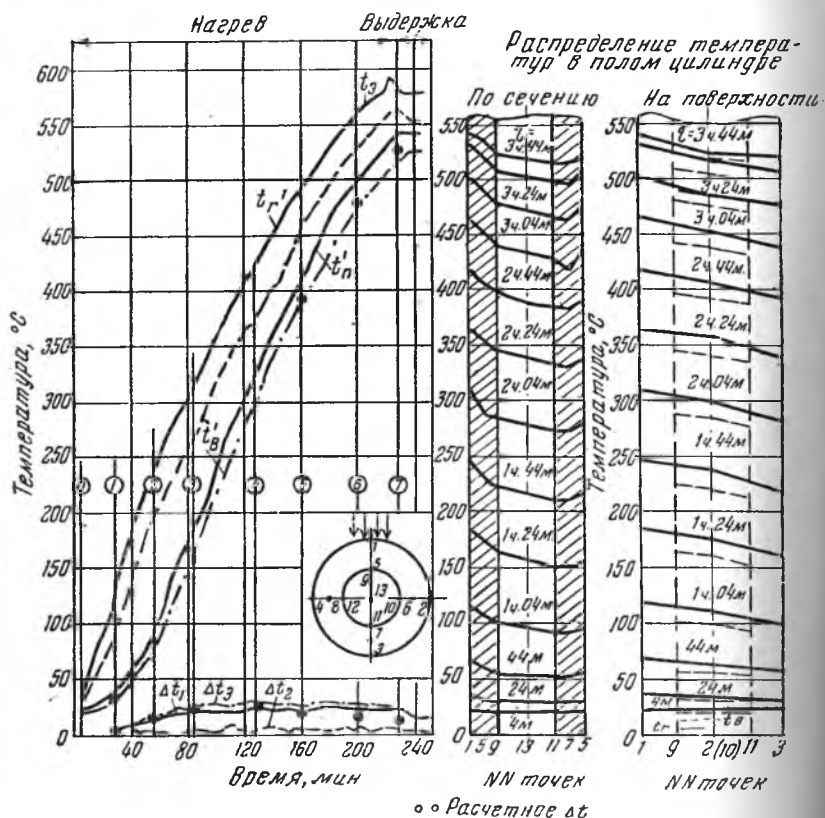


Рис. 168. Несимметричный нагрев полого цилиндра:

$t_в$ — температура экрана; $t_г$ — температура рабочего пространства;

$t'_п$ — температура в точке 1; $t'_в$ — температура в точке 9

$$\Delta t_1 = t_1 - t_в; \quad \Delta t_2 = t_в - t_{11};$$

$$\Delta t_3 = t_1 - t_3$$

части цилиндра уменьшается, а температура нижней части его увеличивается.

Представляет также интерес сравнение симметричного и несимметричного нагрева трех металлических цилиндров (57 × 8 мм), при посадке их в разогретую печь. Результаты этого опыта приведены на рис. 169.

При несимметричном нагреве максимальная температура печи, а следовательно, и конечная температура металла была ниже, чем при симметричном. Это отставание температуры металла наблюдалось на протяжении всего опыта, что объясняется выключением нижнего нагревателя. Общая продолжительность нагрева в обоих случаях незначительно отличается одна от другой.

Существенное отличие, как и следовало ожидать, выявилось в распределении температур по сечению цилиндра. При-

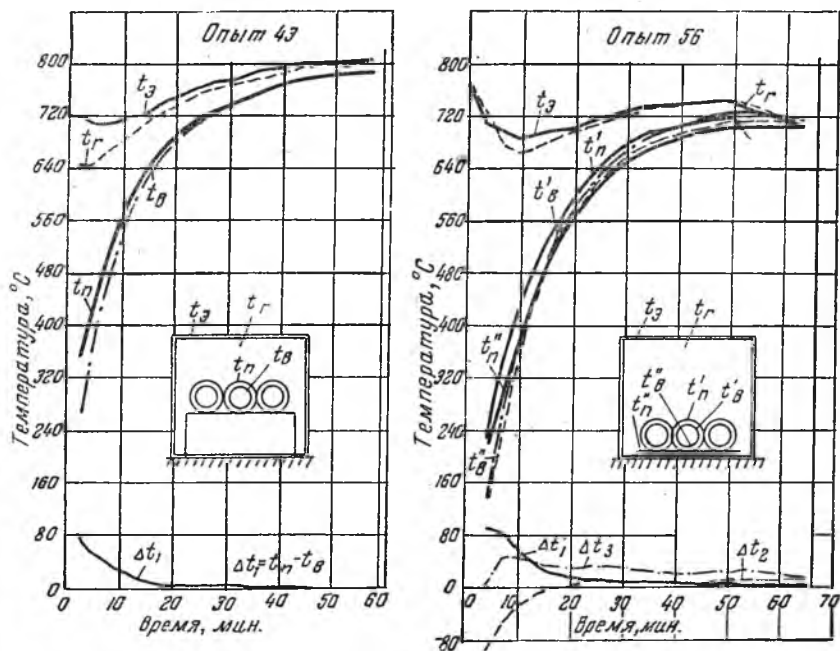


Рис. 169. Нагрев металлических полых цилиндров

$$\Delta t_1 = t'_n - t''_n; \quad \Delta t_2 = t''_n - t'_v; \quad \Delta t_3 = t'_n - t'_v$$

нимая во внимание, что при нагреве в редуционных печах производится частое кантование труб, указанное обстоятельство для тонкостенных труб не имеет большого значения.

Опыты нагрева полых цилиндров, проведенные НИТИ, явились основанием для разработки режимов нагрева труб в производственных условиях.

2. Нагрев труб перед калибровкой и редуцированием

Калибровке и редуцированию подвергаются трубы из сталей различных марок и разных размеров. Минимальный диаметр и толщина стенки редуцируемых труб составляют $40 \times (2,5-3)$ мм. Максимальные размеры калибруемых труб $(300-325) \times (20-25)$ мм.

Нагрев труб перед калибровкой и редуцированием производится в камерных печах, отапливаемых жидким или газообразным топливом с большим количеством форсунок или горелок, расположенных по длине рабочего пространства. С целью облегчения кантования под делается наклонным и соответствующую форму имеет свод.

Как показывают данные заводской практики, температуры нагрева труб перед калибровкой и редуцированием изменяются в пределах $950-1100^\circ$, причем для легированных сталей эти температуры ближе к нижнему пределу; таким образом, для углеродистых сталей можно принять температуры нагрева $1000-1050^\circ$, для легированных сталей — $950-1020^\circ$. Если допустить, что разность температур по сечению трубы с наибольшей толщиной стенки должна быть $8-10^\circ$, чему соответствует $300-400^\circ$ на 1 м толщины, то, принимая коэффициент теплопроводности $\lambda = 30 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}$, а видимый коэффициент излучения $\sigma = 3,5 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{K}^4$, находим¹, что температура печи для обеспечения указанной температуры нагрева будет

$$t_r = 100 \sqrt[4]{\left(\frac{2\lambda l}{S}\right) \frac{1}{\sigma_B} + \left(\frac{t_n + 273}{100}\right)^4} - 273 =$$

$$= 100 \sqrt[4]{\frac{2(300S) \cdot 30}{3,5S} + \left(\frac{1000 + 273}{100}\right)^4} - 273 = 1058^\circ,$$

т. е. температура печи при этих условиях должна быть на $50-60^\circ$ больше температуры нагрева металла².

На основании указанного выше и практических данных принимаем следующие температуры печи:

для углеродистых сталей $1050-1100^\circ$
 для легированных сталей $1000-1075^\circ$

Так как труба представляет собою тонкостенное тело, то температурные напряжения здесь не представляют опасности.

¹ См. формулы (III—39) и (III—36).

² При других способах нагрева температура печи может быть значительно выше (стр. 379).

для труб с более тонкой стенкой скорее можно ожидать коробления.

Главной задачей при нагреве является достижение равномерности нагрева по длине и по окружности трубы, так как неравномерность нагрева является одной из причин образования продольной и поперечной разностенности. При редуцировании равномерность нагрева по длине достигается расположением и регулировкой сожигательных устройств, а равномерность по окружности — кантованием трубы.

Для определения продолжительности нагрева труб следует воспользоваться методом расчета, основанным на передаче тепла¹ по закону $q = \alpha (t_r - t)$.

Если G — вес нагреваемого материала в кг на 1 м² обогреваемой наружной поверхности;

t^0 — начальная температура нагреваемого материала;

t_K — его конечная температура нагрева;

t — температура печи,

то нетрудно вывести следующее уравнение:

$$\alpha(t_r - t) d\tau = Gc_p dt, \quad (\text{XIX—1})$$

откуда температура нагреваемого материала

$$t_K = t_r - (t_r - t^0) e^{-\frac{\alpha\tau}{Gc}}, \quad (\text{XIX—2})$$

а продолжительность нагрева

$$\tau = \frac{Gc_p}{\alpha} \cdot 2,303 \lg \frac{t_r - t^0}{t_r - t_K} \text{ час.} \quad (\text{XIX—3})$$

После некоторых преобразований формула (XIX—2) принимает следующий вид:

$$\frac{t_K - t_r}{t^0 - t_r} = e^{-\frac{\alpha\tau}{S^2} \cdot \frac{\alpha S}{\lambda}}$$

или

$$\frac{t_K - t_r}{t^0 - t_r} = \Phi\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}\right). \quad (\text{XIX—2a})$$

Пользуясь формулой (XIX—3), можно по заданным температурам печи и металла определить время, потребное для достижения требуемой температуры нагрева.

¹ Впервые этот метод был разработан проф. Б. В. Старком (Журнал русского металлургического общества, 1926, № 2, с. 184—198), а затем проф. И. Д. Семикиным (Сталь, 1938, № 12).

В этой формуле¹

$$G = \frac{2(d-S)S\gamma}{d} \text{ кг/м}^2, \quad (\text{XIX-4})$$

где d — наружный диаметр трубы, м;

S — толщина стенки, м;

γ — удельный вес металла, кг/м³.

При пользовании формулами (XIX-2) и (XIX-3) для случая нагрева толстостенного материала необходимо вводить поправочный коэффициент ϵ , который умножается на коэффициент теплоотдачи α . Как показывают расчеты, для труб с толщиной стенки более 15 мм увеличение времени нагрева за счет коэффициента ϵ должно составлять 5—10%.

Рассмотрение формулы (XIX-3) показывает, что для определенной группы сталей, для которых задан температурный режим (т. е. t° , t_n и t_r) продолжительность нагрева зависит только от диаметра и толщины стенки трубы.

Если подставить выражение для G из (XIX-4) в (XIX-3), то время нагрева

$$\tau = B \frac{(d-S)S}{d}, \quad (\text{XIX-5})$$

где коэффициент

$$B = \frac{2c_p\gamma}{\alpha} \cdot 2,303 \lg \frac{t_r - t^\circ}{t_r - t_n}. \quad (\text{XIX-5a})$$

Для определения коэффициента B принимаем следующие причины:

	Для углеродистых сталей	Для легированных сталей
Температуры металла, °C	20—1050	20—1000
Температура печи, °C	1100	1075
λ , кал/м · час °C	35,6	28,9
c_p , кал/кг · °C	0,174	0,172
γ , кг/м ³	7645	7572
a , м ² /час.	0,0268	0,0222
α , кал/м ² · час · °C	229	217

¹ Коэффициент 2 введен в формулу в связи с тем, что при расположении труб на полу печи в виде сплошного ряда тепло поступает, в основном, через верхнюю половину поверхности трубы.

Подставляя все эти значения, находим:

для углеродистых сталей $B = 35,7$ час/м

для легированных сталей $B = 36,5$.

Соотношение времени нагрева для легированных и углеродистых сталей составляет $\frac{36,5}{35,7} = 1,025$, но фактически продолжи-

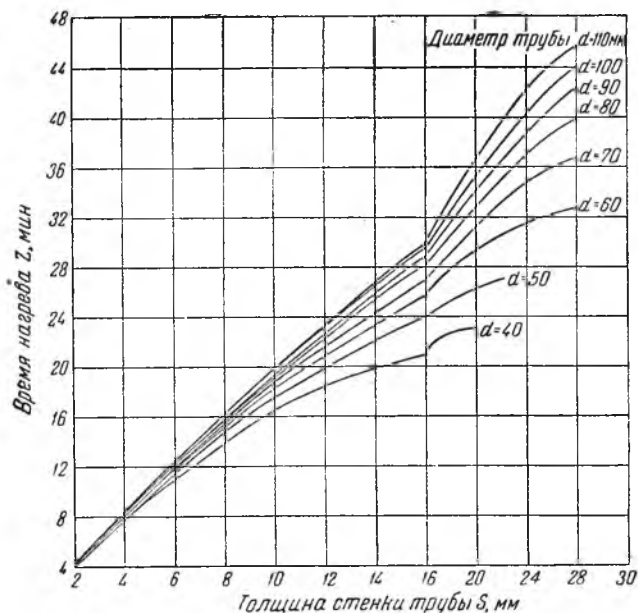


Рис. 170. Продолжительность нагрева труб в редуционных печах

тельность нагрева для тех и других сталей можно считать одинаковой, в связи с чем окончательно принимаем

$$\tau = 36,5 \frac{(d - S) S}{d} \text{ час.} \quad (\text{XIX—6})$$

или

$$z = 2,2 \frac{d' - S'}{d'} S' \text{ мин.,} \quad (\text{XIX—7})$$

где d' и S' — диаметр и толщина стенки, мм.

Диаграмма (рис. 170), вычисленная по формуле (XIX—7), позволяет найти время нагрева в зависимости от диаметра и тол-

щины стенки трубы для заданных условий нагрева. Из формул (XIX—6) и (XIX—7) и рисунка можно видеть, что при одном и том же диаметре время нагрева находится в параболической зависимости от толщины стенки, а при одной и той же толщине стенки зависимость времени нагрева от диаметра гиперболическая.

Печи редукионных станов должны работать, как непрерывные, с равномерной посадкой и выдачей. Однако практически при нагреве толстостенных труб ($S > 8$ мм) загрузка, нагрев и выдача производятся садками — периодически. Это скорее можно объяснить тем, что вследствие неудовлетворительного состояния и работы печей продолжительность нагрева увеличивается и значительно превышает время, затрачиваемое на прокатку. Поэтому в условиях производства удобнее выдавать из печи и производить прокатку целой партии труб и после освобождения всей садки вновь производить загрузку. Такой способ работы безусловно снижает производительность печи.

Как определенное упрощение режима работы можно рекомендовать работу полусадками, т. е. производить посадку после выдачи половины всей партии труб, находящихся в печи. Это обеспечивает лучшее использование печи.

При посадке горячих труб с температурой 500—600° коэффициент B принимает значение, равное 28, и, следовательно, продолжительность нагрева сокращается на 20%.

Число труб, выдаваемых в час,

$$n = \frac{A}{1,1d\tau} \text{ штук/час,} \quad (\text{XIX—8})$$

где A — ширина печи (полезная), м;

d — диаметр трубы, м;

τ — время нагрева трубы, час;

1,1 — поправочный коэффициент на кривизну труб.

* *
*

На одном из трубопрокатных заводов имеются печи малого и большого редукионных станов, предназначенные для нагрева труб из углеродистых и легированных сталей холодного и горячего посада.

В малой редукионной печи нагреваются трубы (70—102) × (3—6) мм и длиной от 4 до 10 м, в большой редукионной печи — (83—114) × (4—25) мм и длиной от 4 до 11 м. Обе печи отапливаются двумя видами топлива: мазутом и торфяным генераторным газом низкого давления и оборудованы форсунками низкого давления типа «Стальпроект» и обыкновенными газовоздушными горелками.

Печь малого редукионного стана имеет 6 форсунок, каждый производительностью по 70 кг/час и 6 горелок по 300—600 м³/час, расположенных по длине рабочего пространства. Печь большого редукионного стана имеет 7 форсунок и 8 горелок такой же производительности. Сжигание двух видов топлива в печах со сравнительно низким температурным режимом свидетельствует о ненормальном ведении топочного процесса.

Основные размеры рабочего пространства: печь малого стана 11×2,5×1,7 м; печь большого стана 12×2,5×1,7 м; под печей имеет уклон в сторону выдачи.

Во время наблюдений общее состояние печей было неудовлетворительно, так как печи были накануне ремонта.

При нагреве труб со стенкой 3—6 мм посад и выдача осуществляются непрерывно, при нагреве толстостенных труб работа производится садками.

Наблюдения, проведенные совместно с заводским тепlobюро, показали следующие результаты (табл. 18).

Таблица 18

Результаты опытов нагрева в редукионных печах

№ п.п.	Печь	Режим работы	Размеры труб мм	Марка стали	Температура °С		Продолжи- тельность нагрева, мин.	
					печи	нагрева металла	средняя опытная	расчетная по формуле (XIX-7)
1	Малого редукион- ного стана	Непре- рывный	83×3,25	30ХГСА	1100	920—1080	9	7
2	То же	Садками	87×4,25	35	1100	—	11	9
3	Большого редукион- ного стана	•	(83—96)× ×6	10—20	—	975—1010	—	—
4	То же	•	96×(15— 16)	10—20	—	975—1010	43—5.	29

В обоих случаях работа велась неравномерно, рывками с частыми простоями, нагрев был неравномерный по длине трубы; этим и объясняется большая разница между расчетной и фактической длительностью нагрева (табл. 18).

Проведенные испытания указали на необходимость и возможность улучшения общего состояния и работы печей, а также

технологии нагрева. После ремонта печей нагрев труб значительно улучшился.

В печах для непрерывного скоростного нагрева труб с высоко развитой радиационной поверхностью и с высокими температурами в рабочей камере время нагрева труб для редукионного стана может быть сокращено до 10—12 сек. на 1 мм толщины стенки¹. Установив печь в одну линию с редукионным станом, можно организовать нагрев в общем производственном потоке с работой стана.

3. Нагрев в трубосварочных печах

Существует два способа производства сварных труб: стыковая сварка и сварка труб в накладку. Для стыковой сварки трубные полосы (штрипсы) после нагрева свариваются встык путем пропускания их через воронку или валки. Для получения труб внакладку трубные полосы предварительно сворачиваются в трубную заготовку, а затем последняя нагревается в трубосварочных печах и прокатывается на стане. Эта операция нагрева и прокатки производится один или два раза, в зависимости от конструкции печи и толщины стенки трубы.

Производство сварных труб имеет свои специфические особенности, благодаря чему к трубосварочным печам предъявляются следующие требования:

1) высокая температура нагрева металла, в особенности кромок полосы, до сварочного жара;

2) равномерность нагрева по всей длине полосы. Температура нагрева металла доводится до 1350° и не должна быть ниже 1300°. При малейшем даже местном перегреве или недогреве получается неудовлетворительная сварка.

Размеры труб, свариваемых встык: диаметр от $\frac{1}{4}$ " до 4", стенка до 7,0 мм; размеры труб, свариваемых внакладку: диаметр от 2" до $12\frac{3}{4}$ " включительно со стенкой не менее 3,5 мм для труб 2" и не более 20 мм для труб $12\frac{3}{4}$ ".

На некоторых заводах юга СССР сохранились старые конструкции трубосварочных печей. Эти печи, построенные еще в XIX столетии, имеют ряд недостатков, из коих наиболее существенным является неудачное расположение топочного устройства, не обеспечивающее равномерного распределения температуры по длине печи².

Более совершенны по конструкции и режиму работы реченовативные печи, отапливаемые газообразным или жидким топливом.

¹ Возможность достижения таких скоростей нагрева доказана экспериментальными исследованиями НИТИ.

² Подробное описание конструкции и испытания печи приведено в статье автора «Испытание сварочной печи для нагрева труб», Уголь и железо, 1925.

вом. Расположение очагов горения по всей длине рабочего пространства дает равномерный по длине температурный режим, а наличие регенеративной системы создает высокую температуру печи, необходимую для печной сварки.

Наконец, сравнительно недавно появился непрерывный способ производства стыковых труб, при котором нагрев трубных полос производится непрерывно с большой скоростью. Печь для непрерывной сварки работает на одном из уральских заводов.

Для определения продолжительности нагрева следует воспользоваться формулой (XIX—3), в которой отношение веса к поверхности нагрева

$$G = S \cdot \gamma \text{ кг/м}^2, \quad (\text{XIX—9})$$

где S — расчетная толщина, м .

Следовательно, продолжительность нагрева

$$\tau = S \gamma \frac{c_p}{\alpha} \cdot 2,303 \lg \frac{t_r - t^\circ}{t_r - t_k} \text{ час.} \quad (\text{XIX—10})$$

Принимаем следующие исходные данные:

$$t_r = 1420^\circ; \quad t^\circ = 20^\circ; \quad t_k = 1350^\circ; \quad \gamma = 7645 \text{ кг/м}^3;$$

$$c_p = 0,174 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{С}; \quad \alpha = 480 - 505 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{С}.$$

После подстановки этих значений получаем

$$\tau = (475 + 500) S \text{ мин.} \quad (\text{XIX—11})$$

Таким образом, продолжительность нагрева находится в линейной зависимости от толщины стенки.

Опыты нагрева трубных полос толщиной 3,5 мм в непрерывной печи показали, что время нагрева изменяется от 45 сек. до 1 мин. (нагрев приближается к двухстороннему). Подсчет по формуле (XIX—11) для этого случая дает $\tau = 0,83 - 0,87$ мин., если принимать двухсторонний нагрев.

В случае применения горячего посада (например, при посадке горячих заготовок в сварочную печь для труб внакладку) продолжительность нагрева сокращается на 20—30 %.

4. Нагрев трубных пакетов

После холодного волочения трубы подвергаются отжигу с целью восстановления пластических свойств металла. Отжиг в процессе холодного волочения является одной из важнейших операций, оказывающих значительное влияние на качество труб и выход первого сорта.

Отжиг труб обычно производится пакетами в камерных печах с односторонним или двухсторонним расположением газовых горелок или форсунок. При сжигании жидкого топлива предусматриваются специальные топочные устройства (форкамеры), тогда

как при сжигании газообразного топлива горелки непосредственно вводятся в рабочее пространство печи, а иногда располагаются под подом.

Отжиг трубных пакетов отличается большим разнообразием как по роду обрабатываемых труб, так и по способу обработки. Обычно в трубоволоочильных цехах отжигаются горячекатаные, холодноотянутые и холоднокатаные трубы из углеродистых и легированных сталей. Среди холодноотянутых труб различают трубы, подвергаемые оправочному или безоправочному волочению¹. Последнее может производиться на протяжной станине либо на барабанах. Кроме того, в зависимости от назначения, следует различать отжиг промежуточный и окончательный (т. е. готовых труб).

Отжиг готовых труб может производиться открытым способом, т. е. пакетами, либо в баллонах; при высокой или при низкой температуре. Наконец, если принять во внимание разнообразие отжигаемых труб по диаметру, толщине стенки, по количеству труб и рядов в пакете, то нетрудно представить себе все разнообразие процессов отжига трубных пакетов, с каким приходится сталкиваться на заводах.

Для определения температуры и времени нагрева трубных пакетов была использована методика расчета, основанная на определении эквивалентных коэффициентов теплопроводности λ_0 и температуропроводности a_0 (см. главу IX).

По данным формулы (IX—14) на рис. 171 представлена номограмма, позволяющая определять ψ в зависимости от диаметра, толщины стенки трубы и значения Δ .

Из приведенных данных можно видеть, что эквивалентная теплопроводность трубного пакета увеличивается с увеличением теплопроводности основного вещества — металла, с повышением температуры газов, с увеличением толщины стенки трубы. Увеличение диаметра, с одной стороны, способствует уменьшению ψ , с другой — увеличение внутреннего диаметра трубы при одной и той же толщине стенки приводит к увеличению Δ , а отсюда — и к увеличению эквивалентной теплопроводности пакета.

Объемный вес трубного пакета определяется по формуле:

$$\gamma_0 = \frac{1}{d^2} \pi (d - S) S \gamma_m$$

или

$$\frac{\gamma_0}{\gamma_m} = \pi \left(\frac{S}{d} - \frac{S^2}{d^2} \right) \kappa_2 / M^3, \quad (\text{XIX—12})$$

где γ_m — удельный вес металла.

¹ Оправочное волочение — это волочение труб с применением оправки, которая вставляется внутрь труб.

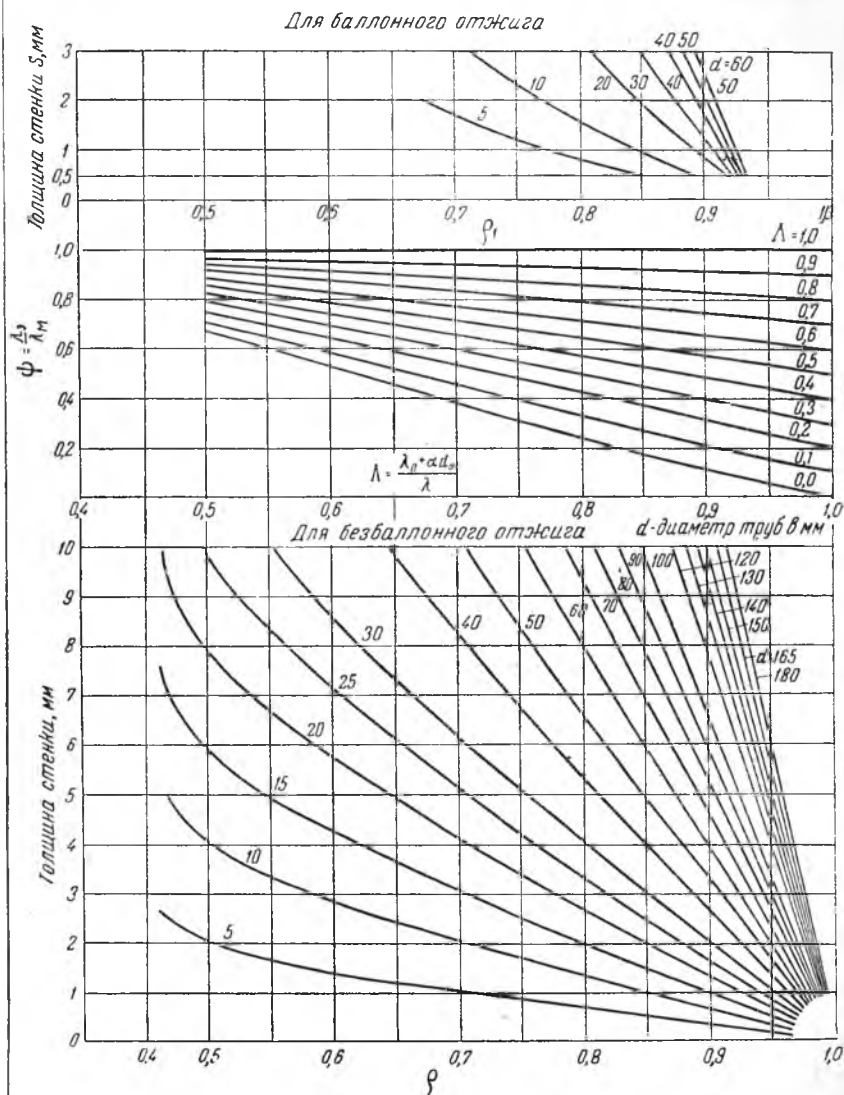


Рис. 171. Номограмма для определения эквивалентного коэффициента теплопроводности трубного пакета

На рис. 172 приведено изменение отношения $\frac{\gamma_0}{\gamma_M}$ в зависимости от отношения $\frac{S}{d}$. Легко видеть, что объемный вес увеличивается с уменьшением диаметра и с увеличением толщины стенки.

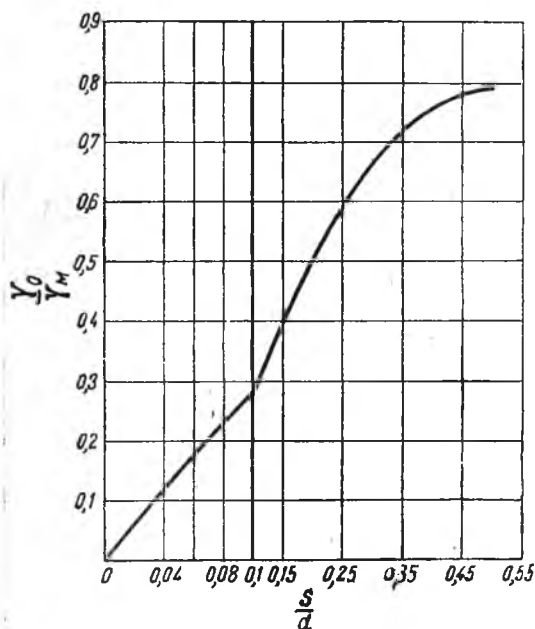


Рис. 172. Отношение объемного веса к истинному для трубного пакета в зависимости от диаметра и толщины стенки

По просьбе одного из трубопрокатных заводов были разработаны графики отжига трубных пакетов. Предварительно были проведены наблюдения за отжигом труб при существующей технологии, в результате чего были получены исходные данные, необходимые для теоретических расчетов. Так как трубный пакет представляет собою не сплошное тело, то скорость нагрева не лимитируется температурными деформациями; необходимо лишь учитывать возможность перегрева выступающих концов

труб. Исходя из этого отжиг трубных пакетов следует вести по двухступенчатому графику, состоящему из периода повышения температуры и периода выдержки.

Для всех труб из углеродистых сталей и для оправочных труб из легированных сталей (марок 30ХГСА и 12Х5МА) была принята конечная температура отжига 680—720°, для безоправочных труб из легированных сталей 780—820°.

Первый период нагрева считался от начала до достижения нижнего предела температур по наружной поверхности пакета, второй период — до достижения нижнего предела температур в середине пакета.

После определения эквивалентных коэффициентов теплопроводности и температуропроводности по заданным температурам печи определялась продолжительность нагрева и выдержки.

Пример 1. Установить режим отжига пакета труб из углеродистой стали 10—20, размером 46×3 мм, расположенных в 5 рядов.

Исходные данные:

расчетная толщина пакета $S = \frac{0,046 \cdot 5}{2} = 0,115$ м (считаем нагрев двухсторонним);
 начальная температура $t^\circ = 20^\circ$;
 конечная температура металла для I периода $t_{\text{II}} = 680^\circ$;
 конечная температура металла для II периода $t_c = 680^\circ$;
 температура печи $t_r = 750^\circ$.

Первый период.

А. Эквивалентный коэффициент теплопроводности и температуропроводности.

При 20° :

1) Коэффициент теплопроводности металла

$\lambda = 50,0$ кал/м · час · °С (принимаем, согласно данным главы XIV).

2) Коэффициент теплопроводности газа, заполняющего пакет

$\lambda_{\text{II}} = 0,02$ кал/м · час · °С (по справочным данным).

3) Коэффициент теплоотдачи за счет внутреннего излучения

$\alpha_r = 4$ кал/м² · час · °С [см. (XIII—10)]

при температуре, средней между t_1 и t_2 , равной 20° .

4) Внутренний диаметр трубы

$d_0 = 0,046 - 2 \cdot 0,003 = 0,040$ м.

5) Коэффициент

$$\Delta = \frac{\lambda_{\text{II}} + \alpha_r d_0}{\lambda} = \frac{0,02 + 4 \cdot 0,04}{50} = 0,0036 \text{ (стр. 176)}$$

6) Отношение

$\psi = 0,15$ (по рис. 171).

Примечание. По $S = 3$ мм и $d = 46$ мм находим $\rho = 0,9$, а затем по ρ и $\Delta = 0,0036$ находим $\psi = 0,15$.

7) Эквивалентный коэффициент теплопроводности

$\lambda_{\text{э}} = \psi \lambda = 0,15 \cdot 50 = 7,5$ кал/м · час · °С.

8) Теплоемкость

$c_r = 0,111$ кал/кг · °С (по табл. 10 приложений по значениям теплосодержаний).

9) Объемный вес при $\frac{S}{d} = \frac{3}{46} = 0,065$

$\frac{\gamma_0}{\gamma} = 0,20$ [по рис. 172 или по формуле (XIX—12)]

$\gamma_0 = 0,20 \cdot 7645 = 1530$ кг/м³.

10. Эквивалентный коэффициент температуропроводности [см. (IX—10)]

$$a_{\text{э}} = \frac{7,5}{0,111 \cdot 1530} = 0,044 \text{ м}^2/\text{час}.$$

При 700° :

11) $\lambda_{700} = 0,72 \cdot 50 = 36$ кал/м · час · °С [см. (XIV—2)];

12) $\lambda_{\text{II}} = 0,05$ (по справочным данным);

$$13) \alpha_T = 150 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$14) \Delta = \frac{0,05 + 150 \cdot 0,04}{36} = 0,168;$$

$$15) \psi = 0,28 \text{ (рис. 171);}$$

$$16) \lambda_\theta = 0,28 \cdot 36 = 10 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$17) c_p = 0,19 \text{ кал/кг} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\gamma_0 = 1530 \text{ кг/м}^3;$$

$$a_n = \frac{10}{0,19 \cdot 1530} = 0,0345 \text{ м}^2/\text{час}.$$

Средние:

$$18) \lambda_\theta = \frac{7,5 + 10}{2} = 8,8 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$a_\theta = \frac{0,044 + 0,0345}{2} = 0,039 \text{ м}^2/\text{час}.$$

19) Коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha' = \frac{3,5 \left[\left(\frac{750 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{20 + 273}{100} \right)^4 \right]}{750 - 20} = 53 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C};$$

$$\alpha'' = \frac{3,5 \left[\left(\frac{750 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{680 + 273}{100} \right)^4 \right]}{750 - 680} = 135;$$

$$\alpha_{\text{ср}} = \frac{53 + 135}{2} = 94 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}.$$

$$20) \text{ Критерий } \frac{\alpha S}{\lambda_\theta} = \frac{94 \cdot 0,115}{8,8} = 1,23.$$

$$21) \text{ Функция } \Phi_{11} = \frac{680 - 750}{20 - 750} = 0,096.$$

$$22) \frac{a \tau_1}{S^2} = 2,2 \text{ (из рис. 28 по } \frac{\alpha S}{\lambda_\theta} = 1,23 \text{ и } \Phi = 0,096).$$

23) Продолжительность нагрева

$$\tau_1 = \frac{2,2 \cdot 0,115^2}{0,039} = 0,74 \text{ часа (из п. 22).}$$

$$24) \Phi_c = 0,18 \text{ (из рис. 29 при } \frac{a \tau_1}{S^2} = 2,2 \text{ и } \frac{\alpha S}{\lambda_\theta} = 1,23).$$

$$25) t_c = 750 + (20 - 750) \cdot 0,18 = 620^\circ \text{ [см. (V-4)].}$$

$$26) \Delta t = 680 - 620 = 60^\circ.$$

Второй период (выдержка).

$$27) \alpha = 10 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad a_2 = 0,0345 \text{ м}^2/\text{час}.$$

$$28) \alpha = 135 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}.$$

$$29) \frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{135 \cdot 0,115}{10} = 1,46.$$

$$30) \text{ Функция } \Phi_c = \frac{680 - 750}{680 - 750 - 0,7 \cdot 60} = 0,625.$$

$$31) \frac{a\tau}{S^2} = 0,85 \text{ (из рис. 29 при } \frac{\alpha S}{\lambda} = 1,46 \text{ и } \Phi_c = 0,525).$$

32) Время выдержки

$$\tau_2 = \frac{0,65 \cdot 0,115^2}{0,0345} = 0,25 \text{ (из п. 31)}.$$

$$33) \Phi_n = 0,35 \text{ (из рис. 28 при } \frac{\alpha S}{\lambda} = 1,46 \text{ и } \frac{a\tau}{S^2} = 0,65).$$

$$34) t_n = 750 + (680 - 750 - 0,7 \cdot 60) 0,35 = 710^\circ.$$

35) Общая продолжительность

$$\tau = 0,675 + 0,25 = 0,925 \text{ час}.$$

Окончательные результаты:

перед началом выдержки температура поверхности пакета равна 680° ,
а температура середины 620° ;
после выдержки на поверхности 709° , в середине 680° .

Аналогичным методом была определена продолжительность отжига углеродистых и легированных труб разных диаметров и толщины стенки, при различном количестве рядов. Произведенные расчеты показали, что общая продолжительность отжига увеличивается с увеличением толщины стенки, диаметра и количества рядов.

Далее была сделана экспериментальная проверка полученных данных путем наблюдений за 32 пакетами сталей различных марок и размеров.

На основании сопоставления расчетных и экспериментальных данных была составлена новая технологическая инструкция, в которой приведены данные о продолжительности выдержки пакетов с момента достижения на поверхности нижнего предела температур отжига (см. табл. 18 приложений)¹.

По согласованию с заводскими работниками продолжительность первого периода нагрева была исключена из инструкции ввиду непостоянства теплового режима печей. Более удобным оказалось определять начало выдержки непосредственным замером температур верхнего ряда пакета.

¹ Расчеты и наблюдения были выполнены лабораторией нагрева НИТИ (М. М. Бернштейн).

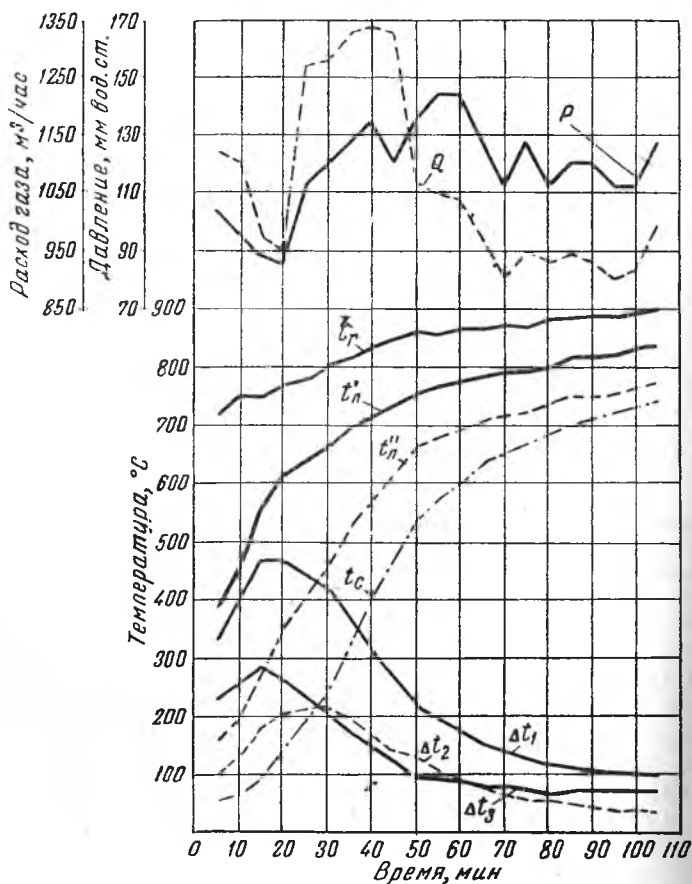


Рис. 173. Нагрев трубных пакетов в заводской отжигательной печи

Q — расход газа; P — давление газа; t_r — температура печи; t'_n — температура поверхности пакета сверху; t''_n — температура пакета снизу; t_c — температура середины пакета

$$\Delta t_1 = t'_n - t_c; \quad \Delta t_2 = t''_n - t_c;$$

$$\Delta t_3 = t'_n - t''_n$$

Инструкция была утверждена дирекцией завода и внедрена в июне 1944 г., в результате чего было достигнуто увеличение производительности и улучшение качества отжига.

На одном из южных заводов СССР лабораторией нагрева НИТИ были проведены наблюдения за нагревом трубных пакетов. Заводская инструкция по ведению отжига холоднотянутых труб представляет собою таблицу продолжительности выдержки в зависимости от толщины стенки труб, количества рядов в пакете, марки стали и вида термической обработки (промежуточный и готовый отжиг). В этой же таблице приведены конечные температуры отжига и температуры печи в зависимости от марки стали. Кроме того, в инструкции приводится несколько правил пользования этой таблицей. Для измерения температур по сечению пакета были изготовлены три хромель-алюмелевые термомпары длиной 4 м. Результаты наблюдений над отжигом пакетов, состоявших из 7 рядов труб размером 12×3 и $38 \times 2,5$ мм, изображены на рис. 173.

Набор труб в пакеты, в зависимости от диаметра и количества их, различный; трубы большего диаметра и с большей кривизной укладываются неплотно, с большими зазорами и неопределенной формы; пакеты труб меньшего диаметра имеют более плотную упаковку. От плотности укладки труб в пакете зависит продолжительность нагрева, выдержки и перепады температур по сечению. На заводе часто практикуется отжиг сдвоенных пакетов, состоящих из труб, близких по размерам.

Значительное ускорение процесса отжига при минимальной потере с окалиной может быть получено в печах для непрерывного скоростного нагрева труб.

5. Баллонный отжиг труб

Для предохранения труб от окисления отжиг готовых труб производится в баллонах, т. е. в трубах диаметром 350 мм со стенкой 12 мм и длиной 9 м. Один конец баллона закрывают, сплющивая его, через другой конец закладывают трубы, после чего баллон закрывают крышкой и замазывают глиной. Количество труб, загружаемых в один баллон, зависит от диаметра, толщины стенки, длины труб и кривизны их.

Разработанная нами методика теоретического расчета нагрева труб в баллонах также основана на определении эквивалентных коэффициентов теплопроводности и температуропроводности, сущность которого заключается в следующем:

Если d — диаметр трубы, S — толщина стенки трубы, D — диаметр баллона, S_1 — толщина его стенки,

то живое сечение баллона будет

$$\frac{\pi(D - 2S_1)^2}{4},$$

и так как на площади сечения пакета ($1 \times 1 \text{ м}^2$) размещается количество труб, равное $\frac{1}{d^2}$, то количество труб, заполняющих один баллон, составит:

$$n' = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{(D - 2S_1)^2}{d^2}.$$

Поскольку практически баллон заполняется приблизительно наполовину своего живого сечения, то действительное количество труб в одном баллоне

$$n \approx 0,4 \frac{(D - 2S_1)^2}{d^2}. \quad (\text{XIX—13})$$

Тогда площадь сечения, занимаемая металлом труб, будет

$$0,4\pi(d - S)S \frac{(D - 2S_1)^2}{d^2}.$$

Площадь сечения, занимаемая промежутками

$$f_{\text{пр}} = \frac{\pi D^2}{4} - \pi(D - S_1)S_1 - 0,4\pi(d - S)S \frac{(D - 2S_1)^2}{d^2}$$

и «пористость» баллона

$$\rho_1 = 1 - \frac{1,6(d - S)S(D - 2S_1)^2}{d^2 \cdot D^2} - \frac{4(D - S_1)S_1}{D^2}. \quad (\text{XIX—14})$$

На рис. 171 вверху построена дополнительная часть номограммы, позволяющая определять значение ρ_1 в зависимости от d и S для баллонов определенных размеров ($D = 350 \text{ мм}$ и $S_1 = 12 \text{ мм}$) и отсюда по значению ρ_1 находить эквивалентную теплопроводность баллона, заполненного трубами.

Рассматривая эту номограмму, можно видеть, что эквивалентная теплопроводность баллона, заполненного трубами, увеличивается с увеличением толщины стенки и с уменьшением диаметра труб.

Объемный вес баллона, заполненного трубами

$$\gamma_0 = \left[\frac{1,6(d - S)S(D - 2S_1)^2}{d^2 D^2} + \frac{4(D - S_1)S_1}{D^2} \right] \gamma_c \quad (\text{XIX—15})$$

или

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_0}{\gamma_c} = 1,6 \left(\frac{S}{d} - \frac{S^2}{d^2} \right) \left(1 - 4 \frac{S_1}{D} + 4 \frac{S_1^2}{D^2} \right) + \\ + 4 \left(\frac{S_1}{D} - \frac{S_1^2}{D^2} \right), \end{aligned} \quad (\text{XIX—15a})$$

где γ_c — удельный вес металла труб.

Значения $\frac{\gamma_0}{\gamma_c}$ в зависимости от отношений $\frac{S}{d}$ и $\frac{S_1}{D}$ приведены на рис. 174, на котором можно видеть, что объемный вес баллона, заполненного трубами, увеличивается с увеличением

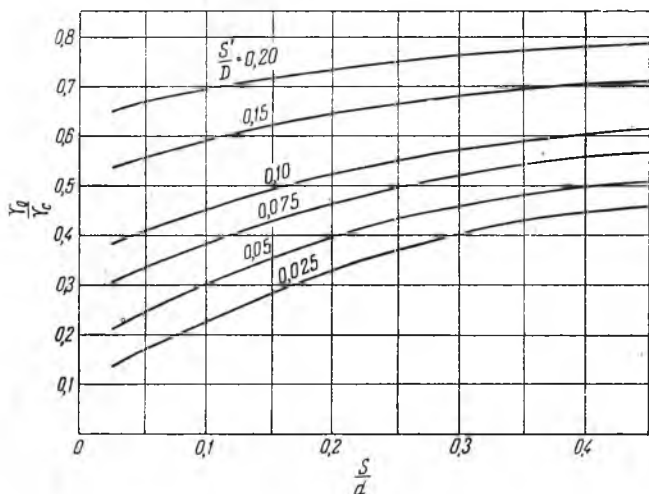


Рис. 174. Объемный вес баллона, заполненного трубами, в зависимости от диаметра и толщины стенки труб и баллонов

толщины стенки и с уменьшением диаметра труб. Кроме того, объемный вес баллона увеличивается с увеличением толщины стенки и с уменьшением диаметра баллона.

Повышенные требования, предъявленные к качеству труб специального назначения, вызвали необходимость восстановления стопроцентного отжига готовых труб в баллонах на одном из заводов Урала.

С этой целью была поставлена задача — на основе теоретических расчетов и проверки в производственных условиях разработать режим отжига труб в баллонах¹.

Печи для отжига готовых труб представляют собою сдвоенные печи камерного типа, отапливаемые торфяным генераторным газом высокого давления. Длина рабочего пространства 10,5 м, ширина 1,7 м; по длине печи установлено 15 инжекционных горелок производительностью по 60 м³ в час каждая. В печи располагаются три баллона.

¹ Работа была выполнена сотрудниками НИТИ Т. Ф. Грушевой и Р. Л. Сойфер.

Вначале были проведены наблюдения за существующим режимом отжига, для чего были специально изготовлены хромель-алюмелевые термопары длиной 4,5 м с двумя спаями для измерения температуры внутри баллона — у середины и у переднего конца его. Во время наблюдений фиксировались температуры печи, поверхности, середины баллона, продолжительность отжига, давление газа. В результате наблюдений были получены исходные данные, необходимые для проведения расчетов.

Было установлено, что максимальная разность температур поверхности и середины баллона во время выдержки равна 50° , перепад температур между передним концом и серединой (внутри баллона) равен $30\text{--}60^{\circ}$.

Для теоретического определения продолжительности отжига был принят двухступенчатый график: нагрев до температуры 680° на наружной поверхности баллона и выдержка до достижения температуры 680° внутри баллона.

По изложенным выше методам были проведены расчеты нагрева и выдержки для труб диаметром 10, 20, 30, 50 и 75 мм с толщиной стенки $S=1, 3$ и 5 мм. Результаты расчетов показали, что *продолжительность нагрева и выдержки увеличивается с уменьшением диаметра и с увеличением толщины стенки трубы*. Увеличение степени заполнения баллона также увеличивает продолжительность нагрева и выдержки баллона. Сравнение расчетных данных с экспериментальными показало довольно близкое совпадение их.

На основе всех полученных данных была разработана технологическая инструкция по отжигу готовых труб в баллонах (см. табл. 19 приложений).

Предложенная инструкция была внедрена на заводе, в результате чего кроме упорядочения процесса отжига, было достигнуто увеличение производительности на 20%, сокращение расхода газа на 20—25%, а самое главное — завод избавился от необходимости замера температур внутри баллона с помощью длинных термопар, так как инструкция вполне обеспечивает качественный отжиг труб путем контроля за температурами наружной поверхности баллона.

Глава XX

Нагрев в тонколистовом производстве

1. Особенности нагрева сутунок и пакетов

Нагрев металла в тонколистовом производстве имеет ряд особенностей, обусловленных как требованиями, предъявляемыми к готовой продукции, так и характером технологического процесса.

Как известно, помимо определенного химического состава металл для жести, автолиста и других видов тонкого листа должен отличаться однородностью и плотностью, а поверхность листа должна быть ровной, чистой и гладкой, без каких бы то ни было изъянов и пороков.

Отличительной особенностью процесса горячей обработки тонкого листа является, во-первых, большая поверхность обрабатываемого изделия, во-вторых, многократность нагревов, и, в-третьих, низкая температура технологического процесса.

Нагрев слитков для прокатки сутунок незначительно отличается от обычного нагрева слитков в методических печах. Хотя производство сутунок не всегда сосредоточено на заводах тонколистового производства, однако эта стадия нагрева важна с точки зрения влияния ее на последующие этапы производства.

Наибольшее значение для окончательных результатов производства имеет нагрев сутунок и пакетов. Для получения надлежащего качества этот нагрев должен обеспечить:

- 1) определенную температуру и равномерность нагрева;
- 2) минимальное окисление металла;
- 3) минимальное загрязнение поверхности металла.

С целью уменьшения степени окисления большой поверхности металла прокатка сутунок и пакетов ведется при минимально допускаемых температурах (800—850°). Низкая температура не только способствует уменьшению образования окалины во время нагрева и прокатки, но и дает возможность поддерживать восстановительную атмосферу в печи за счет неполноты горения. В печах новейших конструкций, работающих с минимальным избытком воздуха, можно допустить более высокие температуры, однако необходимо иметь в виду окисление металла во время прокатки под действием атмосферного воздуха, что лимитирует повышение температуры прокатки.

Совершенно очевидно, какое громадное значение для качества готового изделия имеет равномерность нагрева сутунок и пакетов по толщине и поверхности. Условия нагрева в печи должны быть таковы, чтобы на поверхности металла образовался тонкий и равномерный слой окалины для уменьшения слипания листов во время прокатки и облегчения раздирки листов, что способствует

ет уменьшению брака по сварке. Значительное и неравномерное окисление приводит к образованию пороков на поверхности листов (например, «рябина») ¹. Борьба с окалиной — повседневная забота листопроекатчиков. Уменьшение окалины достигается не только надлежащим режимом работы печей, но и путем удаления уже образовавшейся окалины (механическим способом или травлением сутунок).

Загрязнение металла, приводящее к образованию порока под названием «печная земля», происходит вследствие попадания во время нагрева на поверхность металла кусочков топлива, кирпича, глины, пыли и т. п.

Для удовлетворения всех перечисленных требований заводская практика выработала соответствующие конструкции печей и их режим работы. Помимо определенного температурного режима, печи должны работать с минимальным избытком воздуха, с положительным давлением, т. е. с минимальным присосом воздуха.

В сутуночных и пакетных печах наиболее старого типа — камерных на твердом или газообразном топливе — сутунки укладываются плашмя, стопками или вертикально.

К числу современных сутуночных печей относятся методические толкательные печи на газообразном топливе, а также прямочные печи.

В методических печах, которые были построены на Новомосковском жестекатальном заводе ², сутунки, уложенные по всей длине печи на ребро, передвигались толкателем навстречу потоку газов. Перед окном выдачи сутунки укладывались плашмя с целью окончательного выравнивания температур; полезная длина печи равнялась 9 м, ширина 1,1 м. Печи были оборудованы лобовыми, боковыми и подподовыми инжектирующими горелками беспламенного горения, работавшими на генераторном газе. Благодаря совершенному смешению газа с воздухом процесс горения происходил при самом незначительном количестве свободного кислорода и при полном отсутствии окиси углерода. Для нагрева пакетов применялись камерные печи также с беспламенным сжиганием газа.

В прямочных печах продукты горения движутся в одном направлении с сутунками, второй ход продуктов горения происходит под сутунками навстречу им. Преимущество этого типа печей состоит в том, что наиболее горячие газы соприкасаются с более холодными сутунками; таким образом, значительно ускоряется процесс нагрева (для сутунок это, безусловно, допус-

¹ Н. Ю. Тайц и М. И. Щепак и др., Исследование причин образования рябины на жести, Домез, 1934, № 6.

² Подробное описание этих печей дано в статье А. И. Виткина, Домез, 1933, № 11—12.

тимо). Кроме того, температура сутунок при выдаче их из печи никогда не превосходит температуры газов в конце печи, что устраняет опасность пережога. Сутунки здесь также расположены на ребро и перемещаются толкателем. Существенным недостатком этих печей является ограниченная производительность, так как длина их не превышает 5 м, при большей длине температура газов у места выдачи может оказаться меньше необходимой температуры выдачи.

Наконец, незадолго до войны появились новые конструкции сутуночных и пакетных печей. Особенностью этих печей является то, что сутунки укладываются плашмя по одной штуке и перемещаются посредством цепного транспортера. Сжигание газа производится в специальных камерах, куда подводится газ и воздух, а продукты горения поступают в печь через просветы решетчатой перегородки. Печи эти оборудованы автоматическими регуляторами; движение печных конвейеров и выдача металла также автоматизированы в полном соответствии с работой прокатного стана.

2. Методы расчетов

Из краткого рассмотрения существующих конструкций сутуночных и пакетных печей можно заключить, что на заводах встречаются три способа расположения сутунок в печах: 1) горизонтальное в одиночку, 2) горизонтальное стопками, 3) вертикальное рядами.

Определение температуры и продолжительности нагрева отдельных сутунок может быть произведено по формулам (XIX—2) и (XIX—3), либо другими из вышеизложенных методов, что не вызывает особых затруднений. Сутунки, расположенные стопками, следует рассматривать как анизотропное тело в форме прямоугольного параллелепипеда, имеющее различные коэффициенты теплопроводности в разных направлениях. Для расчетов температуры и продолжительности нагрева такого тела необходимо предварительно определить эквивалентные коэффициенты теплопроводности в разных направлениях.

Пусть Δ — полная толщина стопки;

S_c — толщина сутунки;

S_n — толщина зазора между двумя соседними сутунками;

λ_c — коэффициент теплопроводности сутунок;

λ_n — коэффициент теплопроводности промежутков между ними;

n — число сутунок в стопке.

Тогда, согласно главе IX (стр. 172), эквивалентные коэффициенты теплопроводности в направлении, перпендикулярном

слоям, и в направлении, параллельном слоям, будут соответственно:

$$\lambda_s = \frac{\Delta}{n \frac{S_c}{\lambda_c} + (n-1) \frac{S_n}{\lambda_n}}; \quad (XX-1)$$

$$\lambda_p = \frac{n S_c \lambda_c + (n-1) S_n \lambda_n}{\Delta} \quad (XX-2)$$

Эти же формулы могут быть применены для расчета нагрева пакетов.

Наконец, при нагреве сутунок в методических толкательных печах расчет ведется обычным порядком.

Пример 1. Сутунки размером $730 \times 180 \times 8$ мм нагреваются в камерной печи стопками по 20 шт. Определить температуры верхней и нижней сутунки через $\tau = 10$ мин. = 0,167 часа после посадки, если температура печи $t_r = 900^\circ$, а начальная температура металла $t^0 = 20^\circ$.

Решение. Принимая толщину прослоек между сутунками и $S_n = 0,5$ мм, находим толщину стопки

$$\Delta = S = 20 \cdot 0,008 + 19,0 \cdot 0,0005 = 0,1695 \text{ м (нагрев односторонний)}.$$

Ширина стопки $B = 0,09$ м, длина $L = 0,365$ м.

1) Физические константы в направлении S .

Принимаем коэффициенты теплопроводности: для металла $\lambda_c = 50$, для воздушных прослоек $\lambda_n = 0,029$ кал/м·час·°С.

Тогда, согласно формуле (XX-1),

$$\lambda_s = \frac{0,1695}{20 \cdot \frac{0,008}{50} + 19 \cdot \frac{0,0005}{0,029}} = 0,51 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{С}.$$

Если принять удельный вес металла $\gamma_c = 7810$ кг/м³, а газа, заполняющего прослойки, $\gamma_n = 0,65$ кг/м³, то вес стопки будет равен:

$$\gamma_s = \frac{(20 \cdot 0,008) \cdot 7810 + (19,0 \cdot 0,0005) \cdot 0,65}{(20 \cdot 0,008) + (19 \cdot 0,0005)} = 7400 \text{ кг/м}^3.$$

Коэффициент температуропроводности

$$a_s = \frac{0,51}{0,167 \cdot 7400} = 0,0004 \text{ м}^2/\text{час}.$$

2) Физические константы в направлениях B и L (согласно формуле XX-2):

$$\lambda_{B,L} = \frac{20 \cdot 0,008 \cdot 50 + 19 \cdot 0,0005 \cdot 0,029}{0,1695} = 47 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{С},$$

$$a_{B,L} = \frac{47}{0,167 \cdot 7400} = 0,038 \text{ м}^2/\text{час}.$$

3) Коэффициент теплоотдачи принимаем равным

$$\alpha = 98 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{С}.$$

4) Критерии вычисляются равными

$$\frac{a_S \tau}{S^2} = \frac{0,00040 \cdot 0,167}{0,1695^2} = 0,0023; \quad \frac{\alpha S}{\lambda_S} = \frac{98 \cdot 0,1695}{0,51} = 31,3;$$

$$\frac{a_B \tau}{B^2} = \frac{0,038 \cdot 0,167}{0,09^2} = 0,783; \quad \frac{\alpha B}{\lambda_B} = \frac{98 \cdot 0,09}{47} = 0,188;$$

$$\frac{a_L \tau}{L^2} = \frac{0,038 \cdot 0,167}{0,365^2} = 0,046; \quad \frac{\alpha L}{\lambda_L} = \frac{98 \cdot 0,365}{47} = 0,76.$$

Дальнейшее решение аналогично приведенному в примере 3 главы V (стр. 108).

5) Температурные функции 1:

$$\Phi_x(0,0023; 31,3; 1) = 0,37; \quad \Phi_y(0,783; 0,188; 1) = 0,80;$$

$$\Phi_z(0,046; 0,76; 1) = 0,83 \text{ (для поверхности);}$$

$$\Phi_x(0,0023; 31,3; 0) = 1; \quad \Phi_y(0,783; 0,188; 0) = 0,90;$$

$$\Phi_z(0,046; 0,76; 0) = 0,99 \text{ (для середины).}$$

6) а) Температура середины верхней сутунки согласно формуле (V-17):

$$t'_c = 900 + (20 - 900) \cdot 0,37 \cdot 0,90 \cdot 0,99 = 660^\circ.$$

б) температуры углов верхней сутунки

$$t'_n = 900 + (20 - 900) \cdot 0,37 \cdot 0,80 \cdot 0,83 = 684^\circ.$$

в) температура середины нижней сутунки

$$t''_c = 900 + (20 - 900) \cdot 1,0 \cdot 0,90 \cdot 0,99 = 120^\circ.$$

г) температуры углов нижней сутунки

$$t''_n = 900 + (20 - 900) \cdot 1,0 \cdot 0,80 \cdot 0,83 = 315^\circ.$$

д) наибольшая разность температур в стопке

$$\Delta t_m = 684 - 120 = 564^\circ.$$

¹ При малых значениях критериев $\frac{\alpha \tau}{S^2}$ функции определяются не из рис. 28 и 29, а из рис. 45, 46, 47, 48 или таблицы 6 приложения.

Глава XXI

Нагрев в кузнечных и термических печах**1. Особенности нагрева в кузнечных печах**

Кузнечные печи предназначены для нагрева металла перед ковкой, штамповкой, прессованием и т. д.

Одной из особенностей кузнечного производства является большое разнообразие размеров обрабатываемого металла, вес которого изменяется от нескольких десятков граммов до 250 т. Поэтому конструкции и размеры кузнечных печей также отличаются большим разнообразием.

Печи кузнечного производства удобно классифицировать по размерам на печи малые, средние и большие.

В малых кузнечных печах и горнах нагреваются мелкие заготовки и изделия весом до нескольких килограммов. Сюда относятся открытые, полуоткрытые и закрытые горны, вращающиеся газовые горны для болтов или заклепок, щелевые печи, печи с вращающимся подом, небольшие камерные печи, отапливаемые твердым, жидким или газообразным топливом.

Кузнечные печи средних размеров предназначены для нагрева заготовок и слитков весом до 1 т. Это наиболее распространенные печи, встречающиеся на машиностроительных и металлообрабатывающих заводах. К этой категории относятся камерные печи различных конструкций, методические печи с толкателями, конвейерные печи, печи с шагающими подами, кольцевые и круглые печи с вращающимися подами и т. п.

Из главнейших конструкций больших кузнечных печей следует отметить:

1) регенеративные камерные печи (рис. 175), напоминают мартеновские печи, но отличаются от них формой пода и размерами;

2) регенеративные печи с выдвижным подом (рис. 176). Эти печи предназначены для индивидуального нагрева крупных слитков весом до 250 т. Благодаря тангенциальному расположению газовых горелок и размещению слитков на высоких подставках происходит равномерное обтекание слитка печными газами. Существуют также печи с выдвижным подом, снабженные рекуператорами, а также и без подогревателей, работающие на высококалорийном газе (рис. 177). Расположение горелок здесь такое же. Кроме того, встречаются нагревательные колодцы и методические печи. Для нагрева крупных слитков в кузнечном производстве эти последние конструкции имеют меньшее распространение.

Нагрев стали перед ковкой ведется до более высокой температуры, чем при термообработке, но несколько более низкой, чем перед прокаткой. Соображения о температурах нагрева, изложенные в главе XV (стр. 258—263), в равной мере относятся и

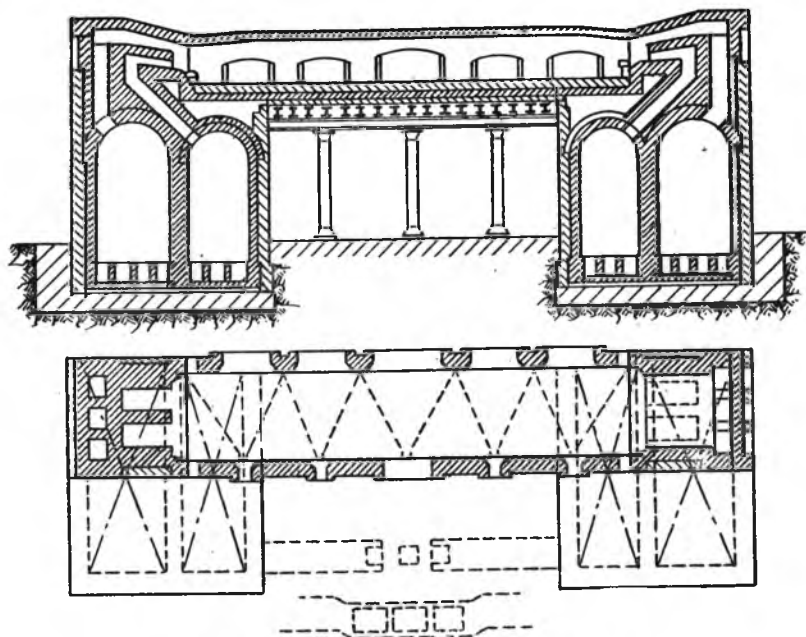


Рис. 175. Камерная регенеративная печь

к кузнечному производству. В табл. 19 приводятся данные Н. А. Минкевича о критических точках, температурахковки, отжига, нормализации и закалки стали с разным содержанием углерода.

На основании практических данных можно принять, что максимальная температураковки на $150\text{--}200^\circ$ меньше линии солидуса на диаграмме плавкости, характеризующей температуры затвердевания стали.

По данным проф. Губкина, температура концаковки малых и средних поковок из доэвтектоидных сталей на $25\text{--}50^\circ$ больше точки A_{r3} , для изделий более сложной формы из тех же сталей — на $50\text{--}100^\circ$ больше A_{r3} . Температура концаковки¹ для

¹ К. Ф. Неймайер, Ковка, штамповка и оборудование кузнечных цехов, Металлургиздат, 1945.

эвтектоидных сталей на $25\text{--}50^\circ$ больше A_{T3} , для заэвтектоидных сталей на $50\text{--}75^\circ$ больше A_{T3} .

Как правило, нагрев в кузнечных печах при прочих равных условиях совершается быстрее, чем в печах прокатных. Это, по-видимому, можно объяснить тем, что чаще всего нагрев поковок

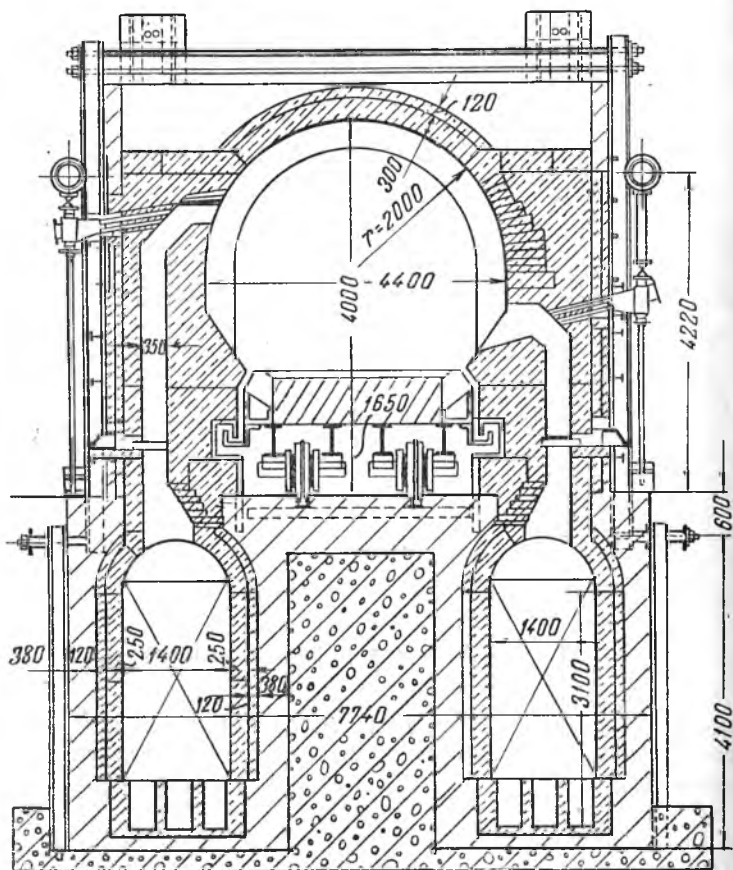


Рис. 176. Регенеративная печь с выдвижным подом

совершается в камерных печах с индивидуальным расположением крупных изделий, а методические печи здесь короче и поэтому имеют более высокие температуры в месте посадки. Кроме того, технологияковки допускает меньшую равномерность нагрева и меньшую температуру, чем продольная прокатка, и тем более геликоидальная прокатка.

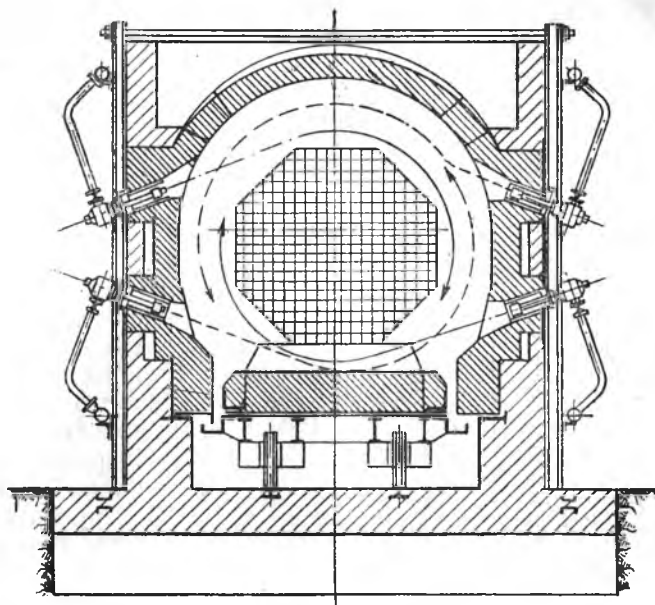


Рис. 177. Печь с выдвижным подом без подогревателей воздуха и газа

Таблица 19

Приблизительные критические точки и температурыковки, отжига, нормализации и закалки углеродистой стали
(Н. А. Минкевич)

Содержание С%	Критическая точка °С		Нормальный нагрев для ковки ¹ , °С	Пределы нагрева, °С		
	Ас ₁	Ас ₃		для отжига	для нормализации	для заковки
0,10	725	875	1200	900—916	920—950	—
0,2	725	835	1150	850—860	870—885	850—860
0,4	725	780 (Ас _{1—3})	1150	800—820	830—855	800—820
0,6	725	750 "	1100	770—790	800—820	770—790
0,8	725	735 "	1000	750—770	780—800	750—770
0,9	725	725 "	1000	740—760	770—785	740—760
1,0	725	800 (Ас _т)	950	740—760	830—855	740—760
1,2	725	895 "	950	740—760	900—930	740—760
1,3	725	935 "	950	740—760	920—950	740—760
1,5	725	995 "	950	740—760	950—1000	740—760

¹ Для прокатки сталь обычно нагревают выше, приблизительно на 50—75°, чем дляковки.

2. Нормы продолжительности нагрева в кузнечных печах

Методы расчетов нагрева в кузнечных печах те же, что и в печах прокатного производства.

Следует, однако, отметить, что в кузнечном производстве больше всего занимаются разработкой норм продолжительности нагрева, которых существует довольно много. Это объясняется

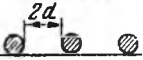
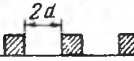
Расположение заготовок	Время нагрева, ч	Расположение заготовок	Время нагрева, ч
	1		1
	1		1,4
	2		4
	1,4		2,2
	1,3		2
			1,8

Рис. 178. Влияние расположения заготовок на поду на скорость нагрева

не только разнообразием размеров изделий и конструкций кузнечных печей, но также и тем, что нормированиековки и штамповки целиком и полностью связано с нормированием нагрева. С другой стороны, вследствие недостаточной производительности печей часто наблюдается снижение производительности кузнечно-штамповальных цехов.

Большие экспериментальные работы по исследованию скорости

нагрева стали в кузнечных печах были проведены в ЦНИИТМАШ и на заводе «Красное Сормово». Одна из работ имела своей целью установить влияние расположения нагреваемых заготовок в печи на скорость нагрева¹. Для этого заготовки из углеродистой стали (круглые диаметром 60 мм и квадратные толщиной 60 мм при длине 500 мм) нагревались в газовой печи с диффузионной горелкой. По оси заготовок через отверстия диаметром 7 мм устанавливались платино-платинородиевые термомпары, с помощью которых измерялась температура образцов, одновременно производились измерения температуры печи, которая поддерживалась на уровне 1200°.

Принимая продолжительность нагрева одиночной заготовки, расположенной на подставках и омываемой со всех сторон газом, за единицу, получили коэффициенты для всех остальных случаев расположения (рис. 178). Из данных, приведенных на рисунке, можно видеть, что наибольшая продолжительность нагрева

¹ В. Ф. Копытов и П. В. Сорокин, Теория и практика металлургии, 1936, № 7.

ва получается для непрерывного ряда заготовок и что с увеличением расстояния между ними до половины их толщины скорость нагрева значительно увеличивается, тогда как при дальнейшем увеличении зазора скорость нагрева увеличивается менее заметно¹.

На основании экспериментальных исследований, проведенных в печной лаборатории ЦНИИТМАШ В. И. Соколовым под руководством В. Ф. Копытова, техническим советом НКТМ были разработаны нормативы по нагреву кованных и катаных кузнечных заготовок.² Эти нормативы представлены в виде таблиц времени нагрева круглых и квадратных заготовок диаметром или толщиной от 10 до 100 мм через каждые 10 мм. В таблицах предусмотрены: нагрев при температурах рабочего пространства 1100, 1200, 1300 и 1400°, изменение температуры стали от 15 и 700° до конечной температуры 1050, 1100 1350°, расположение заготовок одиночное, на расстоянии толщины, половины толщины и вплотную.

В таблицах указано время нагрева для обычной конструкционной углеродистой стали; для сталей инструментальных углеродистых и для среднелегированных время нагрева удлиняется на 25—50%, для высоколегированных конструкционных и инструментальных сталей — на 50—100%. В нормативах предусмотрено также влияние длины заготовок по следующим данным:

При отношении длины заготовки к линейному размеру сечений	Коэффициент сокращения вре- мени нагрева
3 и выше	1
2	0,98
1,5	0,92
1,0	0,71

Время нагрева, указанное в таблицах, подтверждается расчетными данными.

На основании исследовательских работ, проведенных в ЦНИИТМАШ³, и других экспериментальных данных Н. Н. До-

¹ Следует, в то же время, иметь в виду, что при более разреженном расположении заготовок количество металла, одновременно находящегося в печи, уменьшается; это обстоятельство снижает эффект, получаемый от более быстрого нагрева каждой заготовки.

² Нормативы по нагреву кованных и катаных кузнечных заготовок, Машгиз, 1941.

³ Н. Н. Доброхотов, Т. Я. Дуев и П. В. Сорокин, НИИМАШ, 1934, № 3.

брыхотов предложил следующую формулу для определения времени нагрева стальных изделий до температурыковки в пламенных печах¹,

$$\tau = KD\sqrt{D}, \quad (\text{XXI—1})$$

где τ — время нагрева от 0 до 1200°, час.;

D — толщина тела, m (для круглого сечения — диаметр, для прямоугольного или квадратного — толщина);

K — коэффициент, равный 10 для железа и мягкой стали и 20 для легированной стали.

Формулой этой предусмотрен равномерный нагрев со всех сторон.

При двухстороннем нагреве время увеличивается вдвое, при одностороннем нагреве — вчетверо. В этой формуле продолжительность нагрева разбивается на два периода: от 0 до 850° и от 850 до 1200°.

Для первого периода коэффициент $K_1 = 5,0$ для мягкой стали и 13,3 для высоколегированной стали, для второго периода $K_2 = 5,0$ для мягкой стали и 6,7 для высоколегированной стали. С помощью этой формулы легко вычислить время нагрева при указанных условиях нагрева.

Проанализируем формулу Н. Н. Доброхотова на основе выведенных ранее решений для случая цилиндра бесконечной длины ($K = 0,25$). Согласно формуле (XV—12), для первого периода нагрева мягких сталей, будем иметь:

$$5 \cdot (2S)^{1,5} = \frac{0,25S^2}{a_1 \Delta t_1} \cdot 850,$$

откуда разность температур

$$\Delta t_1 = \frac{15,0 \sqrt{S}}{a_1}. \quad (\text{XXI—2})$$

Разность температур в конце второго периода (стр. 280).

$$\Delta t_2 = \frac{0,25S^2}{5(2S)^{1,5} a_2} (1200 - 850) = \frac{6,25 \sqrt{S}}{a_2}. \quad (\text{XXI—3})$$

Точно так же для высоколегированной стали разность температур

$$\Delta t_1 = \frac{0,25S^2}{13,3(2S)^{1,5} a_1} 850 = \frac{5,64 \sqrt{S}}{a_1}; \quad (\text{XXI—4})$$

$$\Delta t_2 = \frac{0,25 S^2}{6,7(2S)^{1,5} a_2} (1200 - 850) = \frac{4,6 \sqrt{S}}{a_2}. \quad (\text{XXI—5})$$

¹ Н. Н. Доброхотов, НИИМАШ, 1933, № 8, В. Ф. Копытов и М. В. Сорокин, Теория и практика металлургии, 1936, № 7.

Таким образом по формуле Н. Н. Доброхотова разность температур по сечению слитка увеличивается с увеличением толщины, что соответствует практическим условиям.

Нормы нагрева в кузнечных печах, рекомендуемые разными авторами и принятые на заводах, отличаются большим разнообразием, что объясняется разнообразием конструкций печей и условий нагрева.

Поэтому для установления режима нагрева в кузнечных печах правильнее пользоваться методами, изложенными в главах XV, XVI и XVII; при этом для особо крупных слитков необходимо вводить выдержку в момент посадки до достижения максимальной разности температур по сечению (стр. 98).

Для мелких заготовок определение скорости нагрева сводится к вычислению продолжительности нагрева по заданной температуре печи.

3. Особенности нагрева при термической обработке

Термическая обработка стали является последней стадией всего процесса тепловой обработки от слитка до готового изделия и весьма сильно влияет на качество последнего.

Однако многие свойства стали зависят не только от режима термической обработки, но и от условий охлаждения слитка после разлива, а также и от дальнейших нагревов и охлаждений стали, сопровождающих процессы обработки металла давлением.

К процессам термической обработки относятся: закалка, отпуск, отжиг, нормализация, цементация.

В нашу задачу не входит рассмотрение всех этих процессов с точки зрения структурных изменений и превращений или изменения свойств стали. Мы имеем в виду освещение вопроса с теплотехнической точки зрения.

Обычно процесс термической обработки состоит из периода нагрева, выдержки и охлаждения (рис. 179, а). Иногда термообработка ведется по многоступенчатому графику, состоящему из нескольких ступеней нагревов, выдержек и охлаждений (рис. 179, б и 180). Сравнивая нагрев при термической обработке с нагревом при горячей механической обработке, необходимо отметить следующие особенности.

Наивысшая температура, до которой обычно нагревается сталь при термической обработке, несколько превышает верхнюю критическую точку A_{c3} . В прокатных и кузнечных печах наивысшая температура нагрева стали значительно превосходит точку A_{c3} (исключая высокоуглеродистые стали — см. табл. 19).

Таким образом, первая особенность нагрева при термообработке, отличающая ее от нагрева при горячей механической об-

работке, это более низкая температура нагрева стали.

Вторая особенность термообработки — наличие ярко выраженного периода выдержки. Нагрев в прокатных и кузнечных

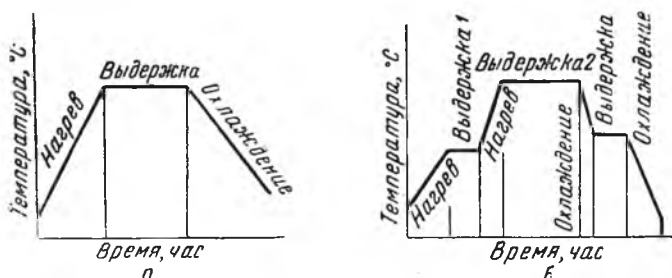


Рис. 179. График термообработки

печах также может сопровождаться выдержками, но здесь они менее заметны, и продолжительность их обычно значительно меньше, чем при термической обработке.

Наконец, в процессы термообработки входят также периоды охлаждения, играющие, как известно, весьма существенную роль для образования той или иной структуры и свойств.



Рис. 180. Режим термообработки вала

Режим термообработки обычно устанавливается на основании данных практики по существующим нормам или же по эмпирическим формулам, указывающим следующие данные:

1) количество ступеней нагревов, выдержек и охлаждений и конечные температуры в каждой ступени;

2) скорость нагрева в каждой ступени, выраженная во времени, потребном на единицу толщины изделия, либо в виде повышения температуры тела в единицу времени;

3) продолжительность выдержки, выраженная в часах или же во времени, потребном на единицу толщины, либо в виде доли от продолжительности нагрева;

4) способ охлаждения изделия с указанием охлаждающей среды и конечной температуры охлаждения.

По данным Американского общества по термообработке (ASST), изделие из углеродистой стали рекомендуется нагревать перед закалкой со скоростью 1 час на каждые 25 мм диаметра или толщины и затем выдерживать при требуемой температуре не менее $\frac{1}{5}$ времени, потребного для нагрева¹.

Эти нормы нагрева не дают никаких указаний о степени прогрева изделий в отдельных ступенях, о выравнивании температур во время выдержки. Отсутствие этих данных затрудняет правильное ведение процесса, а часто приводит к тому, что процесс в целях предосторожности ведется с излишней затратой времени. Это замечание, в первую очередь, относится к термообработке массивных изделий, когда вопрос о распределении температур по сечению тела в каждый данный момент особенно важен.

Общий характер процесса термической обработки таков, что в каждой ступени нагрев должен совершаться с равномерной скоростью. Это обстоятельство дает возможность пользоваться при термообработке решениями, относящимися к многоступенчатому нагреву (главы III и VII).

Обычно продолжительность каждой ступени достаточно велика, и время τ удовлетворяет условиям, разрешающим применять приближенные формулы для определения температур металла, печи и теплового потока в любой ступени нагрева (стр. 57).

Пример 1. Рассмотрим режим термообработки вала для жестяного стана диаметром 830 мм и длиной 2700 мм. Состав стали: 1,14—1,6% С; 0,4—0,5% Si; 1,0—1,25% Mn; 0,5—0,75% Cr; 1,5% Ni; 0,35—0,45% Mo. Режим обработки, графически представленный на рис. 180, принят на одном из машиностроительных заводов.

Определим разность температур поверхности и оси цилиндра в каждой ступени, принимая симметричный относительно оси нагрев.

Для первой ступени скорость нагрева $C_1 = 20^\circ/\text{час}$.

Принимая $\alpha = 0,02 \text{ м}^2/\text{час}$, проверяем условие.

$$0,5 \frac{R^2}{a} = 0,5 \frac{0,415^2}{0,02} = 4,3 \text{ часа.}$$

Так как $\tau = 22$ часа, то условие $\tau \geq 0,5 \frac{R^2}{a}$ соблюдено.

¹ Справочник ASST по термообработке, ОНТИ, 1936.

Разность температур в первой ступени¹

$$\Delta t_1 = \frac{20 \cdot 0,415^2}{4 \cdot 0,02} = 43^\circ \text{ [см. (III—17)]}.$$

Выдержка во второй ступени продолжается 5 час.
из формулы (II—35) следует

$$5 = m \frac{0,415^2}{0,02},$$

Откуда $m = 0,58$ и $\delta = 0,04$ (по рис. 12), т. е. практически за 5 час. происходит полное выравнивание температур.

В конце третьей ступени нагрева, где скорость нагрева $C_3 = 20^\circ$, наибольшая разность температур Δt_3 , как вытекает из формулы (III—17), также равна 43° .

В четвертой ступени нагрева снова происходит выравнивание температур и т. д.

Из изложенного можно заключить, что обе промежуточные выдержки можно исключить (стр. 140), что дает сокращение процесса на 10 час.

Определим теперь наибольшую величину температурных напряжений, возникающих в первой ступени нагрева. Если принять модуль упругости $E = 20 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2$, а линейный коэффициент расширения $\beta = 12 \cdot 10^{-6} (^\circ\text{C})^{-1}$ то, согласно формуле (XI—27), осевое напряжение

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{0,7} \cdot \frac{CR^2}{8a} = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3}{5,6} \cdot \frac{20 \cdot 0,415^2}{0,02} = 7,4 \text{ кг/мм}^2.$$

Эта величина, хотя и полученная без учета остаточных напряжений, свидетельствует о возможности увеличения скорости нагрева при условии всестороннего и симметричного относительно оси тела подвода тепла.

4. Установление режима термообработки

Согласно упомянутым выше нормам, для нагрева под закалку требуется 1 час на каждые 25 мм толщины. Следовательно, если X — толщина тела, в метрах, то время, потребное для нагрева, будет

$$\frac{X}{0,025} \text{ часа.}$$

Согласно формуле (XV—12) будем иметь:

$$\frac{X}{0,025} = \frac{K(\mu X)^2}{a \Delta t} (t_K - t^\circ), \quad (\text{XXI—6})$$

где μ — коэффициент неравномерности нагрева (стр. 159). Из выражения (XXI—6) следует, что разность температур

$$\Delta t = 0,025 \frac{K \mu^2 X}{a} (t_K - t^\circ); \quad (\text{XXI—7})$$

¹ Достаточно большая длина цилиндра по сравнению с диаметром позволяет рассматривать тело как цилиндр бесконечно большой длины.

при этом скорость нагрева

$$C = 0,025 \frac{t_n - t^0}{X}, \quad (\text{XXI}-8)$$

т. е., если нагрев производить по указанным нормам, то разность температур по сечению тела будет увеличиваться с увеличением толщины тела, а для одной и той же толщины разность температур будет зависеть от формы тела, характеризующейся коэффициентом формы K , и в значительной мере от способа нагрева, определяемого коэффициентом μ ; так, например, при одностороннем нагреве пластины разность температур будет в 8 раз больше, чем при всестороннем нагреве цилиндра.

Отсюда вытекает, что нормы, предложенные в Справочнике ASST, нельзя считать приемлемыми. Ввиду того, что температурный режим термических печей отличается большим разнообразием, а форма и размеры обрабатываемых изделий и, наконец, марки сталей также чрезвычайно разнообразны, то для установления режима термообработки следует пользоваться методами, изложенными выше, а именно:

1. Температура выдержки определяется в соответствии с критическими точками стали.

2. Нагрев до выдержки должен состоять из двух периодов. Продолжительность первого периода ¹:

$$\tau_1 = \frac{KS^2}{a_1 \Delta t_1} (500 + \Delta t_1 - t^0), \quad (\text{XXI}-9)$$

где $\Delta t_1 = \frac{1,4\sigma}{\beta E}$ для цилиндра;

$\Delta t_1 = \frac{1,05\sigma}{\beta E}$ для пластины.

Продолжительность второго периода

$$\tau_2 = \frac{KS^2}{a_2 \Delta t_2} (t_n - 500 - \Delta t_1), \quad (\text{XXI}-10)$$

где разностью температур Δt_2 можно задаться, либо определить по температуре печи (см. XV—18). Если нагрев производится при постоянном тепловом потоке, то необходимо пользоваться формулами (XV—16) и (XV—17).

3. Наконец, время потребное для выравнивания температур

$$\tau_3 = \frac{mS^2}{a}. \quad (\text{XXI}-11)$$

¹ Эта формула применяется, если нагрев изделия производится вместе с печью. Если же изделие загружается в разогретую печь, то пользуются формулами главы V.

Подсчитанное по этой формуле время τ_3 может быть еще недостаточным для завершения структурных превращений.

4. Температура печи и тепловой поток вычисляются согласно указаниям, приведенным в главе III.

В приведенных формулах необходимо прежде всего правильно установить расчетную толщину S , которая определяется в зависимости от конструкции печи, расположения сожигательных устройств и других факторов (стр. 150).

Пример 2. Установить режим отжига прокатного валка диаметром 860 мм ($R = 0,43$ м) из хромомolibденовой стали, если нагрев производится от $t^\circ = 20^\circ$ до $t_{\text{п}} = 870^\circ$, а наивысшая температура печи $t_{\text{п}} = 950^\circ$, нагрев — симметричный относительно оси.

Для расчета принимаем следующие данные:

$$\sigma_d = 13 \text{ кг/мм}^2; \quad \beta = 13,1 \cdot 10^{-6}; \quad E = 20 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2;$$

$$\lambda_{10}^{600} = 27,4 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad a_{10}^{600} = 0,027 \text{ м}^2/\text{час};$$

$$\lambda_{600}^{900} = 25,6 \text{ кал/м} \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{C}; \quad a_{600}^{900} = 0,014 \text{ м}^2/\text{час}.$$

Решение. Определяем.

1) Допускаемая разность температур

$$\Delta t_1 = \frac{1,4 \cdot 13}{13,1 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3} = 70^\circ. \quad [\text{см. (XV—2)}]$$

2) Продолжительность I периода

$$\tau_1 = \frac{0,25 \cdot 0,43^2}{0,027 \cdot 70} (500 + 70 - 20) = 13,5 \text{ часа.} \quad [\text{см. (XV—16)}]$$

3) Разность температур во II периоде (если $\sigma_b = 3,0 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{K}^4$)

$$\Delta t_2 = \frac{3 \cdot 0,43}{2 \cdot 25,6} \left[\left(\frac{950 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{870 + 273}{100} \right)^4 \right] = 134^\circ. \quad [\text{см. (XV—18)}]$$

4) Продолжительность II периода

$$\tau_2 = \frac{0,25 \cdot 0,43^2}{0,014 \cdot 134} (870 - 500 - 70) = 7,4 \text{ часа.}$$

5) Время, потребное для выравнивания температур по сечению; принимаем $\Delta t_3 = 10^\circ$, тогда степень выравнивания температур

$$\delta = \frac{10}{134} = 0,074$$

и $m = 0,43$ (по рис. 12 для цилиндра при $\delta = 0,074$)

$$\tau_3 = 0,43 \frac{0,43^2}{0,014} = 5,7 \text{ часа.}$$

6) Допускаемая температура печи при посадке, если

$$\frac{R}{\lambda} = \frac{0,43}{27,4} = 0,0157 \text{ и } \Delta t_1 = 70^\circ$$

$$t_{\text{г}}^0 = 350^\circ \text{ (по рис. 118).}$$

7) Тепловой поток в конце первого периода

$$q = 2 \cdot 70 \cdot \frac{26,4}{0,43} = 8600 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \text{ [см. (III—39)]},$$

температура печи в конце первого периода, если $\tau_{\text{Б}} = 3,5 \text{ кал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot ^\circ\text{К}^4$

$$t_{\text{Г}_4} = 100 \sqrt[4]{\frac{8600}{3,5} + \left(\frac{570 + 273}{100}\right)^4} - 273 = 660^\circ \text{ [см. (III—36)]}.$$

8) Полная продолжительность процесса

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 13,5 + 7,4 + 5,7 = 26,6 \text{ часа}.$$

Округляя полученные данные, можно принять следующий режим отжига: нагрев до температуры выдержки со скоростью $40^\circ/\text{час}$, а затем выдержка. Температура печи изменяется в течение 14 час. от 350 до 650° и в течение 7 час. от 650 до 950° , после чего температура печи должна постепенно падать, приближаясь к температуре поверхности металла.

Расчет произведен с учетом особенностей структуры и строгих требований, предъявляемых к качеству изделия.

При несимметричном нагреве продолжительность отжига будет значительно больше.

Установленный режим окончательно принимается после проверки его в конкретных заводских условиях.

Г л а в а XXII

Некоторые практические выводы и замечания

В процессе горячей обработки давлением нагрев металла оказывает решающее влияние на качество выпускаемой продукции; при выборе метода нагрева должны быть учтены свойства металла и характер дальнейшей его обработки.

Так, например, нагрев слитков требует к себе большего внимания и осторожности, нежели нагрев заготовок, что объясняется особенностями структуры и свойств литого металла, более склонного к образованию пороков в процессе горячей обработки. Геликоидальная прокатка — более сложный вид деформации, чем продольная прокатка и тем болеековка, а потому если ей предшествует неправильный нагрев, то она скорее порождает пороки в обрабатываемом изделии, чем другие виды обработки.

Основные факторы, обуславливающие влияние нагрева на качество, следующие: температура и равномерность нагрева, скорость нагрева, состояние печной атмосферы.

Суммируя все изложенное, необходимо отметить, что температура, или высота нагрева, и равномерность нагрева — это наиболее существенные и, пожалуй, более важные факторы, нежели скорость или продолжительность нагрева.

Вопрос о влиянии режима нагрева на качество приобретает особо важное значение для высокоуглеродистых и легированных сталей. Технология нагрева этих сталей вследствие разнообразия их состава и свойств является более сложной и ответственной операцией, чем нагрев мягких и среднеуглеродистых сталей.

Действительно высокоуглеродистые и легированные стали обладают рядом особенностей, затрудняющих и затягивающих процессы нагрева, а именно они:

1) имеют более низкие коэффициенты теплопроводности и температуропроводности;

2) обладают большей чувствительностью к факторам, вызывающим порчу металла: к перегреву и пережогу, к образованию трещин, рванин, скворечников;

3) проявляют в процессе обработки большее сопротивление деформации и вследствие этого имеют более узкие пределы температур горячей обработки и требуют большей равномерности нагрева по толщине, по периметру и по длине.

В силу изложенных обстоятельств продолжительность нагрева легированных сталей, при прочих равных условиях, больше продолжительности нагрева углеродистых сталей, и эта разница увеличивается с увеличением размеров нагреваемой заготовки или слитка.

Следует при этом иметь в виду, что различие в структуре и свойствах слитков и заготовок для легированных сталей сказывается более резко, нежели для углеродистых. Поэтому нагрев слитков из высоколегированной стали, характеризующихся грубозернистостью строения и трансформацией, требует исключительного внимания и осторожности.

Однако, несмотря на разнообразие и особенности сталей различных марок и большое количество влияющих факторов, с помощью теории нагрева возможно устанавливать правильный и обоснованный режим нагрева для этих сталей.

Как было указано выше, выбор технологии нагрева помимо основных физических констант базируется на температурном перепаде по сечению нагреваемого тела, оказывающем решающее влияние на процесс и результаты нагрева. В этом заключается одна из особенностей предлагаемых методов.

Вторая особенность состоит в соответствующем использовании некоторых общих свойств сталей различных марок, а именно:

1. Возможность появления температурных напряжений в определенном температурном интервале, выше которого напряжения рассеиваются, что позволяет унифицировать характер нагрева сталей различных марок.

2. Значительное выравнивание теплопроводности и температуропроводности сталей различных марок при повышенных тем-

пературах, что облегчает объединение сталей в группы, сокращает количество групп и упрощает технологию.

3. Благоприятное изменение физических констант с повышением температуры, а именно: более высокие значения температуропроводности в наиболее опасном периоде нагрева — периоде напряжений, наименьшие значения температуропроводности в периоде, допускающем форсирование нагрева, и некоторое повышение температуропроводности в периоде окончательной выдержки.

4. Повышенная прочность легированных сталей, которая частично компенсирует более высокие напряжения, получающиеся в результате суммирования остаточных напряжений и напряжений от нагрева. Однако для сталей определенных марок суммарные напряжения принимают столь большие значения, что холодная посадка в печь для этих сталей оказывается опасной и в обычных заводских условиях не допускается.

5. Наличие определенной зависимости температуры нагрева углеродистых и легированных сталей от содержания углерода в них, что в сочетании с физическими свойствами в большой степени облегчает разбивку сталей различных марок на группы.

В соответствии с изложенными соображениями, предлагаемая методика, основанная на математической теории теплопроводности и теории температурных напряжений, позволяет устанавливать режим нагрева с учетом свойств сталей, поведения их при нагреве и при горячей обработке, с учетом напряжений и ряда других металлургических факторов.

Говоря о теоретических методах расчета, следует остановиться также на вопросе о том, достаточно ли время, потребное для нагрева и полного выравнивания температур в слитках, или же требуется дополнительное время для завершения тех или иных диффузионных процессов или для так называемого *томпления*.

Из практики нагрева качественных и высококачественных сталей на Златоустовском металлургическом заводе, имеющем богатейший опыт в этом отношении, известно, что дополнительное время выдержки при конечной температуре практиковалось для сталей некоторых марок (например, для стали Э16) с целью частичной замены гомогенизации слитков, которая была исключена из производственного цикла в связи с отсутствием соответствующих нагревательных устройств.

Увеличенное время нагрева (6 час. вместо 3 час. для слитков горячего посада) было введено с целью уменьшения флокентности стали.

Из заводской практики известны также случаи дополнительной выдержки слитков в зоне высоких температур с целью *улуч-*

шения механических свойств (например, поперечной ударной вязкости в хромоникелевой стали¹⁾.

Наконец длительный нагрев шарикоподшипниковой стали при высокой температуре способствует уничтожению карбидной ликвации²⁾.

Приведенные примеры, относящиеся к специальным сортам стали, являются не правилом, а исключением. Принимая во внимание, что длительное пребывание металла в зоне высоких температур вызывает также ряд отрицательных явлений, в каждом отдельном случае необходимо тщательно проверять в производственных условиях целесообразность этих диффузионных процессов.

С целью проверки влияния времени пребывания слитков из углеродистой стали в печах на брак и качество продукции были проведены многочисленные опыты нагрева в заводских условиях. Изучалось влияние количества пересадок и продолжительности нагрева слитков 500×500 мм из углеродистой стали в одноместных колодцах на образование продольных трещин на круглой заготовке, прокатываемой из этих слитков. Опытами этими не было обнаружено влияние продолжительности нагрева на брак, было лишь установлено косвенное влияние продолжительности нагрева в передних рядах колодцев, связанное со степенью выгорания поверхностного слоя металла и вскрытием подкорковых пузырей³⁾.

Повторное изучение нагрева пятитонных слитков в регенеративных колодцах также подтвердило, что изменение продолжительности нагрева не сказывается на образовании пороков на квадратной заготовке, прокатываемой из этих слитков.

Исследование влияния режима нагрева на образование пороков было сделано на одном из трубопрокатных заводов, где изучался нагрев слитков круглого сечения диаметром 250—275 мм (0,4—0,5% С) в методических печах⁴⁾. Анализ заводских статистических данных, а также проведенные опыты показали, что продолжительность нагрева не оказала определенного влияния на качество заготовок и труб, прокатываемых из слитков: так, при ускоренном нагреве (до 3 час.) выход годного составлял 89,2%, при замедлении нагрева (5,5—6 час.) — 90%, при нормальной продолжительности (4—4,5 часа) — 87,2%.

Наконец, многочисленные опыты нагрева, проведенные многими авторами и описанные в литературе, также подтверждают сказанное.

¹ Ю. М. Чижиков, Прокатка и ковка высоколегированных сталей. Металлургиздат, 1941.

² Там же.

³ Н. Ю. Тайц и др., Сталь, 1936, № 11.

⁴ Н. Ю. Тайц и др., Сталь 1940, № 11—12.

Из изложенного можно заключить, что нет объективных данных или опытов, прямо подтверждающих целесообразность специальной выдержки или томления слитков в печах перед горячей обработкой давлением, если исключить указанные выше случаи, относящиеся к специальным сортам стали. Это обстоятельство находит известное подтверждение и в том, что продолжительность нагрева слитков в колодцах и в кузнечных печах камерного типа значительно меньше, чем в печах методических.

Современные данные, основанные на теоретических и экспериментальных исследованиях, доказали возможность интенсификации нагрева металла.

Следует сказать, что впервые вопрос об ускорении нагрева был поставлен в Советском Союзе на I Всесоюзном съезде по качественным сталям в 1933 г.

Могучая волна стахановского движения, коснувшаяся также и процессов нагрева металла, явилась толчком для изыскания путей и методов интенсификации нагрева и привела к реальным результатам на заводах.

Действительно, скорости нагрева, которые достигнуты на многих заводах Советского Союза за последнее время, превышают ранее установленные нормы.

Проведенные исследования и практические данные показывают, что металл обладает достаточно большими резервами в смысле возможности ускорения нагрева, и что интенсификация нагрева чаще всего лимитируется не свойствами стали, а конструкциями печей, тепловым и температурным режимом, условиями нагрева. Так, например, круглая заготовка диаметром 90 мм нагревается со скоростью 6—7 мин. на 1 см диаметра; между тем, при соответствующих условиях скорость нагрева может быть доведена до 1—1,5 мин. на 1 см.

Намечая пути ускорения нагрева, необходимо прежде всего иметь в виду, что быстрый подъем температуры с последующей удлиненной выдержкой по затраченному времени выгоднее, чем замедленный нагрев с сокращенной выдержкой.

Одним из условий, обеспечивающих ускорение нагрева в существующих печах, является соблюдение равномерности посадки, выдачи, кантования, соблюдение правильного температурного и теплового режима печей, равномерности и ритмичности теплового и технологического режима.

Весьма часто ускорение нагрева упирается в недостаточную тепловую мощность печей; этот фактор всегда должен быть в центре внимания.

Для нагревательных колодцев существенное значение имеет максимальное использование горячего посада.

Неравномерность нагрева слитков по высоте и несимметричность нагрева по периметру, имеющие место в регенеративных

колодцах, в достаточной степени устранены в современных рекуперативных колодцах с отоплением из центра подины.

Недостатком существующих перекатных печей является односторонний нагрев, дающий несимметричное распределение температур в слитке и удлинение времени нагрева; значительное ослабление этого фактора может быть достигнуто правильным режимом кантования (частотой, равномерностью во времени, углом поворота, а также раскантовкой перед выдачей). Во всех случаях наиболее ответственным является период окончательной подготовки металла перед выдачей. Усовершенствование конструкций печей для нагрева круглых слитков и заготовок направлено по пути внедрения печей с вращающимся подом, где в значительной степени устранены указанные недостатки.

Для ускорения нагрева в методических печах необходимо иметь трехзонные печи с самостоятельным отоплением каждой зоны. Особенно большое значение имеет организация мощного нижнего подогрева, обеспечивающего двухсторонний симметричный нагрев металла. Следует сказать, что в существующих методических печах температура в конце рабочего пространства, как правило, ниже допускаемой, что объясняется зачастую отсутствием устройств для использования отходящего тепла. Повышение этой температуры является одним из факторов, способствующих ускорению нагрева.

В двухзонных печах ускорение нагрева также может быть достигнуто усилением мощности сожигательных устройств в сварочной камере после окон выдачи.

В дальнейшем при проектировании новых методических печей необходимо руководствоваться следующими положениями:

1) для нагрева заготовок малого диаметра целесообразно применять прямоточные печи с движением продуктов горения в одном направлении с движением металла, либо непрерывные печи, о которых будет сказано ниже;

2) для более крупных слитков, когда играют роль напряжения, прямоточность может быть применена, начиная со второй зоны; первая зона должна иметь самостоятельное отопление.

3) температурный режим должен быть возможно выше, для чего нужно предъявить соответствующие требования к качеству огнеупоров.

В качестве примера, рациональная конструкция методической печи представлена на рис. 181¹. Помимо наличия трех зон, хорошо развитого двухстороннего нагрева и достаточного количества сожигательных устройств, печь эта имеет следующие особенности:

¹ Данная конструкция предложена совместно с инж. Ю. В. Компаненко

1) двухстороннее движение газов как в сторону методической камеры, так и в сторону камеры выдержки, что позволяет осуществить в камере выдержки постепенное падение температуры;

2) наличие двух рекуператоров со стороны камеры выдержки и методической камеры, что позволяет применять низкокалорийный газ;

3) промежуточный отвод дыма для возможности регулирования температуры в конце печи.

Предложенная конструкция позволяет осуществить правильный и ускоренный нагрев различных сталей при наименьшем

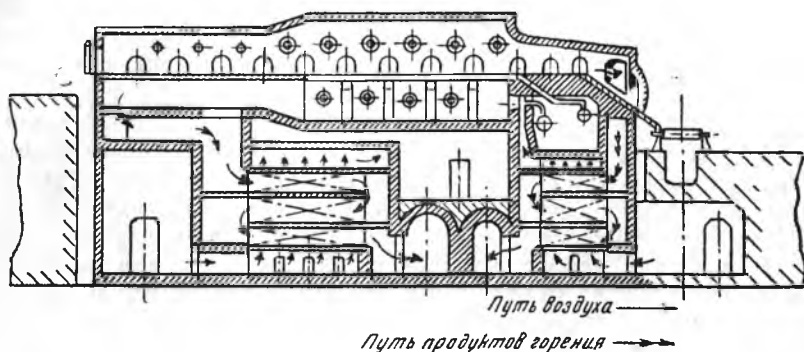


Рис. 181. Новая конструкция методической печи

расходе низкокалорийного газообразного топлива. Наконец, для нагрева труб, штанг, полос, заготовок и подобных изделий следует применять секционные печи с керамическими горелками беспламенного горения и с высокоразвитой радиационной поверхностью, обеспечивающие непрерывный и скоростной нагрев изделия при малых габаритах установки. Этот способ нагрева имеет много преимуществ и вытесняет другие конструкции печей.

Обязательным условием для печей всех типов и назначений является наличие измерительной и регулирующей аппаратуры, хорошо организованный контроль и автоматическое регулирование теплового и температурного режима.

Заключение

В работе излагается теория нагрева металла, а также пути и методы практического применения теории для усовершенствования технологии нагрева на заводах.

В первой части работы, посвященной теории нестационарного температурного поля, исследованы и систематизированы задачи, относящиеся к нагреву тел различной формы при разных поверхностных и начальных условиях и при различных способах подвода тепла, в соответствии со случаями нагрева, встречающимися в заводской практике.

В отличие от принятых методов решения частных случаев нагрева или охлаждения, с целью систематизации и обобщения был применен метод вывода общих решений и перехода к частным случаям посредством подстановки.

Систематизация и обобщение рассмотренных случаев позволили выявить наличие определенной закономерности в полученных решениях, а именно: более сложные случаи нагрева представляют собою то или иное сочетание простейших задач одного измерения.

Для большей части выведенных решений выполнена большая вычислительная работа, и значения функций даны в виде графиков, что сделало предлагаемые методы доступными и удобными для практического применения. Методы эти иллюстрированы большим количеством числовых примеров.

Анализ полученных решений дал возможность сделать ряд практических выводов: о роли и значении промежуточных выдержек, о характере изменения температурной разности, о зависимости между температурой печи и температурой тела, о влиянии формы, размеров тела и других факторов на степень прогресса и др.

Выведенные решения использованы для второй части работы, где рассматривается теория температурных напряжений, как одного из факторов, лимитирующих скорость нагрева. С помощью этих решений стало возможно разработать методы определения температурных напряжений при любом заданном изменении температуры на поверхности или окружающей среды.

Графическая интерпретация решений позволяет быстро и без особых затруднений определять величину напряжений, их распределение по диаметру или толщине тела и динамику изменения напряжений во времени и, следовательно, изображать распределение напряжений в виде пространственной диаграммы «координата—напряжение—время». На основе исследования сделаны выводы о распределении напряжений, об изменении их во времени при разных способах нагрева, о влияющих факторах, о допускаемой скорости нагрева.

В третьей части работы рассматривается нагрев слитков и заготовок в печах разного назначения с практической точки зрения в увязке с разработанной теорией.

Предварительно сделан анализ основных физических свойств сталей, прямо или косвенно влияющих на технологию нагрева, а также рассмотрены условия теплообмена в рабочем пространстве печей.

На основе аналитической теории теплопроводности и теории температурных напряжений предложена методика определения температур, времени нагрева и выдержки, температурных напряжений, допустимой скорости нагрева, рассмотрен вопрос о выборе правильной технологии нагрева слитков и заготовок из сталей различных марок, показаны методы построения изотерм.

Многочисленные опыты, проведенные как в лабораторных, так и в заводских условиях, подтвердили правильность условий, принятых в аналитических решениях.

С другой стороны, было доказано, что в большинстве случаев практики скорости нагрева лимитируются не свойствами стали, а конструкциями печей, тепловым и температурным режимом, условиями нагрева. Сталь по своим физическим свойствам имеет достаточно большие резервы для ускорения нагрева.

Теоретические и экспериментальные исследования и помощь стахановцев дали возможность ускорить и улучшить процессы нагрева металла: в результате внедрения новых технологических инструкций было достигнуто увеличение производительности печей разного назначения; была оказана помощь заводам в освоении продукции из новых марок сталей.

Намечены пути и методы интенсификации и усовершенствования технологии нагрева металла, что является одним из условий, способствующих дальнейшему подъему и более быстрому росту социалистической промышленности СССР.

Приложения

Таблица 1

Корни уравнения $\frac{\eta}{hS} = \text{ct } g\eta$

hS	η_1	η_2	η_3	η_4	η_5
∞	$1,57 = \frac{1}{2}\pi$	$4,71 = \frac{3}{2}\pi$	$7,85 = \frac{5}{2}\pi$	$11,00 = \frac{7}{2}\pi$	$14,15 = \frac{9}{2}\pi$
1000	1,57	4,71	7,84	10,98	14,13
100	1,56	4,66	7,77	10,88	14,00
50	1,54	4,62	7,70	10,78	13,87
20	1,50	4,49	7,49	10,51	13,55
10	1,43	4,30	7,22	10,20	13,22
4,0	1,26	3,93	6,81	9,78	12,87
1,0	0,86	3,42	6,43	9,52	12,65
0,5	0,65	3,29	6,36	9,47	12,61
0,1	0,31	3,17	6,30	9,43	12,57
0,01	0,10	3,14	6,28	9,42	12,57
0	0,00 = 0	3,14 = π	6,28 = 2π	9,42 = 3π	12,57 = 4π

Таблица 2

Корни уравнения $-\frac{\eta}{hs} = \text{tg } \eta$

hs	η_1	η_2	η_3	η_4	η_5
∞	0	$3,14 = \pi$	$6,28 = 2\pi$	$9,42 = 3\pi$	$12,57 = 4\pi$
1000	0	3,14	6,27	9,41	12,56
100	0	3,11	6,22	9,33	12,45
50	0	3,08	6,16	9,24	12,33
20	0	2,99	5,99	9,00	12,04
10	0	2,86	5,76	8,70	11,71
4,0	0	2,57	5,35	8,30	11,34
1,0	0	2,03	4,91	7,98	11,09
0,5	0	1,84	4,80	7,91	11,05
0,1	0	1,63	4,73	7,86	11,01
0,01	0	1,58	4,71	7,85	11,00
0	0	$1,57 = \frac{1}{2}\pi$	$4,71 = \frac{3}{2}\pi$	$7,85 = \frac{5}{2}\pi$	$11,00 = \frac{7}{2}\pi$

Таблица 3

Наименьшие корни уравнения $I_m(\mu_n) = 0$

$n \backslash m$	0	1	2	3	4	5
1	2,405	3,832	5,135	6,379	7,586	8,780
2	5,520	7,016	8,417	9,760	11,064	12,339
3	8,654	10,173	11,620	13,017	14,373	15,700
4	11,792	13,323	14,796	16,224	17,616	18,982
5	14,931	16,470	17,960	19,410	20,827	22,220
6	18,071	19,616	21,117	22,583	24,018	25,431
7	21,212	22,760	24,270	25,749	27,200	28,628
8	24,353	25,903	27,421	28,909	30,371	31,813
9	27,494	29,047	30,571	32,050	33,512	34,963

Таблица 4

Корни уравнения $\mu \quad I_1(\mu) = hR I_0(\mu)$

hR	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5
∞	2,405	5,520	8,654	11,792	14,931
50	2,35	5,41	8,48	11,56	—
20	2,29	5,26	8,25	11,27	—
10	2,17	5,03	7,96	10,94	—
4	1,906	4,60	7,52	10,54	—
1	1,253	4,08	7,16	10,27	—
0,5	0,940	3,96	7,09	10,22	—
0,1	0,443	3,86	7,03	10,19	—
0,05	0,315	3,85	7,02	10,18	—
0,00	0,000	3,832	7,016	10,174	13,124

Таблица 5

Таблица значений $\left(\frac{T}{100}\right)^4 = \left(\frac{t+273}{100}\right)^4$
(по Справочнику конструктора печей, 1935)

$t, ^\circ\text{C}$	$\left(\frac{t+273}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$\left(\frac{t+273}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$\left(\frac{t+273}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$\left(\frac{t+273}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$\left(\frac{t+273}{100}\right)^4$
0	55,55	400	2 052	800	13 256	1 200	47 080	1 600	123 070
10	64,15	410	2 176	810	13 757	1 210	48 370	1 610	125 730
20	73,70	420	2 306	820	14 272	1 220	49 690	1 620	128 410
30	84,29	430	2 443	830	14 802	1 230	51 030	1 630	131 150
40	95,98	440	2 584	840	15 347	1 240	52 400	1 640	133 940
50	108,84	450	2 733	850	15 903	1 250	53 800	1 650	136 750
60	122,96	460	2 887	860	16 479	1 260	55 230	1 660	139 610
70	138,41	470	3 048	870	17 069	1 270	56 690	1 670	142 520
80	155,27	480	3 215	880	17 673	1 280	58 170	1 680	145 480
90	173,64	490	3 389	890	18 294	1 290	59 680	1 690	148 480
100	193,57	500	3 570	900	18 933	1 300	61 220	1 700	151 540
110	215,2	510	3 759	910	19 585	1 310	62 790	1 710	154 630
120	238,5	520	3 954	920	20 256	1 320	64 400	1 720	157 780
130	263,8	530	4 158	930	20 945	1 330	66 030	1 730	160 960
140	290,9	540	4 369	940	21 650	1 340	67 690	1 740	164 200
150	320,2	550	4 588	950	22 373	1 350	69 390	1 750	167 500
160	351,5	560	4 815	960	23 112	1 360	71 120	1 760	170 880
170	385,1	570	5 030	970	23 872	1 370	72 870	1 770	174 810
180	421,1	580	5 294	980	24 649	1 380	74 660	1 780	177 660
190	459,5	590	5 547	990	25 445	1 390	76 480	1 790	181 140
200	500,5	600	5 808	1 000	26 262	1 400	78 340	1 800	184 670
210	544,3	610	6 079	1 010	27 097	1 410	80 230		
220	590,8	620	6 359	1 020	27 951	1 420	82 160		
230	640,2	630	6 649	1 030	28 824	1 430	84 110		
240	692,6	640	6 948	1 040	29 719	1 440	86 110		
250	748,2	650	7 258	1 050	30 637	1 450	88 140		
260	807,1	660	7 577	1 060	31 573	1 460	90 200		
270	869,4	670	7 908	1 070	32 533	1 470	92 300		
280	935,2	680	8 248	1 080	33 512	1 480	94 430		
290	1 004,7	690	8 600	1 090	34 515	1 490	96 610		
300	1 078,0	700	8 963	1 100	35 537	1 500	98 820		
310	1 155,3	710	9 337	1 110	36 583	1 510	101 060		
320	1 236,5	720	9 723	1 120	37 653	1 520	103 350		
330	1 322,1	730	10 120	1 130	38 747	1 530	105 680		
340	1 412,0	740	10 530	1 140	39 862	1 540	108 040		
350	1 506,5	750	10 953	1 150	41 005	1 550	110 450		
360	1 605,5	760	11 387	1 160	42 170	1 560	112 890		
370	1 709,4	770	11 834	1 170	43 359	1 570	115 380		
380	1 818,2	780	12 295	1 180	44 574	1 580	117 900		
390	1 932,2	790	12 768	1 190	45 810	1 590	120 460		

Таблица 6

Функции $\Phi \left(\frac{\sigma\tau}{S^2}; \frac{\sigma S}{\lambda} \right)$ для температуры поверхности пластины при малых значениях $\frac{\sigma\tau}{S^2}$

$\frac{\sigma S}{\lambda}$	0,1	0,5	1	4	10	20	50	100	200	500	1000	2000
$\frac{\sigma\tau}{S^2} = 0,0003$	0,999	0,996	0,980	0,927	0,833	0,705	0,468	0,287	0,157	0,066	0,033	0,017
0,0010	0,997	0,983	0,965	0,872	0,726	0,555	0,309	0,171	0,088	0,036	0,018	0,009
0,0025	0,995	0,975	0,947	0,809	0,615	0,441	0,211	0,111	0,057	0,023	0,011	0,006
0,0050	0,993	0,963	0,926	0,747	0,522	0,336	0,154	0,079	0,040	0,016	0,008	0,002
0,0100	0,989	0,948	0,897	0,640	0,428	0,256	0,111	0,056	0,028	0,011	0,006	0,003

Таблица 7

Функции $\Phi \left(\frac{\sigma\tau}{R^2}; \frac{\sigma R}{\lambda} \right)$ для температуры поверхности цилиндра при малых значениях $\frac{\sigma\tau}{R^2}$

$\frac{\sigma R}{\lambda}$	0,1	0,5	1	4	10	20	50	100	200	500	1000	2000
$\frac{\sigma\tau}{R^2} = 0,0003$	0,999	0,991	0,981	0,926	0,813	0,703	0,465	0,286	0,156	0,064	0,032	0,016
0,0005	0,998	0,988	0,975	0,905	0,780	0,643	0,394	0,230	0,122	0,050	0,025	0,012
0,0010	0,996	0,983	0,965	0,968	0,720	0,551	0,305	0,168	0,087	0,034	0,017	0,009
0,0025	0,994	0,972	0,945	0,815	0,611	0,421	0,205	0,107	0,054	0,022	0,011	0,006
0,0050	0,992	0,960	0,923	0,740	0,514	0,325	0,147	0,075	0,038	0,016	0,008	0,004

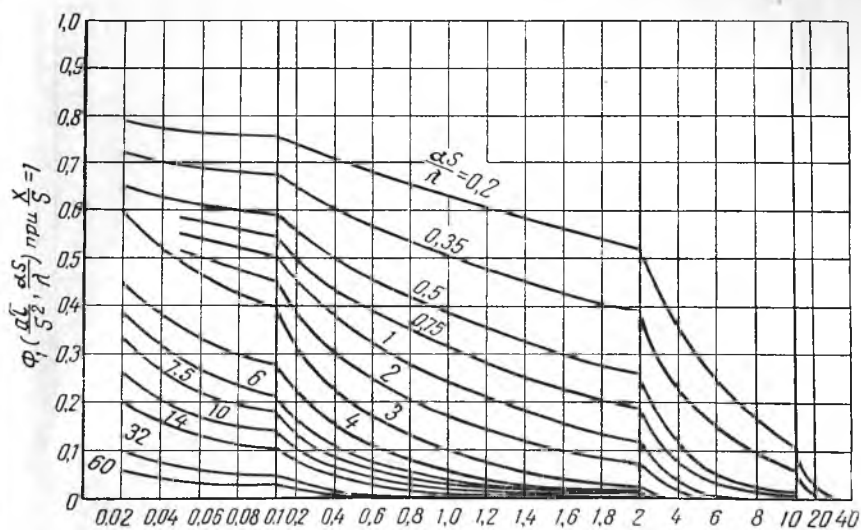


Рис. 182. Функции $\Phi_1\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}\right)$ для пластины при $\frac{x}{S} = 1$

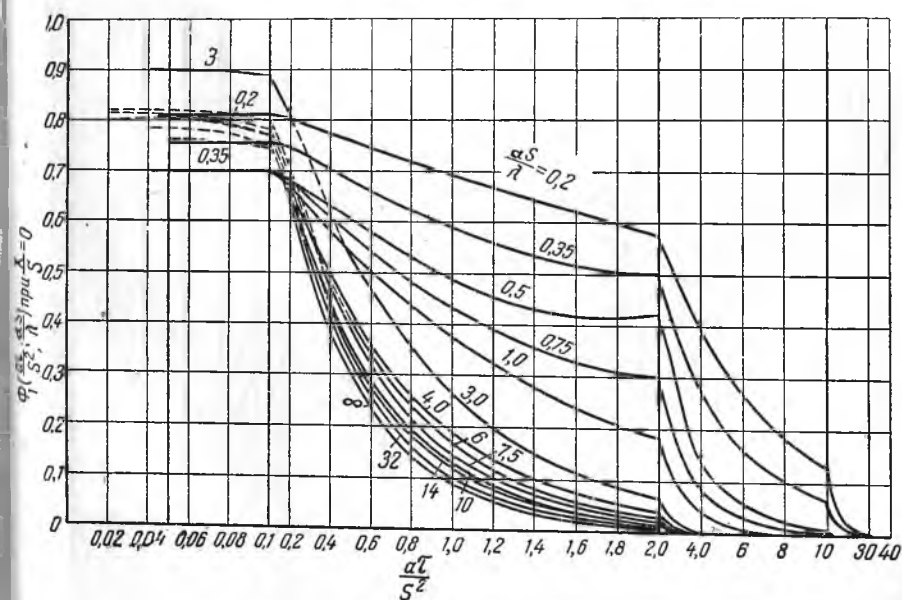


Рис. 183. Функции $\Phi_1\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}\right)$ для пластины при $\frac{x}{S} = 0$

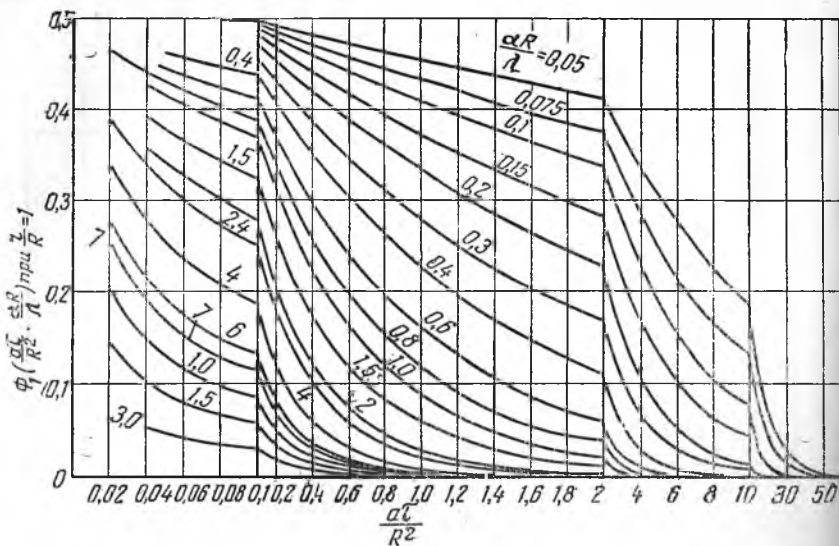


Рис. 184. Функции $\Phi_1\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$ для цилиндра при $\frac{r}{R}=1$

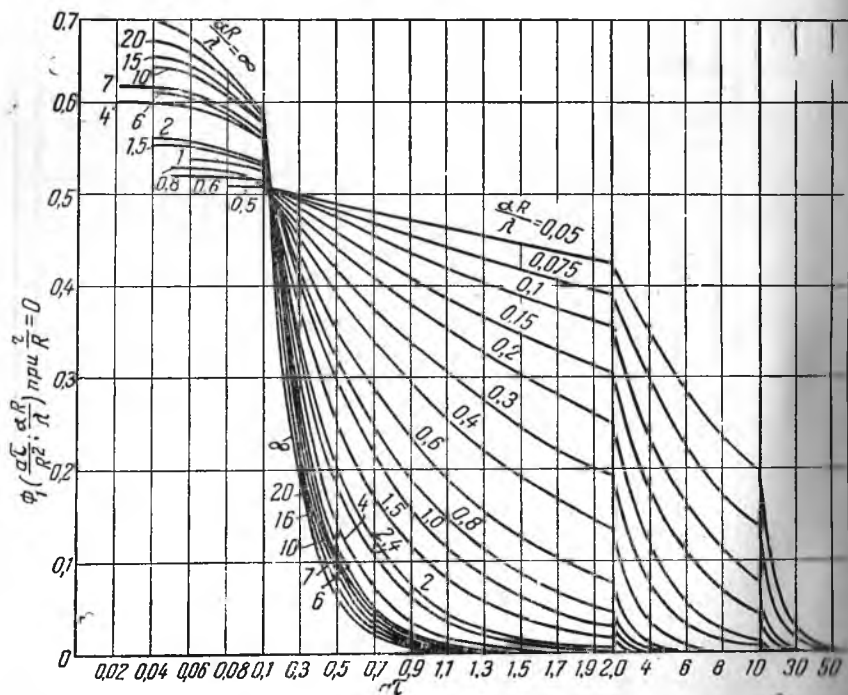


Рис. 185. Функции $\Phi_1\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$ для цилиндра при $\frac{r}{R}=0$

Интеграл ошибок Гаусса

$y = \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}$	$G(y)$	$y = \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}$	$G(y)$	$y = \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}$	$G(y)$
0,0	0,0000	1,0	0,8427	2,0	0,99532
0,1	0,1125	1,1	0,8802	2,1	0,99702
0,2	0,2227	1,2	0,9103	2,2	0,99814
0,3	0,3286	1,3	0,9340	2,3	0,99886
0,4	0,4284	1,4	0,9573	2,4	0,99931
0,5	0,5205	1,5	0,9661	2,5	0,99959
0,6	0,6039	1,6	0,9763	2,6	0,99976
0,7	0,6778	1,7	0,9838	2,7	0,99987
0,8	0,7421	1,8	0,9891	2,8	0,99992
0,9	0,7969	1,9	0,9928	2,9	0,99998
1,0	0,8427	2,0	0,9953	3,0	1,0000

Таблица 9

Коэффициенты теплопроводности легированных сталей
(при комнатной температуре)

Марка стали	Состав стали, %					λ ккал/м·час °С
	C	Si	Mn	Ni	Cr	
Нержавеющая 6	0,15-0,25	≤ 0,40	≤ 0,40	6,00-8,00	18-22	14,4
7	0,32-0,40	2,30-2,90	0,50-0,70	23-27	18-20	11,2
	0,25-0,35	1,8-2,2	0,5-0,7	14-15	19-20	11,2
	0,15	0,8-1,1	0,6-0,8	56-60	15-17	14,4
Жароупорная	0,7-0,8	0,8-1,1	0,6-0,8	56-60	15-17	14,4
	0,12	0,8-1,1	0,6-0,8	78	18-20	14,8
	0,35-0,65	1,8	0,7-0,8	13-13,5	15-17	13,3
	0,25-0,30	0,3-0,5	0,3-0,5	—	28-32	16,2
Сильхром	0,45-0,55	2,3-3,5	~ 0,4	—	8,9	14,4
					12-15	
Хромоникельвольфрамовая	0,4-0,5	1,0	~ 1,0	12-15	W-3,0	16,4
Жароупорная	—	—	—	—	25-30	21,3
	—	—	—	35	17	14,9
Вольфрамовая	1,0	—	—	—	W-1	36,4
	0,7	—	—	—	W-14	25,2
	0,7	—	—	—	W-18	21,6
	—	—	—	—	Cr-4,25-4,45	22-25
					W-15-18	
Быстрорежущая	0,7	0,2	0,3	6,0	0,6	27,0
	1,0	0,2	0,3	W-23	4,75	22,0
				V-1		
Хромансиль	0,3	0,25	0,8	Mo-0,3	—	16,0
Хромомолибденовая	0,26	0,71	1,03	W-25,0	1,0	32,4
	0,36	0,2	0,62	—	1,16	28,8
Хромистая	0,1-0,2	0,5	—	Mo-0,23	4,6	31,0

Таблица 10

Теплосодержание железа и углеродистых сталей, кал/кг

°C	Чистое железо	С содержанием углерода, %										
		0,090	0,234	0,30	0,540	0,610	0,795	0,920	0,994	1,235	1,410	1,575
100	11,1	11,1	11,1	11,2	11,3	11,4	11,5	12,0	11,6	11,8	11,6	12,0
200	23,4	22,8	22,9	22,9	22,9	23,0	23,1	24,0	23,7	23,9	23,6	24,1
300	36,6	35,4	35,8	36,0	36,2	36,5	36,9	37,2	36,9	37,0	36,9	37,5
400	51,2	49,0	49,2	49,3	49,9	50,1	50,2	51,0	50,4	50,9	50,3	51,1
500	67,0	63,4	63,7	63,9	64,1	64,3	64,8	65,9	65,0	65,5	65,0	66,1
600	85,2	81,0	81,2	81,4	82,0	82,1	82,3	83,5	82,7	83,0	82,5	83,9
700	100,07	100,1	100,2	100,5	101,0	101,2	101,4	102,1	101,0	102,2	101,6	103,0
800	120,62	127,0	129,6	131,5	130,8	129,5	131,4	131,4	130,0	131,0	130,0	132,3
900	139,50	150,3	150,8	150,0	148,1	147,3	145,9	144,0	144,5	144,0	144,7	146,6
1000	161,27	168,3	167,6	166,9	164,6	164,0	162,2	156,1	160,2	157,9	160,8	160,0
1100	177,75	186,5	184,5	183,5	181,7	180,9	179,0	173,1	177,0	174,9	177,9	172,0
1200	194,77	203,1	201,7	201,0	198,6	198,0	196,1	189,0	192,1	190,0	194,2	187,0
1250	—	211,5	210,2	209,6	207,5	206,9	204,5	197,0	201,0	199,0	202,9	195,3

Т а б л и ц а 11

Средние теплоемкости легированных сталей

Сталь	Интервал температур °C	Теплоемкость c_p кал/кг °C
Сварочное железо	0—250	0,11—0,12
Углеродистая с 1,50% C	17—100	0,107
„ с 1,50% C	17—680	0,138
Сталь с 10% Ni	30—250	0,1183
„ с 20% Ni	30—250	0,1192
„ с 40% Ni	30—250	0,1235
„ с 60% Ni	30—250	0,1200
Аустенитовые стали	0	0,12
Вольфрамовая сталь	20	0,105
Нержавеющая V2A	0	0,118
Нержавеющая (1,09% C и 9,50% Cr) . . .	0	0,1206
Жароупорные		
{ 25—30% Cr	18—200	0,15
{ 0,1—0,3% C	18—600	0,165
Трансформаторная (4% Si)	0—100	0,108
„ (4% Si)	0—700	0,1504
„ (4% Si)	0—1300	0,1709

Таблица 12

Удельные веса некоторых легированных сталей

Сталь			Удельный вес γ кг/м ³
Хромистая	0,07% C	0,22% Cr	7777
„	0,14% C	0,57% Cr	7759
„	0,21% C	1,51% Cr	7740
„	0,77% C	5,19% Cr	7712
„	0,16% C	13,00% Cr	7751
„	1,27% C	11,13% Cr	7675
„	0,10% C	12—14% Cr	7730
„	0,2—0,45% C	12—14% Cr	7730
Никелевая	0,19% C	3,82% Ni	7777
„	0,16% C	24,5 % Ni	7810
„	0,14% C	29,1 % Ni	8054
Хромоникелевая	7—12% Cr	16—20% Ni	7860
Вольфрамовая	0,21% C	1,41% W	7863
„	0,46% C	8,33% W	8109
„	0,78% C	16,18% W	8602
„	0,72% C	17,15% W	} 8690
		4,96% Ni	
		0,88% V	
Хромокремнистая	0,44% C	9,04% Cr 2,67% Si .	7620
Марганцовистая	0,25—1,10% C	0,8—2,0% Mn . .	7865
„	0,9 —1,30% C	10—14% Mn . . .	7975
Алюминиевая	0,20% C	0,61% Al	7781
„	0,21% C	2,62% Al	7624

Коэффициенты линейного

Марка стали	Состав стали, %								Коэфф	
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Прочие	20—100	20—200
Углероди- стая	0,05— 0,06	Сл.	0,08	Сл.	0,023	—	—	0,03	11,66	12,32
	0,09	0,02	0,08	0,01	0,01	—	—	0,01	11,58	12,61
	0,22	0,01	0,12	0,01	0,03	—	—	0,04	11,66	12,12
	0,33	0,03	0,12	0,01	0,03	—	—	0,03	11,09	11,89
	0,40	0,07	0,11	0,01	0,03	—	—	0,03	11,29	11,99
	0,56	0,04	0,09	Сл.	0,023	—	—	0,02	10,98	11,85
	0,65	0,09	0,12	0,01	0,03	—	—	0,03	11,04	11,57
	0,81	0,06	0,10	Сл.	0,025	—	—	0,02	11,04	11,56
	1,25	0,07	0,12	Сл.	0,019	—	—	0,02	10,87	11,08
	1,45	0,10	0,14	0,01	0,013	—	—	0,04	10,13	10,58
	1,67	0,11	0,17	0,01	0,013	—	—	0,04	10,44	10,28
Кремнистая	0,09	3,70	0,19	—	—	0,18	0,05	0,05V	11,1	—
Медистая	0,14	0,03	1,10	0,030	0,035	1,15	—	1,85Cu 0,21V 2,70	11,2	—
	0,34	0,09	0,28	0,011	0,043	0,82		0,26	11,6	—
Никелевая	0,38	0,10	1,17	0,055	0,067	—	0,81	—	11,2	—
	0,41	0,12	1,11	0,053	0,049	—	2,00	—	11,6	—
	0,33	0,99	0,78	0,014	0,035	—	3,59	—	10,9	—
							10,0	—	13,0	—
							20,0	—	19,5	—
							30,0	—	12,0	—
	0,14						34,52	—	3,7	—

Таблица 13

расширения сталей

коэффициент линейного расширения $\beta \times 10^3$ в интервале температур

20—300	20—400	20—500	20—600	20—700	20—800	20—900	20—1000	700—1000
13,02	13,65	14,22	14,64	15,01	14,67	13,14	13,35	9,50
13,01	13,63	14,18	14,64	15,03	14,61	12,34	13,32	9,42
12,78	13,38	13,93	14,88	14,81	12,93	12,48	13,16	9,40
12,72	13,42	14,02	14,43	14,76	11,33	11,53	13,08	9,99
12,47	19,26	13,90	14,36	14,76	11,72	12,35	13,25	9,91
12,56	13,40	14,02	14,50	14,81	12,46	13,54	14,38	13,47
12,31	13,16	13,84	14,20	14,65	12,68	13,87	14,76	15,00
12,43	13,21	13,82	14,22	14,67	—	—	15,70	17,90
11,67	12,75	13,36	13,99	14,41	14,78	14,64	17,43	24,10
11,67	12,68	13,48	14,04	14,42	15,13	17,63	15,50	29,74
11,38	12,34	13,15	13,66	14,24	15,02	17,57	19,61	31,45
12,6	—	—	14,0					
12,7	—	—	14,3					
12,1	—	—	14,6					
12,9	—	—	14,5					
12,6	—	—	14,4					
12,9	—	—	13,8					
9,2			13,6					

Марка стали	Состав стали, %								Коэфф	
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Прочие	20—100	20—200
Хромистая	1,28 0,3— 0,4	— —	0,37 —	— —	— —	0,19 13,0	— —	— —	11,0 10,0	— —
Хромонике- левая	0,17	0,14	0,01	0,010	0,026	2,50	3,94	0,39V	10,8	—
Вольфрамо- вая	0,51 0,40	0,45 0,10	0,42 0,25	0,016 0,012	0,021 0,023	— —	— —	1,53W 3,96W	10,4 11,1	— —
Хромомо- либденовая	0,17 0,32	0,04 0,37	0,08 0,63	0,010 —	0,029 —	0,92 1,15	— —	0,64Mo 0,24V 0,17Mo	11,3 11,1	— 11,5
Ванадиевая	0,44	0,16	0,57	0,013	0,033	—	—	0,14V	11,2	—
Хромаль	—	—	—	—	—	38,6	—	7,9Al	11,4 12,2	11,9 12,2
Хром-алюм. кобальт.	—	—	—	—	—	22,6 23,4	— —	4,5— 6,2Al 1,9— 2,0Co	11,4— 11,7	11,6— 12,0
Хромистая	0,09 0,10 0,11 0,11	0,18 0,18 0,18 0,18	0,26 0,31 0,28 0,27	— — — —	— — — —	— 1,38 2,90 4,76	— — — —	— — — —	— — — —	12,95 12,60 12,40 12,05
Хромистая	0,11 0,12 0,12 0,12 0,13 0,12 0,36 0,35 0,37 0,37 0,38 0,43	0,19 0,19 0,21 0,22 0,22 0,20 0,19 0,21 0,14 0,22 0,28	0,26 0,25 0,28 0,36 0,36 0,32 0,31 0,33 0,31 0,34 0,25	— — — — — — — — — — — —	— — — — — — — — — — — —	8,12 11,96 17,48 24,53 32,27 — 0,75 1,57 2,68 7,67 18,88	— — — — — — — — — — — —	— — — — — — — — — — — —	— — — — — — — — — — — —	11,65 11,15 10,70 10,40 10,20 12,56 12,65 12,85 12,45 11,65 10,65
Нержавею- щая	0,20	0,17	0,47	—	—	18,9	7,5	—	10,8	11,0

Продолжение

коэффициент линейного расширения $\beta \times 10^6$ в интервале температур

20—300	20—400	20—500	20—600	20—700	20—800	20—900	20—1000	700—1000
12,0	—	—	14,1					
11,0	—	—	12,2					
12,1	—	—	13,3					
12,1	—	—	14,2					
12,5	—	—	14,2					
12,5	—	—	14,2					
12,1	12,75	13,50	13,8	14,0	11,2	11,7		
12,7	—	—	14,5					
12,4	12,7	13,2	14,0	14,6—	15,0—	15,5—	16,0—	
12,7	13,1	13,9	14,6	15,4	15,9	16,5	17,1	
11,9—	12,1—	12,4	12,7—	13,0—	13,4—	13,9—	14,5—	
12,4	12,9	13,4	13,9	14,4	14,7	15,1	15,8	
13,65	14,15	14,50	14,80	15,20				
13,15	13,60	14,00	14,40	14,70				
12,90	13,35	13,75	14,10	14,0				
12,50	12,90	13,30	13,60	13,90				
11,90	12,30	12,60	12,90	13,15				
11,45	11,70	12,30	12,30	12,55				
11,0	11,30	11,50	11,80	12,0				
11,70	11,00	11,30	11,50	11,70				
11,50	10,80	11,00	11,10	11,40				
13,30	13,80	14,30	14,75	15,20				
13,35	13,90	14,30	14,65	15,00				
13,40	13,80	14,15	14,45	14,65				
12,95	13,45	13,80	14,15	14,45				
12,15	12,55	13,90	13,15	13,35				
11,00	11,30	11,60	11,85	12,10				
12,5	13,4	14,4	15,4	16,3	17,45	18,5	19,3	

Таблица 14

Значения модуля упругости различных марок сталей

Состав стали, %			Модуль упругости E кг/мм ²
C	Ni	Cr	
0,05—0,80	—	—	20700
0,40—0,70; 1,5 Si	—	—	20300
0,20—0,50; 1—1,5 Mn	—	—	20800
0,20—0,60	1	—	20400
0,10—0,20	3	—	20400
0,10—0,30	4,5	—	20400
0,12	25,0	—	18200
0,30	36,0	—	15600
0,15	—	0,75	20700
0,25	—	1,25	
0,40	—	1,50	
0,80	—	1,50	
0,25—0,35	2,0	1,0	
0,20—0,40	1,0	1,5	20400
0,13	2,75	0,7	
0,40	2,0	0,8	
0,20	3,0	0,6	
0,50	3,0	1,5	
0,15	3,5	0,8	
0,20	4,0	1,2	
0,30	4,5	1,5	
0,10	0,5	15,0	
0,15	7,5	20,0	
0,60; 5,0 Mn	15,0	—	19600
0,50; 6,0 Mn	10,0	3,0	
0,65—0,70; 18,0 W	—	4,0	22000

Теплопроводность, теплоемкость и удельный вес стали и чугуна

Металл	λ кал/м · час °С	C_p кал/кг · °С	γ кг/м³	α м²/час	$b = \sqrt{\lambda C_p \gamma}$ кал/м³ · час ^{1/2} °С
Жидкая сталь	20	0,2	7000	0,0143	167
Сталь выше 800°	25	0,165	7500	0,0202	176
Сталь ниже 800°	30	0,140	7700	0,0278	180
Сталь при обыкновенной температуре	40—50	0,12	7850	—	—
Чугун при 500°	25	0,140	7200	0,0248	158

Температурный режим нагрева

№ граф	Марка стали	Температура нагрева слитков °С	Горячая	
			Продолжитель	
			1,0—1,5 м	2,3—2,8 м
I	10Т-30Т, Г, Ст 0-4	1200—1220 ¹	—	2—00
II	40-55, 41А-50А, СК, СТ, 15Г-65Г, 65ГП, 15Х-33Х, 30Г2-50Г2, 15ХФ, 20ХФ 35Х-45Х, 38ХА, 30ХМА, 50ХГ, 50ХГА, 50ХГС,	1180—1200	— — —	2—00 2—00 2—00
III	Ш16-15, 0Х6-15, ЭИ325, У5-У9, У7А-У9А, Х, 9Х, Х09, 7Х3, 8Х3, 4ХС, 9ХС, В1, В2, 7Х, 4ХВС-6ХВС, ХВГ, 5ХВГ, 9ХВГ, 8СВМ, Ф, 8ХФ, 50ХФ, ЕХ2, ЕХ3, ЕХ3А, ЭИ241	1150—1170 ²	2—30	3—00
IV	У10-У13, У10А-У13А, Х12, Х12М, Х12К, ХГ, У12Г, ХВ5, Х05	1100—1120	3—00	3—30
V	55С2, 60С2, 60С2А, 70С3А, 58СН2А ЭИ 142, ЭИ-289	1180—1200	—	3—00
VI	13Н2А, 12АН2А, 12ХН3А, 13ХН4А, 20ХН3А, 20ХН-45ХН, 12Х2Н4А, Э8, 30ХН3	1180—1200	— —	2—30 2—30
VII	33ХСМА, 18ХГМ, 33ХСА, 38ХСА, 30ХГСА, 35ХГСА, 40СХ, 25Н3, 37ХН3А, 38ХН3А, Э12, 25ХН4, 40ХНМА, 45ХНМФА, ХЗНМ1-3, 45ХМФА, ЭИ274, ЭИ275, ЭИ320, 12Х2Н3МА,	1180—1200	—	2—30
VIII	13ХНВА, Э14, 18ХНВА, 25ХНВА, 4ХНВ, 5ХНМ, 6ХНМ, 5ХГМ, ХНМ 12Х5МА, ЭИ14, СХ8, ЭИ107, 38ХМЮА	1180—1200	—	3—00
IX	Н42, ЭИ318, ЭИ341, ЭИ292, ЭИ340, ЭИ181, ЭИ60, фурудит	1200—1220	5—00	—
X	ЭИ160, ЭИ161, Ж1-4, 18Х14А, 18Х15А, Я1, Я2, ЯИТ, Я1Т, 3ХВ8	1170—1190	3—00	4—00

¹⁾ Температура нагрева слитков стали марки Г и Ст 0-4—1240—1260°.

²⁾ Температура нагрева слитков стали марок 1085, У5-У9, У7А-У9А—1120—1150°.

³⁾ Цифры со звездочкой означают—общее время нагрева

Примечания. 1. При посадке холодных слитков в горячую ячейку форсунки не
При температуре выдачи слитки стали марок ШХ6-15, ХГ, Х05, Х, В1, В2 и ХН1
30 мин. (время выдержки при посадке и при температуре выдачи входит в общее время)

2. Температура слитков при горячей садке должна быть не ниже 650°.

3. Время нагрева для горячей садки сокращается на 30 мин. на каждые 100° ниже

4. Подогрев раскатов марок ЭХН60, ЭИ318, ЭИ341, ЭИ292, ЭИ340, ЭИ181, И42,
лодках. Продолжительность подогрева 15—30 мин.

Таблица 16

слитков в нагревательных колодцах

садна		Холодная садна						
пость нагрева для слитков развесом (не менее), час.—мин.								
3,0—3,8 м	4,0—4,6 м	темпера- тура стенон при посад- ке (не выше)	до 800°			от 800° до температуры выдачи		
			2,3—2,8 м	3,0—3,8 м	4,0—4,6 м	2,3—2,8 м	3,0—3,8 м	4,0—4,6 м
2—30	3—00	Не огран.	—	—	—	4—30*	5—00*	6—00*
2—30	3—00	Не огран.	—	—	—	5—00*	5—30*	6—30*
2—30	3—00	800	3—00	3—30	4—00	2—30	3—00	3—30
2—30	3—00	—	—	—	—	—	—	—
3—30	—	—	—	—	—	—	—	—
4—00	—	—	—	—	—	—	—	—
3—30	4—00	—	—	—	—	—	—	—
3—00	3—30	900	3—00	3—30	4—00	2—30	3—00	3—30
3—00	3—30	800	3—00	3—30	4—00	2—30	3—00	3—30
3—00	3—30	600	3—30	4—00	4—30	3—00	3—30	4—00
3—30	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—

включаются в течение 30 мин. с момента посадки последнего слитка. должны выдерживаться не менее 1 часа; слитки стали остальных марок—не менее нагрева).

шения температуры сверх 700°. фуродит, ЭИ160, ЭИ161 производится в методических печах или в нагревательных ко-

График нагрева круглых заготовок в ролевых печах стана большой штифеля

Группы сталей	Марка сталей	Температура металла при прошивке °C	Количество рядов в печи	Продолжительность нагрева, час.						
				115— 120	130	140	150	160	170	180
I Углеродистые	10, 20	1230—1260	1							
	30, 35	1220—1250	1							
	40, 45	1200—1230	1	1—30	2—05	2—15	2—25	—	2—50	—
	C54, Д	1180—1210	2	—	—	2—15	2—25	—	—	—
Примечание. Температура металла измеряется оптическим пирометром. В журнале фиксируется каждое пятное измерение.										
II Низколегированные	15X	1200—1230	1							
	30XMA									
	40X	1180—1210	1	2—00	2—35	3—00	3—20	—	4—05	4—20
	40X6									
III Высоколегированные	46X10	1210—1230	1							
	OXM									
	38XA									
III Высоколегированные	12X5MA	1230—1260	1	2—40	—	—	—	—	—	—
	12X15	1120—1150		2—40	3—00	3—20	3—35	4—00	4—20	—
	ЭЯ1Т	1180—1200		—	—	—	—	—	—	—

Примечания. 1. Посадку заготовок производить равномерно, небольшими партиями по 5—7 шт.; при этом печь по всей длине должна быть выложена металлом.

2. Кантование производить через равные промежутки времени до второго-третьего сварочного окна. Интервалы в месте кантования должны равняться 5 или 8 диаметрам заготовок. После кантования заготовка должна изменить свое положение на пол оборота.

3. Начиная со второго или третьего сварочного окна и до конца выдачи, заготовка должна быть раскантирована при одновременном нахождении двух-трех заготовок с промежутками между ними не менее 1 диаметра.

В случае необходимости осуществления раскантировки заготовки большого диаметра необходимо обеспечить наличие электрода для выгрузки из печи.

Технологическая инструкция для промежуточного отжига горячекатаных, холоднокатаных и холоднотянутых труб

1. Трубы, поступающие на отжиг, должны иметь ярлыки, по которым определяются марка стали и размер труб.
2. Для измерения температуры термометра опускается до соприкосновения ее с верхним рядом труб пакета.
3. Выдержка начинается с момента достижения верхним рядом пакета среднего значения температур согласно марке стали. Более высокое значение давления газового топлива соответствует легированным безоправочным трубам.
4. Время выдержки в зависимости от толщины стенки отжигаемых труб указано в приведенной таблице.

Таблица времени выдержки пакетов труб, мин.

Толщина стенки труб, мм	До 1,0	1,5—3,0	3,5—5,0	5,5—7,0	7,5—10	Давление газового топлива мм рт. ст.	Марка стали отжигаемых труб	Температура выдержки пакета труб °С
Пакеты труб								
Из заготовки	—	—	90	100	100	При посадке 50—60 В начале выдержки 30—40	Заготовка, все углеродистые и оправочные из сталей 30ХГСА, 12Х5МА	680—720
Холоднокатаные	—	35	—	—	—	При достижении верхнего предела температур выдержки 5—15	Легированные, безоправочные (30ХГСА, 12Х5МА и др.)	780—820
Все остальные, подлежащие промежуточному отжигу	25	30	35	40	45			

5. Выдача пакета производится после полного и равномерного прогрева.

6. Равномерность нагрева труб по длине печи регулируется работой отдельных горелок.

7. При недостаточном заполнении длины печи выключаются соответствующие горелки.

П р и м е ч а н и я. 1. Заготовка после выдержки охлаждается вместе с печью до 600—620°, после чего производится выдача.

2. Безоправочные трубы стали 12Х5МА проходят двухступенчатый отжиг:

а) нагрев до 780—820° при выдержке 30—40 мин. с последующим охлаждением на воздухе до 650°;

б) повторный нагрев в печи до 680—720° с последующей выдачей на воздух.

Технологическая инструкция по отжигу готовых труб стали марки 30ХГСА в баллонах

1. Баллонному отжигу подвергаются готовые трубы всех размеров стали марки 30ХГСА.
2. Начало выдержки считается с момента достижения температуры на поверхности баллона 750° с соблюдением времени нагрева, указанного в таблице.
3. Температура определяется по показаниям термометра, опущенной на баллон.
4. Температура отжига стали марки 30ХГСА установлена 680—700°.

Минимальные продолжительности нагрева и выдержки мин.					Температуры на баллоне °С	Давление газового топлива мм рт. ст.
Диаметр труб, мм	Толщина стенок, мм		До 1,0	1,5—3,0		
	Нагрев	Выдержка		До 1,0	1,5—3,0	Больше 3,0
До 20	Нагрев	65	75	—	30—40	
	Выдержка	25	30	—		
21—40	Нагрев	50	60	70		
	Выдержка	20	25	30		
Больше 40	Нагрев	45	55	65	10—20	
	Выдержка	15	20	25		

Примечания. 1. Перед выдачей баллоны должны быть нагреты до требуемой температуры и равномерно по всей длине.

2. Регулировка давления газа в процессе отжига производится вентилем на общем газопроводе, а равномерность нагрева по длине печи регулируется работой отдельных горелок.

3. Продолжительность нагрева и выдержки установлены, исходя из применяемой в цехе загрузки баллонов, соответствующей 40% загрузки шара отжига баллонов.

Температурный режим нагрева блужков и заготовки в методических печах прокатного цеха

№ групп	Марки стали	Температура нагрева блумсов и заготовки °С	Холодная садка					Горячая садка		Печь А	Печь Б
			температура отходящих газов печи (не выше) °С	слитки 200 кг	ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ НАГРЕВА (не менее) час.—мин.		ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ НАГРЕВА (не менее) час.—мин.	ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ НАГРЕВА (не менее) час.—мин.	ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ НАГРЕВА (не менее) час.—мин.		
					общая	в т. ч. в сварочной					
I	10-33А, 10Т-30Т, 15Х-33Х, 15ХФ, 20ХФГ, Ст. О-4	1200—1220	Не ограничена	—	—	2—20	2—00	—	—	1—00	0—50
II	35-55, 38А-50А, СК, Ст. 15Г-100Г, 65ГП, 4В-6В, С45-С63, 30Г2-50Г2, 35Х-45Х, 38ХА ХТБ, 50ХГ, 30ХМА, 50ХГА 50ХГС, 45К6, 45Х12, 46Х10 У5-У9, У7А-У9А, 1085 У10-У13, У10А-У13А УШХ6-15, ОХ6-15, Х, 7Х, 7Х3, ХО9, 8Х3, 9Х, 4ХС, ЭИ325, 9ХС, ЕХ2, ЕХ3, ЕХ3А, Ф, 8ХФ, 50ХФ, 4ХВС-6ХВС, ХВГ, 5ХВГ, 9ХВГ, 8СВМ, В1, В2	1180—1200	—	—	—	2—50	2—15	—	—	1—20	1—00
III		1120—1150		—	—	3—00	2—20	—	—	1—30*	1—10*
IV		1100—1120		—	—	3—30	2—40	—	—	1—30*	1—10*
V		1160—1180		—	—	3—40 ⁵	3—00	—	—	1—40*	1—20*
VI		1180—1120	700	—	—	3—15	2—20	—	—	1—40*	1—20*

№ п/п	Марки стали	Температура нагрева блумеов и заготовки °C	температура отходящих газов печи (не выше) °C	Холодная садка						Горячая садка	Печь А	Печь Б	
				Слитки 200 кг	продолжи- тельность нагрева (не менее) час.—мин.	общая в т.ч. в сварочной части	Ф. 160— 180 мм	Ф. 130— 150 мм	продолжительность нагрева (не менее) час.—мин.				продолжительность нагрева (не менее) час.—мин.
					продолжительность нагрева (не менее) час.—мин.	продолжительность нагрева (не менее) час.—мин.	Ф. 160— 180 мм	Ф. 130— 150 мм	продолжительность нагрева (не менее) час.—мин.	продолжительность нагрева (не менее) час.—мин.	Ф. 50— 60 мм	Ф. 50— 60 мм	
VII	ОХМ, 33ХСМА, 33ХСА, 38ХСА, 30ХГСА, 40СХ, 35ХГСА, ХНМ, 13Н2А, 12ХН2А, 12ХН3А, 20ХН3А, 13ХН4А, Ф343, 30ХН3, 20ХН-45ХН, ЭИ274, ЭИ275, 18ХГМ, 25Н3, 25ХН4, Э8 13ХНВА, 37ХН3А, 38ХН3А, Э12, Э14, 18ХНВ (М) А, 25ХНВА, 4ХНВ, ЭИ320, 12Х2Н4А, ОХН1М, ОХН2М, ОХН3М, Х3НМ13, 12Х2Н3МА, 40ХНМА, 0392, 45ХМФА, 45ХНМФА, 5ХГМ, 5ХНМ, 6ХНМ, ХНМ, ЭН335	1180—1200	750	—	—	—	3—15	2—	2—40	1—55	1—50	1—20	1—20
VIII		1180—1200	750	—	—	—	3—30	3—10	3—00	2—20	1—50	1—20	1—20
IX	Ж1-4, 18Х14А, 18Х15А, Я1, Я2, Я1Т, ЯИТ, ЭИ160, ЭИ161, 3ХВ8, 5315, 12Х5МА, 3И14, СХ8, ЭИ107, 38ХМЮА	1180—1200	700	7—00	1—40	—	5—00	3—40	3—30	2—30	2—00	1—40	1—40
X		1180—1200	700	—	—	—	4—00	3—30	3—00	2—20	1—50*	1—20*	1—20*
XI	Х12, Х12М, Х12К, ХВ5, ХГ, У12Г, ХО5	1080—1100	700	8—00	1—40	—	5—00	3—40	3—30	3—10	2—30*	1—40*	1—40*

№ групп	Марки сталей	Температура нагрева блумсов и заготовки °C	температура отходящих газов печи (не выше) °C	Холодная садка				Горячая садка		Печь А	Печь Б	
				слитки 200 кг	Ф. 160— 180 мм	Ф. 130— 150 мм	продолжи- тельность нагрева (не менее) час.—мин.	продолжи- тельность нагрева (не менее) час.—мин.	Ф. 160— 180 мм			Ф. 130— 150 мм
Общая в т. ч. в сварочной части	продолжи- тельность нагрева (не менее) час.—мин.	продолжи- тельность нагрева (не менее) час.—мин.	продолжи- тельность нагрева (не менее) час.—мин.	продолжи- тельность нагрева (не менее) час.—мин.	Ф. 160— 180 мм	Ф. 130— 150 мм	Ф. 70— 85 мм	Ф. 50— 60 мм	Продолжительность нагрева (не менее) час.—мин.	Продолжительность нагрева (не менее) час.—мин.		
XII	РФ-1 ЭИ184, ЭИ262, ЭИ290, ЭИ347, ЭИ241 ЭИ181, ЭИ292, ЭИ318, ЭИ340, ЭИ341, ЭИ60, фуrolит Н42, ХН60, ЭИ1334 ЭЯ3С, ЭИ69, ЭИ72 ЭИ307, ЭИ319, ЭИ332	1180—1200	700	12—00	2—50	5—00	3—40	4—00	3—10	3—00	1—40	
XIII		1160—1180	700	10—00	2—20	5—00	3—40	4—00	3—10	3—00	1—40	
XIV		1200—1220	700	10—00	2—20	4—00	3—30	3—00	2—20	2—00	1—40	
XV		1180—1200	Не огранич.	24—00	5—00	5—00	3—40	3—30	3—10	2—00	1—40	
XVI		1150—1180		10—00	2—20	4—00	3—30	3—00	2—20	1—50	1—20	
XVII	1160—1200	8—00		1—40	4—00	3—30	3—00	2—20	—	—		

Примечания: 1. Посадку холодных блумсов diam стром 160—180 мм производить с клипсами-переложками.

2. Кантовку блумсов производить в каждом рабочем огне, начиная с третьего.

3. При палении в печи разных марок сталей режим печи вести по наиболее трудоемкой марке. Посадку марок сталей, имеющих низкую температуру нагрева, за марками с высокой температурой нагрева и наоборот, можно производить только после посадки буфера, состоящего из 6—8 углеродистых блумсов марки 10—35.

4. Температура отходящих газов при посадке в печи А и Б не ограничивается.

5. Время нагрева заготовки диаметром 160—180 мм марок ИХ 6—15, КГ, ХО5, К, В1, В2, ХВГ, идущей на прокат сорта, сечением выше 50 мм, увеличивается на 1 час с обязательным увеличением выдержки в сварочной части.

6. Время нагрева заготовки ниже 50 мм не ограничивается, за исключением специальных режимов.

7. Продолжительность подогрева 15—30 мин.

8. Температура поверхности блумсов при горячей посадке должна быть не ниже 600°.

9. В случае посадки слитков в печь в 2 ряда, норма выдачи увеличивается в 1,5 раза.

10. Температура нагрева сталей гр. XIV в печи А 1140—1180, в печи Б 1100—1120°. При прокате сталей гр. XVI на сорт, температура нагрева 1180—1200°.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Аксенов и В. К. Кривицкая, Распределение тепловых напряжений в стенке изложницы, Ж. Т. Ф., 1944, т. XIV, в. 3.
2. А. Александров, М. Богачев и С. Полномочный, Слитки и изложницы юга СССР, ОНТИ, 1936.
3. Р. Л. Аронов, Методы расчетов тепловых процессов в активных материалах электротехнических конструкций, 1938.
4. М. П. Браун, Интенсивный тепловой режим закалочных печей, Вестник металлопромышленности, 1938, № 2.
5. Д. В. Будрин и Б. А. Красовский, Нагрев и охлаждение тел различной формы, Труды Уральского индустриального института, 1941, в. XVIII.
6. И. В. Бургсдорф и Д. С. Казарновский, О скорости нагрева сталей 1945 и 5140 под штамповку, Качественная сталь, 1937, № 7.
7. А. Вебстер и Г. Сеге, Дифференциальные уравнения в частных производных математической физики, 1934.
8. А. И. Вейник, Теория приближенного подобия в явлениях теплопроводности, Ж. Т. Ф., 1950, в. III, т. XX.
9. А. П. Виноградов, Теплоемкость и температура плавления металлов, Ж. Р. М. О., 1915, т. 1.
10. А. П. Виноградов, Теплоемкость стали в форма рабочего пространства печей для нагрева круглой трубной болванки, Сталь, 1933, № 8.
11. Д. Я. Вишняков, Скорость нагрева стальных образцов разных форм и размеров в различных печах, Сборник Московского института стали им. И. В. Сталина, «Термическая обработка легированной стали», 1937.
12. О. Е. Власов, Теплопередача излучением с отражением от обмуровки, Известия В. Т. И., 1929, № 1.
13. М. Вращкий и И. Францевич, Механические свойства легированных сталей при высоких температурах, Сталь, 1933, № 4—5.
14. М. А. Глишков, Вопросы нагрева металла и профилирования прокатных методических печей, Уральская металлургия, 1939, № 2.
15. М. А. Глишков, Мартеновская печь как теплотехнический агрегат, 1944.
16. А. Л. Гольдман и Б. С. Шапиро, Прокатка легированных и углеродистых слитков стали при повышенных температурах и интенсивных обжатиях, Сталь, 1944, № 1—2.
17. И. Я. Гранат и А. К. Жигалов, Кристаллизация и строение стального слитка, 1935.
18. И. Я. Гранат и А. А. Безденежных, Влияние толщины стенки изложницы на ход застывания и качество стального слитка, Металлург, 1938, № 10.
19. Г. Гребер и С. Эрк, Основы учения о теплообмене, 1936.
20. М. В. Groшев, Нагрев стали в методических печах, Теория и практика металлургии, 1937, № 3.

21. В. В. Гуренков, О работе нагревательных колодцев Кузнецкого завода им. И. В. Сталина, Советская металлургия, 1936, № 3.
22. А. А. Гухман, Физические основы теплопередачи, 1934.
23. А. Н. Динник, Приложение функций Бесселя к задачам теории упругости, 1915.
24. Н. Н. Доброхотов, Скорость нагрева стальных слитков и заготовок, НИИМАШ, 1933, № 8.
25. Н. Н. Доброхотов, Т. Я. Дуев и П. В. Сорокин, Исследование скорости нагрева перед закалкой шарикоподшипниковой стали, НИИМАШ, 1934, № 3.
26. Н. Н. Доброхотов, Скорость нагрева стальных заготовок, НИИМАШ, 1933, № 8.
27. Н. Н. Доброхотов и П. В. Сорокин, Нагревательная способность свинцовых ванн, НИИМАШ, 1935, № 3.
28. А. И. Евдокименко, Сравнение типов современных нагревательных колодцев, Сталь, 1945, № 9.
29. А. И. Евдокименко, Рекуперативные нагревательные колодцы, Сталь, 1947, № 4.
30. А. П. Ерохин, Скоростной метод нагрева металла, Вестник машиностроения, 1950, № 4.
31. В. И. Залесский, К вопросу о факторах влияющих на выбор режима нагрева крупных стальных слитков, Вестник металлопромышленности, 1934, № 11.
32. Г. П. Иванцов, Новая методика расчета нестационарного теплового процесса, Ж. Т. Ф., 1934, в. 8.
33. Г. П. Иванцов, К теории теплообмена прокатных валков и раскаленного металла, Ж. Т. Ф., 1937, в. 10.
34. Г. П. Иванцов, К теории нестационарного теплового потока в прямоугольном параллелепипеде и призме, Ж. Т. Ф., 1938, в. 10.
35. Г. И. Иванцов, О прогреве пачки листов, Труды Уральского индустриального института, 1945, в. XX.
36. Г. П. Иванцов, Нагрев металла, Металлургиздат, 1948.
37. Х. С. Карслоу, Теория теплопроводности, Гостехиздат, 1947.
38. С. А. Казеев, Нагрев стали в ваннах, Металлург, 1934, № 8.
39. С. А. Казеев, Изучение явления нагрева стали, Металлург, 1936, № 11.
40. А. Кегель, Исследование нагрева и охлаждения заготовок, Уголь и железо, 1927, № 25.
41. В. В. Керекеш, Техническое нормирование горячей штамповки, Техническое нормирование, 1932, № 1—2.
42. Б. И. Китаев, Теплообмен в шахтных печах, 1945.
43. Г. М. Кондратьев, Испытания на теплопроводность по методам регулярного режима, 1936.
44. В. Ф. Копытов и П. В. Сорокин, Нагрев металла в камерных печах и ваннах, НИИМАШ, 1935, № 9.
45. В. Ф. Копытов и П. В. Сорокин, Скорость нагрева стали, Теория и практика металлургии, 1936, № 7.
46. В. Ф. Копытов и П. В. Сорокин, Скоростной нагрев заготовок в пламенных печах, Вестник машиностроения, 1950, № 2.
47. Н. С. Кошляков, Основные дифференциальные уравнения математической физики, 1933.
48. А. Крылов, О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, 1933.
49. А. Н. Кугушев, О нагревании и охлаждении плоской плиты, Вестник инженеров и техников, 1935, № 7.
50. Р. О. Кузьмин, Бесселевы функции, ОНТИ, 1935.

51. В. Г. Кульчицкий, К вопросу о скорости нагрева стали, НИИМАШ, 1934, № 8.
52. В. Г. Кульчицкий, Влияние формы, размеров и металла образца на время нагрева, НИИМАШ, 1935, № 7, 8.
53. В. Г. Кульчицкий, Калориметрический метод определения нагрева изделий, НИИМАШ, 1935, № 8.
54. В. А. Куроедов, Муфельные печи для нагрева металла, Машгиз, 1947.
55. В. А. Куроедов, Таблица для расчета охлаждения элементарных тел, Теория и практика металлургии, 1939, № 7.
56. Н. Н. Лебедев, Температурные напряжения в теории упругости, ОНТИ, 1937.
57. Б. Г. Лифшиц, Физические свойства сплавов, Металлургиздат, 1946.
58. В. П. Линчевский, О применении основного уравнения теплопроводности к расчетам нагревательных печей и колодцев, Металлург, 1938, № 9.
59. В. А. Липухин, Нагрев слитков в нагревательных колодцах, Советская металлургия, 1937, № 6.
60. А. В. Лыков, Теплопроводность нестационарных процессов, ГЭИ, 1948.
61. Б. Я. Любов и Б. Н. Финкельштейн, Расчет нестационарных температурных полей в телах простейшей формы, Ж. Т. Ф., 1943, № 1—2.
62. В. Д. Мачинский, Новый метод расчета процессов остывания и нагрева однородной стенки, Ж. Т. Ф., 1933, в. 8; 1934, в. 3.
63. Н. А. Минкевич, Свойства, тепловая обработка и назначение стали и чугуна, 1932.
64. Н. А. Минкевич, Скорость нагрева стальных образцов разных форм и размеров в различных печах, НИИМАШ, 1933, № 5—6.
65. М. А. Михеев, Основы теплопередачи, 1949.
66. И. С. Назаров, Основы теории промышленных печей, Металлургиздат, 1941.
67. М. В. Новиков и И. М. Хабаров, Нагрев слитков в нагревательных колодцах, Металлургиздат, 1939.
68. Нормативы по нагреву кованных и катаных кузнечных заготовок, Машгиз, 1941.
69. И. А. Одинг, О температурных напряжениях в крупных поковках, Вестник металлопромышленности, 1930, № 4.
70. И. А. Одинг, Прочность металлов, 1937.
71. П. И. Орлец, Теория и практика нагрева изделий при термической обработке, Металлург, 1931, № 8.
72. Печи для нагрева металла, под ред. Н. Н. Доброхотова, 1941.
73. Повышение экономичности и производительности нагревательных и мартеновских печей, под ред. В. Н. Тимофеева, Сб. ВНИИТ, 1940.
74. С. С. Подопригора, Сталь, ее строение, физические свойства, 1933.
75. И. М. Рафалович, Тепловые расчеты пламенных печей, Металлургиздат, 1949.
76. И. Д. Семикин, Теоретические основы расчета нагревательных печей и колодцев, Сталь, 1937, № 12.
77. И. Д. Семикин, О расчете процесса нагрева слитков, Сталь, 1939, № 4—5.
78. А. А. Скворцов и И. И. Жмуров, О нормах нагрева крупных слитков, Теория и практика металлургии, 1937, № 7.
79. А. А. Скворцов и И. И. Жмуров, О нормах нагрева крупных слитков под ковку, Вестник металлопромышленности, 1937, № 18.

80. А. А. Скворцов, Нормирование времени нагрева крупных слитков, Теория и практика металлургии, 1940, № 9.
81. М. С. Соколов и В. М. Михельсон, Время нагрева кузнечных заготовок, Вестник металлопромышленности, 1935, № 4.
82. В. Н. Соколов, К вопросу определения коэффициента теплопередачи в промышленных печах, Вестник металлопромышленности, 1938, № 5.
83. П. В. Сорокин, Скорость нагрева стальных изделий в печах, НИИМАШ, 1934, № 9.
84. Б. В. Старк, Явление нагрева в муфельных печах, Ж. Р. М. О., 1926, № 2.
85. Ф. Д. Старостин, О термических напряжениях и графиках обжига. Огнеупоры, 1937, № 2.
86. К. Ф. Стародубов, Оборудование термических цехов, Металлургиздат, 1948.
87. Н. Ю. Тайц, Исследование нагрева легированных сталей, ДОМЕЗ, 1935, № 1.
88. Н. Ю. Тайц, Исследование режима нагрева жароупорных сталей, Теория и практика металлургии, 1937, № 2.
89. Н. Ю. Тайц и др., О причинах образования продольных трещин на круглой заготовке, Сталь, 1936, № 11.
90. Н. Ю. Тайц, А. И. Миллер, В. Б. Тов, Нагрев металла и нагревательные печи, ГОНТИ, 1939.
91. Н. Ю. Тайц и Ю. В. Компанеец, Нагрев крупных слитков в колодцах, Сталь, 1941, № 1.
92. В. Н. Тимофеев, А. И. Чарушников и Н. А. Захариков, Теплообмен в нагревательных печах, Сб. работ Уральского отд. ВТИ, 1940, в. 5.
93. В. Н. Тимофеев, Теплообмен излучением между твердыми телами, Известия ВТИ, 1947, № 11.
94. Н. Ю. Тайц, О распределении температур в слитках при разных способах нагрева, Сб. научных трудов Днепр. мет. инст., 1948, в. XII.
95. С. П. Тимошенко, Теория упругости, 1934.
96. В. Тринкс, Промышленные печи, 1938.
97. Б. Н. Финкельштейн и Б. Я. Любов, Теоретическое определение остаточных напряжений в изотропном шаре, резко охлажденном с поверхности, Ж. Т. Ф., 1946, в. 8.
98. Ф. Франк и Р. Мизес, Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики, ОНТИ, 1937.
99. Я. Б. Фридман, Механические свойства металлов, Оборонгиз, 1946.
100. В. Хейлигенштедт, Теплотехнические расчеты для конструкций печей и их эксплуатации, ОНТИ, НКТП, 1937.
101. Ю. М. Чижилов, Прокатка и ковка высоколегированных сталей, Металлургиздат, 1941.
102. Ю. М. Чижилов, Влияние температуры в конце методических нагревательных печей на продолжительность и качество нагрева металла, Уральская металлургия, 1936, № 5—6.
103. Г. В. Шаров, Нагрев и прокатка легированной стали, Сталь, 1942, № 7—8.
104. М. Д. Шабли, Теплотехнический анализ работы нагревательных колодцев, Научные труды Днепр. мет. инст., 1940, в. IV.
105. В. А. Шваб, Нестационарное температурное поле в твердых телах при изменяющихся граничных условиях, Вестник инженеров и техников, 1935, № 3.

106. В. А. Шваб и Р. А. Шварцер, Новый метод расчета нестационарного прогрева стали, Огнеупоры, 1935, № 10.

107. А. Е. Шевелева, Скоростной нагрев кузнечных заготовок, Вестник металлопромышленности, 1940, № 6.

108. Энциклопедия металлофизики, 1937, т. 1.

109. Е. Янке и Ф. Эмде, Таблицы функций, 1948.

110. М. И. Янковский, Температурные напряжения в цилиндрических изложницах, Сталь, 1950, № 1.

111. Кэллинен и Г. Золер, Нагрев стали с металлургической точки зрения, Джорнел оф Айрон энд Стил, Инджиниринг, 1940, VI.

112. З. Гольдштейн, Приложения операционного метода к решению проблем теории теплопроводности, Цайтшрифт дер Ангевандтен Математик унд Механик, 1932, № 12.

113. Ф. Рэссел, Математическое исследование нагрева и охлаждения стали, Первый доклад исследовательского комитета по легированным сталям, 1936, сект. IX.

114. Е. Шмидт и Е. Гельвег, Распределение температур в слитках в методических печах, Форшунг аус дем Гебитс дес Инженервезенс, 1933.

115. С. Шварц, Расчет процессов охлаждения жидкого металла, Архив фюр дас Айзенхюттенвезен, 1931—1932, № 3 и 4.

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать	По чьей вине
85	10 св.	$\frac{q S}{\lambda}$	$\frac{qS}{2\lambda}$	авт.
112	3 сн.	$\Phi_l \Phi_m + \Phi_l \Phi_m$	$\Phi_{l_1} \Phi_m + \Phi_l \Phi_{m_1}$	авт.
112	1 и 2 сн.	$\Phi_l \Phi_m \Phi_n + \Phi_l \Phi_m \Phi_n +$ $+ \Phi_l \Phi_m \Phi_n$	$\Phi_{l_1} \Phi_m \Phi_n + \Phi_l \Phi_{m_1} \Phi_n +$ $+ \Phi_l \Phi_m \Phi_{n_1}$	авт.
129	6 сн.	0,041 час., или 2,5 мин.	0,064 час., или 3,8 мин.	авт.
136	5 сн.	$\frac{2 I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R^3} \right)}{\mu_n I_1 (\mu_2)}$	$\frac{2 I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right)}{\mu_n^3 I_1 (\mu_n)}$	авт.
145	1 сн.	$\int_0^{\tau} e^{-\varepsilon_l^2 \frac{a \tau}{S^2}}$	$\int_0^{\tau} e^{\varepsilon_l^2 \frac{a \tau}{S^2}}$	счит.
162	3 св.	$(m^2 + 2 lm + k)$	$(m^2 + 2 lm + 2km)$	авт.
162	4 св.	$+ (l + 2 lk)$	$+ (l^2 + 2lk)$	авт.
162	9 сн.	$(S - l - k)$	$(S - l - k)^2$	счит.
168	4 сн.	$\frac{Ri}{Ri}$	Ri	корр.
172	23 св.	δ_1	λ_1	корр.
178	11 св.	λ	λ'_ϑ	авт.
178	15 св.	$\frac{\lambda_\vartheta}{c_p \gamma_\vartheta}$	$\frac{\lambda'_\vartheta}{c_p \gamma_\vartheta}$	корр.

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
202	9 стр.	$\frac{1}{\mu_n^2}$	$\frac{2}{\mu_n^2}$
202	10 стр.	$-\mu_n I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right)$	$-\mu_n \frac{I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right)}{I_1(\mu_n)}$
210	1 стр.	0,68	0,58
215	1 стр.	$\frac{r}{R} 0$	$\frac{r}{R} = 0$
219	8 св.	- 0,082	- 0,098
219	10 св.	+ 0,09	+ 0,10
219	15 св.	- 19,0 кг/мм ² ;	- 22,6 кг/мм ² ;
233	6 св.	$\varphi_M^M = \frac{F'_M}{F_M}$	$\varphi_M^M = 1 - \frac{F'_M}{F_M}$
299	3 св.	$G \left(\frac{x}{2 \sqrt{a_{HK} \tau}} \right)$	$G \left(\frac{x}{2 \sqrt{a_T \tau}} \right)$
300	8 св.	1480°	1580°
328	1 стр.	$\lambda \overline{t_1}$	$\lambda \overline{t_1}$

Редактор *И. М. Рафалович*
Технический редактор *О. Г. Беккер*

Сдано в производство 6/III 1950 г.

Подписано к печати 19/VIII 1950 г.

Уч.-изд. л. 28,63

Бумага $60 \times 92^{1/16} = 14,25$ бумажных —

28 п. л. + 1 вкл. = 0,25 п. л.

Зн. в 1 печ. л. 40530

T06613

Тираж 6000

Заказ 274

Цена 21 руб. 60 коп.

Типография **Металлургиздата**,
Москва, Цветной бульвар, 30.